

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

---

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии

## Проявления теории Хорндески в двойных системах с пульсарами

Дипломная работа  
студента 633 группы  
Авдеева Н.А.  
Научный руководитель  
д.ф.-м.н. Алексеев С. О.

Допущен к защите «\_\_» мая 2018 года

Заведующий кафедрой  
небесной механики, астрометрии и гравиметрии  
д.ф.-м.н., профессор  
\_\_\_\_\_ Жаров В.Е.

Москва 2018

# Содержание

<b>1. Введение</b>	<b>2</b>
<b>2. Гравитация Хорндески</b>	<b>4</b>
2.1. Действие . . . . .	4
2.2. Материальное действие . . . . .	4
<b>3. Уравнения поля в слабом пределе</b>	<b>5</b>
<b>4. Постньютоновское решение</b>	<b>9</b>
<b>5. ЭИХ. Уравнения движения</b>	<b>11</b>
<b>6. Гравитационное излучение от двойных систем.</b>	<b>14</b>
6.1. Эффективный псевдотензор энергии-импульса . . . . .	14
6.2. Тензорные и скалярные потоки . . . . .	18
6.3. Тензорные поток . . . . .	19
6.4. Поток скалярной энергии . . . . .	21
<b>7. Наблюдательные ограничения на гравитацию Хорндески от двойных пульсаров</b>	<b>31</b>
7.1. Ограничения на Хорндески . . . . .	32
7.2. Частные случаи гравитации Хорндески: гибридная гравитация и массивная теория Бранса-Дикке . . . . .	35
<b>8. Заключение</b>	<b>44</b>

# 1. Введение

Общая теория относительности (ОТО) является общепризнанной теорией гравитации. Она успешно описывает различные гравитационные масштабы и режимы (например: слабый предел, реализуемый в Солнечной системе, или сильный предел, реализуемый в двойной системе черных дыр). На сегодняшний день ОТО и Стандартная модель являются столпами современной физики. Однако, некоторые явления не могут быть объяснены в рамках этих двух моделей. Например, ускоренное расширение Вселенной, открытое по наблюдениям сверхновых типа Ia [1]. Это явление объясняется присутствием «Темной энергии», ответственной за наличие ускорения в расширении [2]. Также существует проблема «Темной материи» [3], т.е. невидимого вещества галактики, взаимодействующего с видимым веществом только при помощи гравитации, из-за чего кривые вращения галактик отличаются от предсказаний [4], основанных на рассмотрении только видимого вещества. Помимо этого остается нерешенной проблема квантовой гравитации. Вследствие всего выше сказанного, сейчас активно развиваются различные модифицированные теории гравитации [43]. Наиболее простой из них является обобщение ОТО с добавлением скалярного поля.

Теория гравитации Хорндески – наиболее общая скалярно-тензорная теория гравитации с уравнениями второго порядка, в которых нет неустойчивостей Остроградского [5]. Эта теория является обобщенным ковариантным галелионом. Теория гравитации Хорндески позволяет решить ряд проблем ОТО. Например, скалярное поле может играть роль темной энергии, объясняя ускоренное расширение Вселенной [6]. Поэтому эта теория привлекает большое количество исследователей, особенно в контексте космологии и физики черных дыр [8]. Учитывая общность теории, её проверка в различных режимах представляет особый интерес. Теория Хорндески уже была протестирована в различных экспериментах (гравитационное линзирование [9], данные космического микроволнового фона (СМВ) [10]). Особого внимания заслуживает статья [12], в которой были получены ограничения на теорию Хорндески, сделанные на основе наблюдений события GW170817 [11] и гамма - всплеска GRB 170817A [13]. В [12] показывается, что анализ гравитационных волн [11] и

гамма – всплеска [13], образовавшихся в результате слияния двух нейтронных звезд, позволяет получить жесткие ограничения на часть параметров теории. В данной работе было исследовано гравитационное излучение от двойной системы с пульсаром. Аналогичная задача была решена в работе [14], однако, в ней был рассмотрен безмассовый случай, а также были упущены из рассмотрения постньютоновский дипольный и диполь–октупольный члены.

Настоящая работа посвящена проверке теории Хорндески в режиме сильного гравитационного поля двойных систем с пульсаром. Первая такая система, PSR B1913+16, была открыта Халсом и Тейлором в 1974 г. [15]. Они показали, что гравитационное изучение такой системы позволяет получать принципиально новые ограничения на теории гравитации, поскольку там реализуется более сильный, нежели в Солнечной системе, режим гравитационного поля. Благодаря высокой точности пульсарного тайминга, возможно наблюдать влияние эффектов излучения гравитационных волн на динамику орбитального движения.

В скалярно-тензорных теориях слагаемое, отвечающее за скалярное дипольное излучение, доминирует в выражении для производной орбитального периода двойной системы [16, 17, 18, 19]. Этот дипольный вклад в гравитационное излучение порождает нарушение сильного принципа эквивалентности. Что наиболее сильно проявляется в смешанных системах (таких, где у компаньонов различный гравитационный поверхностный потенциал). Дело в том, что дипольное излучение возникает, когда центр масс смещен относительно центра инерции, поэтому смешанные системы более всего подходят для получения ограничений на скалярно–тензорные теории [18]. В этой работе проверяется теория Хорндески в смешанных двойных системах и накладываются ограничения на параметры модели.

В данной работе греческие индексы  $(\mu, \nu, \dots)$  принимают значения 0, 1, 2, 3, и сигнатура метрики  $(-, +, +, +)$ . Все расчеты проводятся в системе СГС.

## 2. Гравитация Хорндески

### 2.1. Действие

Начнем описание теории Хорндески с действия [20]:

$$S = \frac{c^4}{16\pi} \sum_{i=2}^5 \int d^4x \sqrt{-g} L_i + S_m, \quad (2.1)$$

где  $c$  - это скорость света,  $g$  - это определитель метрики и  $S_m$  - стандартное действие материи,  $L_i$  - плотность гравитационного лагранжиана:

$$\begin{aligned} L_2 &= G_2(\phi, X), L_3 = -G_3(\phi, X)\square\phi, \\ L_4 &= G_4(\phi, X)R + G_{4X}((\square\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2), \\ L_5 &= G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\phi \\ &\quad - \frac{G_{5X}}{6}((\square\phi)^3 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^3 - 3(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2\square\phi), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $G_{\mu\nu}$  - тензор Эйнштейна,  $R$  - скаляр Риччи,  $\phi$  - скалярное поле,  $X = -\frac{1}{2}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi$ ,  $\square\phi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi$ ,  $G_i(\phi, X)$  произвольные функции скалярного поля  $\phi$  и кинетического члена  $X$ , и  $G_{iX} = \frac{\partial G_i}{\partial X}$ . Выбор специфического типа произвольной функции определяет частные теории гравитации.

### 2.2. Материальное действие

Базовыми принципами ОТО являются сильный и слабый принципы эквивалентности, которые нарушаются в модифицированных теориях гравитации. В скалярно-тензорных теориях инертная масса и внутренняя структура самогравитирующего тела зависят от локального значения скалярного поля. В результате, законы движения самогравитирующего тела, и слабый принцип эквивалентности нарушаются. Эрдли первый рассмотрел взаимодействие двух точечных масс в скалярно-тензорных теориях и показал, что в случае влияния скалярного поля на внутреннюю структуру тела, можно предположить, что

масса является произвольной функцией скалярного поля [16]. Таким образом материальное действие для точечных масс может быть записано как:

$$S_m = -c^2 \sum_a \int m_a(\phi) d\tau_a, \quad (2.3)$$

где  $m_a(\phi)$  – инертная масса частицы,  $a$ , и  $\tau_a$  – собственное время той же частицы, измеряемое вдоль мировой линии  $x_a^\mu$ . Из вида 2.3 мы видим, что масса  $m_a(\phi)$  зависит от положения, поскольку  $\phi$  зависит от координаты, следовательно слабый принцип эквивалентности нарушается. Тензор энергии импульса и его след для такого действия 2.3 могут быть выражены:

$$T^{\mu\nu} = \frac{c}{\sqrt{-g}} \sum_a m_a(\phi) \frac{u^\mu u^\nu}{u^0} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)),$$

$$T \equiv g_{\mu\nu} T^{\mu\nu} = -\frac{c^3}{\sqrt{-g}} \sum_a \frac{m_a(\phi)}{u^0} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)), \quad (2.4)$$

где  $u^\mu = dx_a^\mu/d\tau_a$  – четырехскорость частицы с индексом  $a$ , где  $d\tau = \sqrt{-ds^2}/c$ ,  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$  – интервал,  $u_\mu u^\mu = -c^2$ ,  $\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t))$  – это трехмерная дельта-функция Дирака.

### 3. Уравнения поля в слабом пределе

Цель нашей работы: изучить гравитационное излучение двойной системы с пульсаром. Пульсар – нейтронная звезда с сильным магнитным полем. Поверхностный гравитационный потенциал такого объекта  $\Phi_{NS} = \frac{G_N M_{NS}}{c^2 R_{NS}} = 0.2$  (где  $G_N$  – гравитационная постоянная,  $M_{NS}$  – это масса нейтронной звезды,  $R_{NS}$  – радиус нейтронной звезды) довольно большой. Поэтому гравитационное поле вокруг нейтронной звезды очень сильное. Однако, для целей работы нужно измерение потока энергии, уносимого гравитационным излучением двойной системы, на большом расстоянии от источника. На такой большой дистанции значение поверхностного потенциала источника не оказывает заметного эффекта на метрику пространства-времени ( $g_{\mu\nu}$ ) и скалярное поле

( $\phi$ ). Поэтому можно рассматривать уравнения поля теории Хорндески относительно плоского фона. Таким образом, разложим скалярное и тензорное поля в пределе малых скоростей ( $v/c \ll 1$ ):

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 + \varphi, \\ g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu},\end{aligned}\tag{3.1}$$

где  $\phi_0$  - это асимптотическое значение скалярного поля вдалеке от системы источника (определяется космологическим фоновым решением),  $\eta_{\mu\nu}$  - тензор Минковского,  $h_{\mu\nu}$  и  $\varphi$  малые возмущения тензорного и скалярных полей порядка  $O(v^2/c^2)$ , соответственно. Здесь используется квазиминковская система координат.

Предел слабого поля и малых скоростей ( $v/c \ll 1$ ) описывается постньютоновским формализмом (ППН). ППН первоначально был разработан для сравнения различных метрических теорий друг с другом и ОТО [21]. Постньютоновский предел используется в рамках асимптотически плоского пространства-времени и малых скоростей. Движение материи подчиняется уравнениям гидродинамики для идеальной жидкости. ППН отлично описывает предел слабого поля. Поэтому в этой работе будем использовать ППН формализм для описания поля на орбите двойных пульсаров.

Принимая во внимание (3.1), что четыре произвольные функции  $G_2(\phi, X)$ ,  $G_3(\phi, X)$ ,  $G_4(\phi, X)$ ,  $G_5(\phi, X)$  могут быть разложены в ряд Тейлора около фонового значения скалярного поля:

$$\begin{aligned}G(\phi, X) &= \sum_{m,n=0}^{\infty} G_{(m,n)} \varphi^m X^n, \\ G_{(m,n)} &= \frac{1}{m!n!} \left. \frac{\partial^{m+n}}{\partial \phi^m \partial X^n} G(\phi, X) \right|_{\phi=\phi_0, X=0},\end{aligned}\tag{3.2}$$

где  $G_{(m,n)}$  - константы с размерностью ньютоновской гравитационной постоянной  $G_N$ .

В материальной части действия 2.3 инертная масса также произвольная функция скалярного поля, которая может быть разложена в ряд Тейлора око-

ло  $\phi_0$  тоже:

$$m_a(\phi) = m_a(\phi_0) \left[ 1 + s_a \frac{\phi}{\phi_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 (s'_a - s_a^2 + s_a) + O(\phi^3) \right]. \quad (3.3)$$

Далее будем обозначать  $m_a(\phi_0)$  как  $m_a$ . Величины  $s_a$  и  $s'_a$  являются чувствительностями первого и второго порядка. Эти величины были впервые введены Эрдли [16]:

$$s_a \equiv \left. \frac{\partial(\ln m_a)}{\partial(\ln \phi)} \right|_{\phi_0}, \quad s'_a \equiv \left. \frac{\partial^2(\ln m_a)}{\partial(\ln \phi)^2} \right|_{\phi_0}. \quad (3.4)$$

Теперь перейдем непосредственно к вычислению уравнений в пределе слабого поля (в общем виде они были получены в [20, 22]).

Для  $\phi$  получаем:

$$\begin{aligned} & -G_{2(0,1)} \square \varphi + G_{2(0,1)} h_{\mu\nu} \partial^\mu \partial^\nu \varphi + G_{2(0,1)} (\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2} \eta^{\tau\alpha} \partial_\alpha h) \partial_\tau \varphi - G_{2(1,1)} \varphi \square \varphi - \\ & G_{2(1,1)} \partial_\rho \varphi \partial^\rho \varphi + 2G_{3(1,0)} \square \varphi - 2G_{3(1,0)} h_{\mu\nu} \partial^\mu \partial^\nu \varphi - 2G_{3(1,0)} (\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2} \eta^{\tau\alpha} \partial_\alpha h) \partial_\tau \varphi + \\ & 4G_{3(2,0)} \varphi \square \varphi + 4G_{3(2,0)} \partial_\rho \varphi \partial^\rho \varphi + G_{3(0,1)} [(\square \varphi)^2 - (\partial_\rho \partial_\sigma \varphi)^2] + 2G_{4(0,1)} \partial^\mu \partial^\nu \varphi \times \\ & \left( \partial_\alpha \partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2} \square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial_\nu h - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha \partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \square h \right) - 2G_{4(1,1)} [(\square \varphi)^2 - \\ & (\partial_\rho \partial_\sigma \varphi)^2] - 2G_{5(1,0)} \partial^\mu \partial^\nu \varphi \left( \partial_\alpha \partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2} \square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial_\nu h - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha \partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \square h \right) = \\ & \frac{16\pi}{c^4} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + G_{2(1,0)} + 2G_{2(2,0)} \varphi + 3G_{2(3,0)} \varphi^2 - \left( \frac{1}{2} G_{2(1,1)} - 2G_{3(2,0)} \right) \partial_\rho \varphi \partial^\rho \varphi + \\ & G_{4(1,1)} [(\square \varphi)^2 - (\partial_\rho \partial_\sigma \varphi)^2] + (G_{4(1,0)} + 2G_{4(2,0)} \varphi) (\partial_\mu \partial_\nu h^{\mu\nu} - \square h) + G_{4(1,0)} R[h^2]. \end{aligned} \quad (3.5)$$

И для метрики  $g_{\mu\nu}$ :



$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}G_{2(0,0)}\eta_{\mu\nu} - \frac{1}{2}G_{2(0,0)}h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}G_{2(1,0)}\eta_{\mu\nu}\varphi - \frac{1}{2}G_{2(1,0)}h_{\mu\nu}\varphi - \frac{1}{2}G_{2(2,0)}\eta_{\mu\nu}\varphi^2 + \\
& \frac{1}{4}G_{2(0,1)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\varphi\partial^\rho\varphi - \frac{1}{2}G_{2(0,1)}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + G_{3(1,0)}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}G_{3(1,0)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\varphi\partial^\rho\varphi + \\
& G_{4(0,0)}\left(\partial_\alpha\partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2}\square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\square h\right) + \\
& G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}\square\varphi - G_{4(1,0)}\partial_\mu\partial_\nu\varphi + G_{4(1,0)}\varphi\left(\partial_\alpha\partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2}\square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h - \right. \\
& \left. \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\square h\right) + G_{4(0,0)}G_{\mu\nu}[h^2] + 2G_{4(2,0)}\eta_{\mu\nu}\varphi\square\varphi + G_{4(1,0)}h_{\mu\nu}\square\varphi + \\
& \frac{1}{2}G_{4(1,0)}\partial_\rho\varphi(\partial_\nu h_\mu^\rho + \partial_\mu h_\nu^\rho - \eta^{\rho\alpha}\partial_\alpha h_{\mu\nu}) - G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}(\partial_\rho h^{\tau\rho} - \frac{1}{2}\eta^{\tau\alpha}\partial_\alpha h)\partial_\tau\varphi - \\
& 2G_{4(2,0)}\varphi\partial_\mu\partial_\nu\varphi - G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}h_{\rho\sigma}\partial^\rho\partial^\sigma\varphi - G_{4(0,1)}\square\varphi\partial_\mu\partial_\nu\varphi + G_{4(0,1)}\partial_\rho\partial_\mu\varphi\partial^\rho\partial_\nu\varphi + \\
& 2G_{4(2,0)}\eta_{\mu\nu}\partial_\rho\varphi\partial^\rho\varphi - 2G_{4(2,0)}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + \frac{1}{2}G_{4(0,1)}\eta_{\mu\nu}[(\square\varphi)^2 - (\partial_\rho\partial_\sigma\varphi)^2] + \\
& G_{5(1,0)}\square\varphi\partial_\mu\partial_\nu\varphi - G_{5(1,0)}\partial_\rho\partial_\mu\varphi\partial^\rho\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}G_{5(1,0)}\eta_{\mu\nu}[(\square\varphi)^2 - (\partial_\rho\partial_\sigma\varphi)^2] = \frac{8\pi}{c^4}T_{\mu\nu},
\end{aligned}$$

где  $G_{\mu\nu}[h^2]$  - это часть тензора Эйнштейна второго порядка  $h_{\mu\nu}h^{\mu\nu}$ .

Учитывая 3.1 получим выражения для тензора энергии-импульса 2.4, его

следа и  $\frac{\partial T}{\partial\varphi}$  в ближней зоне:

$$\begin{aligned}
T^{\mu\nu} &= \sum_a m_a(\phi)u^\mu u^\nu \left(1 - \frac{h_k^k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2} + s_a \frac{\varphi}{\phi_0}\right) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)), \\
T &= -c^2 \sum_a m_a(\phi) \left(1 - \frac{h_k^k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2} + s_a \frac{\varphi}{\phi_0}\right) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)), \\
\frac{\partial T}{\partial\varphi} &= -c^2 \sum_a \frac{m_a(\phi)}{\phi_0} \left(s_a \left[1 - \frac{h_k^k}{2} - \frac{v_a^2}{2c^2}\right] - (s'_a - s_a^2 + s_a) \frac{\varphi}{\phi_0}\right) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)),
\end{aligned} \tag{3.6}$$

где  $v_a$  - это скорость объекта с индексом  $a$ .

Слагаемые  $G_{2(0,0)}$  и  $G_{2(1,0)}$  ответственны за эффекты темной энергии. Аштекер с соавторами показали, что эффекты темной энергии незначительно сказываются на гравитационных волнах от изолированных систем, так что мы пренебрежем этими слагаемыми [23].

## 4. Постньютоновское решение

Перед исследованием теории Хорндески в дальней зоне и изучением гравитационного излучения в точке детектора необходимо решить уравнения поля в ближней зоне, где генерируется гравитационное излучение. Запишем уравнения поля в постньютоновском приближении (ПН) 3.5 и 3 в первом ПН порядке (1 ПН)  $O(v/c)^4$ :

$$\begin{aligned}
& -G_{2(0,1)}\square\varphi + 2G_{3(1,0)}\square\varphi - G_{2(2,0)}\varphi - G_{4(1,0)}(\partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} - \square h) = \frac{16\pi}{c^4}\frac{\partial T}{\partial\varphi}, \\
& G_{4(0,0)}\left(\partial_\alpha\partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2}\square h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial_\nu h - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\square h\right) + \\
& G_{4(1,0)}\eta_{\mu\nu}\square\varphi - G_{4(1,0)}\partial_\mu\partial_\nu\varphi = \frac{8\pi}{c^4}T_{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Далее введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\theta_{\mu\nu} &= h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h - \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\eta_{\mu\nu}\varphi, \\
\theta &= -h - 4\frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\varphi.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Выбор калибровки  $\partial_\mu\theta^{\mu\nu} = 0$  позволяет записать уравнения поля в виде:

$$\square\theta_{\mu\nu} = -\frac{16\pi}{c^4 G_{4(0,0)}}T_{\mu\nu}, \tag{4.3}$$

$$\square\varphi - m_\varphi^2\varphi = \frac{16\pi}{c^4}c_\varphi S, \quad (4.4)$$

где

$$m_\varphi^2 = \frac{G_{2(2,0)}}{2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G_{4(1,0)}^2}{G_{4(0,0)}}},$$

$$c_\varphi = -\frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}\left(2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G_{4(1,0)}^2}{G_{4(0,0)}}\right)}, \quad (4.5)$$

$$S = T - \frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}}\frac{\partial T}{\partial\varphi}.$$

Уравнение 4.4 является аналогом неоднородного уравнения Клейна–Гордона, где параметр  $m_\varphi$  - обратная комптоновская длина волны скалярного поля. В настоящей работе используется система СГС, таким образом  $m_\varphi$  имеет размерность обратной длины ( $[cm^{-1}]$ ). Следующим нашим шагом станет получение решения для скалярного поля в ведущем порядке. Используя (4.4),(3.6) и (4.5) получим выражение для скалярного поля:

$$\varphi = \frac{4c_\varphi}{c^2} \sum_a \frac{m_a}{r_a} \left(1 - \frac{2s_a G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}}\right) e^{-m_\varphi r_a}, \quad (4.6)$$

где  $r_a = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)|$ .

Далее получим решение уравнений для тензорного поля 4.3 в 1 ПН в ближ-

ней волновой зоне:

$$\begin{aligned}
\theta_{00} &= \frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
\theta_{ij} &= \frac{4v_i v_j}{c^4 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^6, \\
\theta &= -\frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^4.
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Таким образом выражения для возмущения метрики в ведущем порядке примут вид:

$$\begin{aligned}
h_{00} &= \frac{2}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} + \frac{4c_\varphi G_{4(1,0)}}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} \left(1 - \frac{2s_a G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}}\right) e^{-m_\varphi r_a} + O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
h_{ij} &= \delta_{ij} \left[ \frac{2}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} - \frac{4c_\varphi G_{4(1,0)}}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} \left(1 - \frac{2s_a G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}}\right) e^{-m_\varphi r_a} \right] + \\
&\quad O\left(\frac{v}{c}\right)^4, \\
h &= \frac{4}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} - \frac{16c_\varphi G_{4(1,0)}}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_a \frac{m_a}{r_a} \left(1 - \frac{2s_a G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}}\right) e^{-m_\varphi r_a} + \left(\frac{v}{c}\right)^4,
\end{aligned} \tag{4.8}$$

с  $h_{oi} = O(v/c)^3$ , где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

## 5. ЭИХ. Уравнения движения

Слабый принцип эквивалентности гласит(СПЭ): "в каждой точке пространства-времени в произвольном гравитационном поле можно выбрать "локально инерциальную систему координат" такую, что в достаточно малой окрестности точки законы движения свободно падающих частиц будут иметь ту же форму, что и в неускоренных декартовых системах координат специальной теории относительности [24]." СПЭ один из самых фундаментальных принципов ОТО. В отличие от ОТО в модифицированных теориях гравитации СПЭ может быть

нарушен. В частности, в теории Хорндески зависимость инерциальной массы от чувствительности приводит к нарушению СПЭ. Чувствительность показывает изменение массы компактного объекта при его перемещении в скалярном поле. Поэтому разные тела реагируют не одинаково на движение относительно окружающего поля. Таким образом, они движутся по разным траекториям. Как видно, в связи с нарушением СПЭ изменяется классическая орбитальная динамика. Чтобы явным образом найти влияние чувствительности на законы движения, воспользуемся методом, предложенным Эйнштейном, Инфельдом, Хофманом (ЭИХ) [25].

Уравнения движения для массы  $m_a$  могут быть получены из материального Лагранжиана:

$$\begin{aligned}
L_{EIH} &= -c^2 \sum_a \int m_a(\phi) \frac{d\tau_a}{dt} = -c^2 \sum_a m_a(\phi) \sqrt{-g_{00} - 2g_{0i} \frac{v_a^i}{c} - g_{ij} \frac{v_a^i v_a^j}{c^2}} \\
&= - \sum_a m_a c^2 \left[ 1 - \frac{v_a^2}{2c^2} - \sum_{a \neq b} \left( \frac{1}{c^2 G_{4(0,0)}} \frac{m_b}{r_{ab}} + \frac{2c_\varphi G_{4(1,0)}}{c^2 G_{4(0,0)}} \frac{m_b}{r_{ab}} \left( 1 - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) e^{-m_\varphi r_{ab}} - \frac{4s_a c_\varphi m_b}{c^2 \phi_0 r_{ab}} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) e^{-m_\varphi r_{ab}} \right) + O\left(\frac{v}{c}\right)^4 \right],
\end{aligned} \tag{5.1}$$

где  $r_{ab} = |\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(t)|$ . Из уравнения движения (5.1) можно выделить эффективную гравитационную "постоянную":

$$\begin{aligned}
G_{ab} &= \left( \frac{1}{G_{4(0,0)}} + 2c_\varphi \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}} e^{-m_\varphi r_{ab}} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \frac{4s_a c_\varphi}{\phi_0} \left( 1 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) e^{-m_\varphi r_{ab}} \right).
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Этот результат является симметричным относительно перестановки индексов [14].

Соответствующие уравнения для движения  $n$  тел, определенные до Нью-

тоновского порядка:

$$\mathbf{a}_a = - \sum_{a \neq b} \frac{\mathcal{G}_{ab} m_b}{r_{ab}^2} \hat{\mathbf{r}}_{ab}, \quad (5.3)$$

с

$$\mathcal{G}_{ab} = \frac{1}{G_{4(0,0)}} \left( 1 + (1 + m_\varphi r_{ab}) e^{-m_\varphi r_{ab}} \left[ 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \frac{4s_a c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right] \right), \quad (5.4)$$

где  $\mathbf{a}_a$  – это ускорение объекта с индексом  $a$ ,  $\hat{\mathbf{r}}_{ab}$  – это единичный вектор направленные от объекта  $b$  к объекту  $a$ . Масса скалярного поля отвечает за эффекты темной энергии. Проявления этого эффекта начинают быть заметными с расстояний много больших, чем дистанция между компонентами двойного пульсара. Таким образом, используется приближение  $m_\varphi r_{ab} \ll 1$  и  $e^{-m_\varphi r_{ab}} \rightarrow 1$ . В этом случае, эффективная гравитационная постоянная между компонентами двойного пульсара принимает вид:

$$\mathcal{G}_{ab} = \frac{1}{G_{4(0,0)}} \left( 1 + 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \frac{4s_a c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right). \quad (5.5)$$

Сейчас давайте рассмотрим динамику двойной системы, состоящей из компактных объектов. Движение в двойной системе описывается третьим законом Кеплера:

$$a^3 (2\pi/P_b)^2 = \mathcal{G}_{12} m \quad (5.6)$$

И энергия гравитационной связи такой системы:

$$E = -\frac{\mathcal{G}_{12}m\mu}{2a}, \quad (5.7)$$

здесь  $a$  – это большая полуось,  $\mathcal{G}_{12}$  – эффективная гравитационная постоянная взаимодействия между компонентами двойной системы,  $m = m_1 + m_2$  и  $\mu = m_1m_2/m$ ,  $P_b$  – это орбитальный период двойной системы.

Потеря энергии на гравитационное излучение может быть выражена через первую производную орбитального периода, используя (5.6) и (5.7):

$$\frac{\dot{E}}{E} = -\frac{2\dot{P}_b}{3P_b}. \quad (5.8)$$

## 6. Гравитационное излучение от двойных систем.

В этом разделе сфокусируемся на диссипативных эффектах: посчитаем поток гравитационной энергии от двойной системы, включающий монопольную, дипольную, квадрупольную и диполь-октупольную составляющие, и определим их вклад в изменение орбитального периода. Тем не менее, прежде чем перейти к прямым вычислениям нам нужно получить псевдотензор энергии-импульса для теории Хорндески.

### 6.1. Эффективный псевдотензор энергии-импульса

Вдалеке от источника гравитационного поля (локальной системы) тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu} = 0$ . Однако, влияние локальной системы на плоское пространство–время сохраняется в виде тензорного и скалярного излучения. Это излучение обладает энергией и моментом и описывается эффективным псевдотензором энергии-импульса.

Существует множество различных методов построения псевдотензора энергии-импульса [26, 27]. В [26] авторами статьи были изучены четыре способа: при помощи второй вариации действия в коротковолновом приближении, при помощи уравнений второго порядка в коротковолновом приближении, построение симметричной энергетической конструкции по типу тензора Ландау-Лифшица,

и использование теоремы Нётер для построения псевдотензора. Все эти пути приводят к разным результатам, но они дают одинаковое выражение для потока энергии. В данной работе используется теорема Нётер. Этот подход соответствует нашим целям, и тот факт, что этот метод дает несимметричный псевдотензор энергии-импульса, не является существенным. Однако подобный подход имеет серьезные проблемы с определением углового момента изолированной гравитирующей системы. К счастью, в настоящей работе не требуется определять угловой момент.

Сначала рассмотрим действие в общем виде:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [L_g(g_{\mu\nu}, \partial_\alpha g_{\mu\nu}, \partial_\alpha \partial_\beta g_{\mu\nu}, \phi, \partial_\alpha \phi, \partial_\alpha \partial_\beta \phi) + L_m(q, \partial_\alpha q, \partial_\alpha \partial_\beta q, \phi, \partial_\alpha \phi, \partial_\alpha \partial_\beta \phi)], \quad (6.1)$$

где  $L_g$  – гравитационная лагранжева плотность,  $L_m$  – материальная лагранжева плотность,  $q$  – материальные поля.

Вдали от локальной системы законы сохранения принимают следующую форму:

$$\partial_\alpha (\sqrt{-g} [T_\gamma^\alpha + t_\gamma^\alpha]) = 0. \quad (6.2)$$

Часть с  $L_m$  в (6.2) дает канонический материальный тензор энергии-импульса, который эквивалентен тензору энергии-импульса Гильберта  $T_{\mu\nu}$ . Сохраняющаяся величина  $t_\gamma^\alpha$  – наш искомый псевдотензор. Метод Нётеровского тока определяет псевдотензор как:

$$t_\gamma^\alpha = -\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha g_{\mu\nu})} \partial_\gamma g_{\mu\nu} + \partial_\beta \left( \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha \partial_\beta g_{\mu\nu})} \right) \partial_\gamma g_{\mu\nu} - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha \partial_\beta g_{\mu\nu})} \partial_\beta \partial_\gamma g_{\mu\nu} - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha \phi)} \partial_\gamma \phi + \partial_\beta \left( \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha \partial_\beta \phi)} \right) \partial_\gamma \phi - \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\alpha \partial_\beta \phi)} \partial_\beta \partial_\gamma \phi + \delta_\gamma^\alpha L_g. \quad (6.3)$$

Теперь вернемся к теории Хорндески. Гравитационная часть лагранжевой



плотности задаётся выражениями (2.2). Используя выражения 3.1 лагранжева плотность выражается как:

$$L_2 = \frac{c^4}{16\pi} \left( G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{1}{2} G_{2(0,1)} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \right), \quad (6.4)$$

$$L_3 = -\frac{c^4}{16\pi} G_{3(1,0)} \eta_{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial^\nu \varphi,$$

$$L_4 = \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(0,0)}}{4} \left( 4\partial_\mu \partial_\nu h^{\mu\nu} - 4\Box h - 8h^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\alpha h_\nu^\alpha + 4h^{\mu\nu} \Box h_{\mu\nu} - 4\partial_\alpha h^{\alpha\mu} \partial_\nu h_\mu^\nu + \right. \right.$$

$$4\partial_\mu h^{\mu\nu} \partial_\nu h + 4h^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu h + 3\partial_\alpha h^{\mu\nu} \partial^\alpha h_{\mu\nu} - \partial_\mu h \partial^\mu h - 2\partial_\alpha h^{\mu\nu} \partial_\mu h_\nu^\alpha \left. \right) +$$

$$G_{4(0,1)} ((\Box \varphi)^2 - (\partial_\mu \partial_\nu \varphi)^2) + G_{4(1,0)} \varphi (\partial_\mu \partial_\nu h^{\mu\nu} - \Box h) \Big],$$

$$L_5 = \frac{c^4}{16\pi} G_{5(0,0)} \partial^\mu \partial^\nu \varphi \left( \partial_\alpha \partial_\nu h_\mu^\alpha - \frac{1}{2} \Box h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial_\nu h - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha \partial_\beta h^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \Box h \right). \quad (6.5)$$

В соответствии с четырехмерным аналогом теоремы Остроградского – Гаусса, можно выбросить полные производные из действия 2.1. Остальная часть

$$\sqrt{-g} L_2 = \sqrt{-g} \frac{c^4}{16\pi} \left( G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{1}{2} G_{2(0,1)} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \right),$$

$$\sqrt{-g} L_3 = \sqrt{-g} \frac{c^4}{16\pi} \left( G_{3(1,0)} \eta_{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial^\nu \varphi \right),$$

$$\sqrt{-g} L_4 = \sqrt{-g} \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(0,0)}}{4} \left( 2\partial_\alpha h^{\alpha\mu} \partial_\nu h_\mu^\nu - 2\partial_\mu h^{\mu\nu} \partial_\nu h - \partial_\alpha h^{\mu\nu} \partial^\alpha h_{\mu\nu} + \right. \right. \quad (6.6)$$

$$\left. \left. \partial_\mu h \partial^\mu h \right) - G_{4(1,0)} \partial_\mu \varphi (\partial_\nu h^{\mu\nu} - \partial^\mu h) \right],$$

$$\sqrt{-g} L_5 = 0.$$

Теперь применим выражение 6.3 в отношении 6.6:

$$\begin{aligned}
t_\gamma^\alpha = & \frac{c^4}{16\pi} \left( G_{2(0,1)} \partial_\gamma \varphi \partial^\alpha \varphi - 2G_{3(1,0)} \partial_\gamma \varphi \partial^\alpha \varphi + \frac{G_{4(0,0)}}{4} \left( -4\partial_\nu h^{\nu\mu} \partial_\gamma h_\mu^\alpha + \right. \right. \\
& \left. \left. 2\partial_\mu h^{\mu\alpha} \partial_\gamma h + 2\partial_\gamma h^{\mu\nu} \partial^\alpha h_{\mu\nu} - 2\partial_\gamma h \partial^\alpha h + 2\partial_\gamma h^{\alpha\nu} \partial_\nu h \right) + \right. \\
& G_{4(1,0)} \partial_\mu \varphi \partial_\gamma h^{\mu\alpha} + G_{4(1,0)} \partial_\gamma \varphi (\partial_\nu h^{\alpha\nu} - \partial^\alpha h) - G_{4(1,0)} \partial^\alpha \varphi \partial_\gamma h \\
& + \delta_\gamma^\alpha \left[ G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{1}{2} G_{2(0,1)} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + G_{3(1,0)} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + \frac{G_{4(0,0)}}{4} \times \right. \\
& \left. \left( 2\partial_\alpha h^{\alpha\mu} \partial_\nu h_\mu^\nu - 2\partial_\mu h^{\mu\nu} \partial_\nu h - \partial_\alpha h^{\mu\nu} \partial^\alpha h_{\mu\nu} + \partial_\mu h \partial^\mu h \right) - \right. \\
& \left. G_{4(1,0)} \partial_\mu \varphi (\partial_\nu h^{\mu\nu} - \partial^\mu h) \right] \Big). \tag{6.7}
\end{aligned}$$

Далее переходим к новым координатам (4.2) и вводим поперечную бесследовую (ТТ) калибровку, включающую два условия  $\partial_\mu \theta^{\mu\nu} = 0$  и  $\eta_{\mu\nu} \theta^{\mu\nu} = 0$ . В итоге получим:

$$\begin{aligned}
t_\gamma^\alpha = & \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(0,0)}}{2} \partial_\gamma \theta^{\mu\nu} \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \partial_\gamma \varphi \partial^\alpha \varphi \left( 2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - 3\frac{G_{4(1,0)}^2}{G_{4(0,0)}} \right) + \right. \\
& \delta_\gamma^\alpha \left( G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{G_{4(0,0)}}{4} \partial_\alpha \theta^{\mu\nu} \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \left( 2G_{3(1,0)} - G_{2(0,1)} - \right. \right. \\
& \left. \left. 3\frac{G_{4(1,0)}^2}{G_{4(0,0)}} \right) \right] = \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(0,0)}}{2} \partial_\gamma \theta^{\mu\nu} \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} + \frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)} c_\varphi} \partial_\gamma \varphi \partial^\alpha \varphi \right. \\
& \left. + \delta_\gamma^\alpha \left( G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{G_{4(0,0)}}{4} \partial_\alpha \theta^{\mu\nu} \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{G_{4(1,0)}}{4G_{4(0,0)} c_\varphi} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \right) \right]. \tag{6.8}
\end{aligned}$$

Из выражения 6.8 ясно, что наши последующие результаты согласуются с ограничениями, полученными из наблюдений слияния двойных нейтронных звезд GW170817 [11] и соответствующего гамма-всплеска GRB 170817A [13]. Авторы статьи [12] ограничивают параметры теории Хорндески  $G_{4X} = 0$ ,  $G_5 = \text{constant}$ , но из выражения 6.8 следует, что оба этих параметра не участвуют

в дальнейших расчетах изменения орбитального периода.

Теперь у нас есть всё необходимое для расчетов тензорного и скалярного потока энергии.

## 6.2. Тензорные и скалярные потоки

Гравитационные волны несут энергию и вызывают искажение пространства-времени. Различные характеристики момента и энергии (плотности и потоки) гравитационных волн могут быть выражены в терминах псевдотензора энергии-импульса. Компонента  $t_{0i}$  ответственна за поток энергии [28], и так усредненная скорость изменения энергии связи двойной системы принимает вид:

$$\langle \dot{E} \rangle = -cr^2 \int d\Omega \langle t_{0i}^{TT} \rangle, \quad (6.9)$$

где угловые скобки представляют собой усреднение по времени за период движения системы,  $\Omega$  – телесный угол, ТТ означает поперечная бесследовая калибровка.

В ОТО поток энергии возникает только за счет распространения тензорной моды, но в общем случае скалярно-тензорных теорий гравитационное излучение включает в себя тензорную и скалярную моду. В волновой зоне (дальней зоне) материя отсутствует и  $T^{\alpha\gamma} = 0$ , поэтому закон сохранения переписывается в виде  $\partial_\alpha t_{TT}^{\alpha\gamma} = 0$ . Поскольку в псевдотензоре нет смешанных компонент  $t_{TT}^{\alpha\gamma}$  ( $\theta_{\mu\nu}$  и  $\varphi$  не связаны), тензорная часть псевдотензора энергии-импульса (т.е. нётеровский ток)

$$t_{\alpha\gamma}^{TT}(\theta_{\mu\nu}^{TT}) = \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(0,0)}}{2} \partial_\gamma \theta_{TT}^{\mu\nu} \partial_\alpha \theta_{\mu\nu}^{TT} - \delta_{\alpha\gamma} \left( \frac{G_{4(0,0)}}{4} \partial_\mu \theta_{TT}^{\mu\nu} \partial^\mu \theta_{\mu\nu}^{TT} \right) \right] \quad (6.10)$$

И скалярная часть

$$t_{\alpha\gamma}(\varphi) = \frac{c^4}{16\pi} \left[ \frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)}c_\varphi} \partial_\gamma \varphi \partial_\alpha \varphi + \delta_{\alpha\gamma} \left( G_{2(2,0)} \varphi^2 - \frac{G_{4(1,0)}}{4G_{4(0,0)}c_\varphi} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \right) \right] \quad (6.11)$$

соответственно сохраняются, и можно исследовать их отдельно.

### 6.3. Тензорные поток

Согласно (6.9) поток энергии, излучаемый в гравитационных волнах тензорной частью, равен

$$\langle \dot{E}_g \rangle = -cr^2 \int d\Omega \langle t_{TT}^{0i}(\theta_{\mu\nu}) \rangle = \frac{c^5 r^2}{16\pi} \int d\Omega \left\langle \frac{G_{4(0,0)}}{2} \partial_0 \theta_{TT}^{\mu\nu} \partial_r \theta_{\mu\nu}^{TT} \right\rangle. \quad (6.12)$$

Тензорная часть безмассова и распространяется со скоростью света, следовательно на больших дистанциях  $\theta_{ij}(t, r)$  задается в форме  $f_{ij}(t - r/c)$ , таким образом  $\partial_r \theta_{ij} = -\partial_0 \theta_{ij}$  в лидирующем порядке. Используя этот факт, поток тензорной энергии (6.12) может быть упрощен

$$\langle \dot{E}_g \rangle = -\frac{c^5 r^2 G_{4(0,0)}}{32\pi} \int d\Omega \langle \partial_0 \theta_{TT}^{\mu\nu} \partial_0 \theta_{\mu\nu}^{TT} \rangle. \quad (6.13)$$

Теперь вернемся к выражению 4.3. Формальное решение

$$\theta_{\mu\nu} = \frac{4}{c^4 G_{4(0,0)}} \int_N d^3 \mathbf{r}' \frac{T_{\mu\nu}(t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (6.14)$$

Здесь точка источника  $\mathbf{r}'$  принадлежит ближней зоне  $N$ , тогда как точка поля  $\mathbf{r}$  расположена в дальней зоне (волновой зоне), такой что  $|\mathbf{r}'| \ll |\mathbf{r}|$ . Принимая во внимание это условие, то можно разложить подынтегральное выражение в ряд по степеням  $(\mathbf{n} \times \mathbf{r}')$  в приближении малых скоростей:

$$\theta_{\mu\nu} = \frac{4}{rc^4 G_{4(0,0)}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{c^l l!} \frac{\partial^l}{\partial t^l} \int_N T_{\mu\nu}(t - r/c, \mathbf{r}') (\mathbf{n} \times \mathbf{r}')^l d^3 \mathbf{r}', \quad (6.15)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$  – единичный вектор в направлении вектора  $\mathbf{r}$ . Используя закон сохранения  $\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0$ , можно представить пространственные компоненты  $\theta_{ij}$  в лидирующем порядке ( $l = 0$ ):

$$\begin{aligned} \theta_{ij} &= \frac{4}{rc^4 G_{4(0,0)}} \int T_{ij}(t - r/c, \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' = \frac{2}{rc^6 G_{4(0,0)}} \times \\ &\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int T_{00}(t - r/c, \mathbf{r}') r'_i r'_j d^3 \mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Как и в ОТО, в тензорной части существует только квадрупольный момент  $T_{00}$ . Таким образом, вклады монополя и диполя отсутствуют в тензорном гравитационном излучении, поскольку тензорный гравитон является безмассовой частицей со спином 2.

Величина  $T_{00}$  является энергетической плотностью.  $T_{00}$  в первом ПН порядке:

$$T_{00} = \sum_a m_a(\phi) c^2 \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)). \quad (6.17)$$

Подставляя это выражение в 6.16 мы получим

$$\theta_{ij} = \frac{2}{rc^4 G_{4(0,0)}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} M_{ij} \Big|_{ret}, \quad (6.18)$$

где

$$M_{ij} = \sum_a m^a(\phi) r_i^a(t) r_j^a(t) \quad (6.19)$$

Это квадрупольный момент. Индекс “ret” означает, что величина  $M_{ij}$  выражается через запаздывающее время  $t - r/c$ .

Теперь возможно записать усредненный поток энергии в тензорном секто-

ре, переносимый гравитационными волнами в терминах квадрупольных моментов:

$$\langle \dot{E}_g \rangle = -\frac{1}{5c^5 G_{4(0,0)}} \left\langle \ddot{M}^{kl} \ddot{M}_{kl} - \frac{1}{3} (\ddot{M}^{kk})^2 \right\rangle. \quad (6.20)$$

Для интегрирования по телесному углу используется тот факт, что  $\theta_{ij}^{TT} = \Lambda_{ij,kl} \theta^{kl}$ . Здесь проектор  $\Lambda_{ij,kl}$  – лямбда тензор определенный в [18]. Точка над символом обозначает производную по координатному времени. В нашей работе рассматриваются только двойные системы с квазикруговыми орбитами, которые можно параметризовать

$$\begin{aligned} x_1(t) &= -R_1 \cos(\omega t), \quad y_1(t) = -R_1 \sin(\omega t), \quad z_1 = 0; \\ x_2(t) &= -R_2 \cos(\omega t), \quad y_2(t) = -R_2 \sin(\omega t), \quad z_2 = 0, \end{aligned} \quad (6.21)$$

Здесь  $R_a$  – обозначает радиусы орбит компонент двойной системы и  $\omega$  – орбитальная частота. Используя третий закон Кеплера 5.6 находим искомую форму усредненного тензорного потока энергии, излучаемого гравитационными волнами:

$$\begin{aligned} \langle \dot{E}_g \rangle &= -\frac{32\mu^2 (\mathcal{G}_{12} m)^3}{5c^5 G_{4(0,0)} R^5} = -\frac{32\mu^2 m^3}{5c^5 G_{4(0,0)}^4 R^5} \left( 1 + \left[ 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{4s_a c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \left( 1 - \frac{2s_b G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right] \right)^3, \end{aligned} \quad (6.22)$$

где  $R = R_1 + R_2$  и в случае квазикруговых орбит в 5.6  $R = a$ . Величина  $\mathcal{G}_{12}$  – эффективная гравитационная константа взаимодействия между компонентами двойной системы 5.5.

## 6.4. Поток скалярной энергии

Теперь получим изменение энергии связи за счет скалярного излучения. Наше рассмотрение начинается с формального решения уравнения (4.4). Получение решения такого типа с использованием метода функций Грина по-

дробно описано в [18, 19, 29]. Приведем окончательное выражение для формального решения:

$$\varphi = -\frac{4c_\varphi}{rc^4} \int_0^\infty dz J_1(z) \sum_{l=0}^\infty \frac{1}{c^l l!} \frac{\partial^l}{\partial t^l} \int_N d^3 \mathbf{r}' (\mathbf{n} \times \mathbf{r}')^l \left[ S(t - r/c, \mathbf{r}') - \frac{S(t - ru(r, z)/c, \mathbf{r}')}{u^{l+1}(r, z)} \right], \quad (6.23)$$

где  $J_1$  - это функция Бесселя первого типа,  $S(t, r)$  - это функция источника из выражения 4.5,  $z = m_\varphi \sqrt{c^2(t - t')^2 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}$  и  $u(r, z) = \sqrt{1 + (z/m_\varphi r)^2}$ . Здесь регион интегрирования  $N$  находится в ближней зоне, и  $|\mathbf{r}'| \ll |\mathbf{r}|$ . Подставляя исходный член  $S(t, r)$  в явном виде 4.5 и выполняя интегрирование по  $\mathbf{r}'$  получаем, выражение для  $\varphi$  через скалярные мультипольные моменты  $\mathcal{M}_l^L$ :

$$\varphi = \frac{4c_\varphi}{rc^2} \int_0^\infty dz J_1(z) \sum_{l=0}^\infty \frac{1}{c^l l!} n_L \partial_t^l \mathcal{M}_l^L, \quad (6.24)$$

где

$$\mathcal{M}_l^L = \mathcal{M}_l^{i_1 i_2 \dots i_l}(t, r, z) = \sum_a \left( M_a(t - r/c) r_a^L(t - r/c) - u^{-(l+1)}(r, z) \times M_a(t - ru(r, z)/c) r_a^L(t - ru(r, z)/c) \right) \quad (6.25)$$

и

$$\begin{aligned}
M_a(t) = & m_a \left[ 1 - 2 \frac{G_{4(0,0)} s_a}{G_{4(1,0)} \phi_0} - \frac{v_a^2}{2c^2} \left( 1 - \frac{2G_{4(0,0)} s_a}{G_{4(1,0)} \phi_0} \right) - 3 \sum_{b \neq a} \frac{m_b}{r_{ab}(t) c^2 G_{4(0,0)}} \right. \\
& \times \left( 1 - \frac{2G_{4(0,0)} s_b}{G_{4(1,0)} \phi_0} \right) + \frac{6G_{4(1,0)} c_\varphi}{c^2 G_{4(0,0)}} \sum_{b \neq a} \frac{m_b}{r_{ab}(t)} e^{-m_\varphi R} \left( 1 - \frac{2G_{4(0,0)} s_b}{G_{4(1,0)} \phi_0} \right) \\
& - \sum_{b \neq a} \frac{m_b}{r_{ab}(t) c^2} e^{-m_\varphi R} \left( 1 - \frac{2G_{4(0,0)} s_b}{G_{4(1,0)} \phi_0} \right) \left( \frac{8c_\varphi s_a}{\phi_0} - \frac{8}{\phi_0} \frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}} \right. \\
& \left. \left. \times (s'_a - s_a^2 + s_a) c_\varphi \right) \right], \tag{6.26}
\end{aligned}$$

где  $n_L = n_{i_1} n_{i_2} \dots n_{i_l}$ ,  $r_a^L(t) = r_a^{i_1}(t) r_a^{i_2}(t) \dots r_a^{i_l}(t)$ .

Усреднённый поток энергии скалярного излучения:

$$\langle \dot{E}_\varphi \rangle = -cr^2 \int d\Omega \langle t^{0i}(\varphi) \rangle = \frac{c^5 r^2}{16\pi} \int d\Omega \left\langle \frac{G_{4(1,0)}}{2G_{4(0,0)} c_\varphi} \partial_0 \varphi \partial_r \varphi \right\rangle. \tag{6.27}$$

В случае скалярного потока излучения нельзя заменить производные по пространству на производные по времени, как было сделано в тензорном случае, потому что  $\varphi$  не является функцией от аргумента  $(t - r/c)$ . Зависимость от  $r$  более сложная. Это происходит из-за наличия массы скалярного поля в уравнении (4.4). Теперь напишем выражения для временной и пространственной производных для  $\varphi$ :

$$\begin{aligned}
\partial_0 \varphi &= \frac{4c_\varphi}{rc^2} \int_0^\infty dz J_1(z) \sum_{l=0}^\infty \frac{1}{c^{l+1} l!} n_L \partial_t^{l+1} \mathcal{M}_l^L, \\
\partial_r \varphi &= -\frac{4c_\varphi}{rc^2} \int_0^\infty dz J_1(z) \sum_{l=0}^\infty \frac{1}{c^{l+1} l!} n_L \partial_t^{l+1} \mathcal{M}_{l+1}^L, \tag{6.28}
\end{aligned}$$



где скалярные мультипольные моменты  $\mathcal{M}_{l+1}^L$  определяются как

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_l^L = \mathcal{M}_l^{i_1 i_2 \dots i_l}(t, r, z) = \sum_a \left( M_a(t - r/c) r_a^L(t - r/c) - u^{-(l+2)}(r, z) \right. \\ \left. \times M_a(t - ru(r, z)/c) r_a^L(t - ru(r, z)/c) \right). \end{aligned} \quad (6.29)$$

С учетом монопольных, дипольных, квадрупольных и диполь-октупольных членов поток энергии от скалярной части можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \langle \dot{E}_\varphi \rangle = - \frac{2c^5 G_{4(1,0)} c_\varphi}{G_{4(0,0)}} \int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2) \times \left\langle \frac{1}{c^6} \dot{\mathcal{M}}_0 \dot{\mathcal{M}}_1 + \right. \\ \frac{1}{6c^8} \left( 2\ddot{\mathcal{M}}_1^k \ddot{\mathcal{M}}_2^k + \dot{\mathcal{M}}_0 \ddot{\mathcal{M}}_3^{kk} + \dot{\mathcal{M}}_1 \ddot{\mathcal{M}}_2^{kk} \right) + \frac{1}{60c^{10}} \left( 2\ddot{\mathcal{M}}_2^{kl} \ddot{\mathcal{M}}_3^{kl} \right. \\ \left. + \ddot{\mathcal{M}}_2^{kk} \ddot{\mathcal{M}}_3^{ll} \right) + \frac{1}{30c^{10}} \left( \ddot{\mathcal{M}}_1^k \ddot{\mathcal{M}}_4^{kll} + \ddot{\mathcal{M}}_2^k \ddot{\mathcal{M}}_3^{kll} \right) \Bigg\rangle, \end{aligned} \quad (6.30)$$

где использовалось соотношение:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\Omega}{4\pi} n_{i_1} n_{i_2} \dots n_{i_k} \\ = \begin{cases} 0, & \text{for } k = \text{odd}, \\ \frac{\delta_{i_1 i_2} \delta_{i_3 i_4} \dots \delta_{i_{k-1} i_k} + \dots}{(k+1)!!}, & \text{for } k = \text{even}, \end{cases} \end{aligned} \quad (6.31)$$

многоточие в конце обозначает все возможные пары индексов.

Сейчас получим выражения для производных по времени от монополя, диполя, квадруполя и октуполя (6.21):

1. Монополь.

$$\dot{\mathcal{M}}_0 = \dot{\mathcal{M}}_1 = 0. \quad (6.32)$$

## 2. Диполь

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{M}}_1^k = \mu R \omega^2 (A_d + \bar{A}_d \frac{\mu}{c^2 R}) & [\cos(\omega(t - r/c)) - u^{-2} \cos(\omega(t - ru/c)), \\ & \sin(\omega(t - r/c)) - u^{-2} \sin(\omega(t - ru/c)), 0], \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{M}}_2^k = \mu R \omega^2 (A_d + \bar{A}_d \frac{\mu}{c^2 R}) & [\cos(\omega(t - r/c)) - u^{-3} \cos(\omega(t - ru/c)), \\ & \sin(\omega(t - r/c)) - u^{-3} \sin(\omega(t - ru/c)), 0]. \end{aligned}$$

## 3. Квадруполь

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{M}}_2^{kl} &= \begin{pmatrix} \ddot{\mathcal{M}}_2^{11} & \ddot{\mathcal{M}}_2^{12} & 0 \\ \ddot{\mathcal{M}}_2^{12} & -\ddot{\mathcal{M}}_2^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \ddot{\mathcal{M}}_3^{kl} &= \begin{pmatrix} \ddot{\mathcal{M}}_3^{11} & \ddot{\mathcal{M}}_3^{12} & 0 \\ \ddot{\mathcal{M}}_3^{12} & -\ddot{\mathcal{M}}_3^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.34)$$

где

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{M}}_2^{11} &= 4A_q \mu \omega^3 R^2 [\sin(2\omega(t - r/c)) - u^{-3} \sin(2\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_2^{12} &= -4A_q \mu \omega^3 R^2 [\cos(2\omega(t - r/c)) - u^{-3} \cos(2\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_3^{11} &= 4A_q \mu \omega^3 R^2 [\sin(2\omega(t - r/c)) - u^{-4} \sin(2\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_3^{12} &= -4A_q \mu \omega^3 R^2 [\cos(2\omega(t - r/c)) - u^{-4} \cos(2\omega(t - ru/c))]. \end{aligned} \quad (6.35)$$

## 4. Октуполь

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{M}}_3^{1kk} &= A_o \mu \omega^4 R^3 [\cos(\omega(t - r/c)) - u^{-4} \cos(\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_3^{2kk} &= A_o \mu \omega^4 R^3 [\sin(\omega(t - r/c)) - u^{-4} \sin(\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_4^{1kk} &= A_o \mu \omega^4 R^3 [\cos(\omega(t - r/c)) - u^{-5} \cos(\omega(t - ru/c))], \\ \ddot{\mathcal{M}}_4^{2kk} &= A_o \mu \omega^4 R^3 [\sin(\omega(t - r/c)) - u^{-5} \sin(\omega(t - ru/c))]. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Выше использовались соотношения:

$$\begin{aligned}
A_d &= \frac{2G_{4(0,0)}(s_2 - s_1)}{G_{4(1,0)}\phi_0}, \\
\bar{A}_d &= -\frac{7}{2G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2}\right) + \frac{7}{G_{4(1,0)}\phi_0}\left(\frac{m_2s_1}{m_1} - \frac{m_1s_2}{m_2}\right) + \frac{6}{G_{4(1,0)}\phi_0}(s_1 - s_2) + \\
&\frac{23}{4}c_\varphi \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}}\left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2}\right) + \frac{15c_\varphi}{2\phi_0}\left(\frac{m_1s_2}{m_2} - \frac{m_2s_1}{m_1}\right) + \frac{12c_\varphi}{\phi_0}\left(\frac{m_1s_1}{m_2} - \frac{m_2s_2}{m_1}\right) + \\
&\frac{14G_{4(0,0)}s_1s_2c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}\left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2}\right) + \frac{c_\varphi(s_1 + s_2)}{2\phi_0}\left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2}\right) + \frac{8G_{4(0,0)}c_\varphi(s_1 - s_2)}{G_{4(1,0)}\phi_0^2} + \\
&\frac{8G_{4(0,0)}c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}\left(\frac{m_2s_1}{m_1} - \frac{m_1s_2}{m_2}\right) + \frac{9G_{4(0,0)}c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}\left(\frac{s_2^2m_1}{m_2} - \frac{s_1^2m_2}{m_1}\right) + \frac{4c_\varphi(s_1 - s_2)}{\phi_0} + \\
&\frac{18G_{4(0,0)}^2c_\varphi}{G_{4(1,0)}^2\phi_0^3}\left(\frac{s_1^2s_2m_2}{m_1} - \frac{s_2^2s_1m_1}{m_2}\right) + \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\varphi}{G_{4(1,0)}^2\phi_0^3}(s_1^2s_2 - s_2^2s_1) + \\
&\frac{8G_{4(0,0)}c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}\left(\frac{m_2s'_1}{m_1} - \frac{m_1s'_2}{m_2}\right) + \frac{8G_{4(0,0)}c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}(s'_1 - s'_2) + \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\varphi s_1s_2}{G_{4(1,0)}^2\phi_0^3}\left(\frac{m_1}{m_2} - \frac{m_2}{m_1}\right) + \\
&\frac{8G_{4(0,0)}c_\varphi}{G_{4(1,0)}\phi_0^2}(s_2^2 - s_1^2) + \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\varphi}{G_{4(1,0)}^2\phi_0^3}\left(\frac{s_1s'_2m_1}{m_2} - \frac{s_2s'_1m_2}{m_1}\right) + \frac{16G_{4(0,0)}^2c_\varphi}{G_{4(1,0)}^2\phi_0^3}(s_1s'_2 - s_2s'_1), \\
A_q &= 1 - \frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}\phi_0} \frac{s_2m_1 + s_1m_2}{m}, \\
A_o &= \frac{m_1 - m_2}{m} - \frac{2G_{4(0,0)}}{G_{4(1,0)}\phi_0} \frac{s_2m_1^2 - s_1m_2^2}{m^2}.
\end{aligned} \tag{6.37}$$

Можно разделить поток энергии в скалярном секторе на дипольные, квадрупольные и диполь-октупольные компоненты:

$$\langle \dot{E}_\varphi \rangle = \langle \dot{E}_\varphi^D \rangle + \langle \dot{E}_\varphi^Q \rangle + \langle \dot{E}_\varphi^{DO} \rangle, \tag{6.38}$$

где скалярная дипольная выглядит следующим образом

$$\begin{aligned}
\langle \dot{E}_\varphi^D \rangle &= -\frac{2G_{4(1,0)}c_\varphi}{3c^3G_{4(0,0)}} \int \int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2) \langle \ddot{M}_1^k(z_1) \ddot{M}_2^k(z_2) \rangle = \\
&= -\frac{2G_{4(1,0)}c_\varphi \mu^2 \mathcal{G}_{12}^2 m^2}{3c^3G_{4(0,0)} R^4} \left( A_d^2 + A_d \bar{A}_d \frac{2\mu}{c^2 R} \right) \left[ 1 - \cos(\omega r/c) \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_2 - \right. \\
&\quad \sin(\omega r/c) \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_2 - (\cos(\omega r/c) - \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_2) \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_3 - \\
&\quad \left. (\sin(\omega r/c) - \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_2) \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_3 \right],
\end{aligned} \tag{6.39}$$

скалярная квадрупольная

$$\begin{aligned}
\langle \dot{E}_\varphi^Q \rangle &= -\frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{15c^5G_{4(0,0)}} \int \int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2) \times \langle \ddot{M}_2^{kl} \ddot{M}_3^{kl} \rangle = \\
&= -\frac{32G_{4(1,0)}c_\varphi \mu^2 \mathcal{G}_{12}^3 m^3}{15c^5G_{4(0,0)} R^5} A_q^2 \times \left[ 1 - \cos(2\omega r/c) \langle \cos(2\omega r u/c) \rangle_3 - \sin(2\omega r/c) \times \right. \\
&\quad \langle \sin(2\omega r u/c) \rangle_3 - (\cos(2\omega r/c) - \langle \cos(2\omega r u/c) \rangle_3) \langle \cos(2\omega r u/c) \rangle_4 - (\sin(2\omega r/c) - \\
&\quad \left. \langle \sin(2\omega r u/c) \rangle_3) \langle \sin(2\omega r u/c) \rangle_4 \right]
\end{aligned} \tag{6.40}$$

скалярная диполь-октупольная

$$\begin{aligned}
\langle \dot{E}_\varphi^{DO} \rangle &= -\frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{15c^5G_{4(0,0)}} \int \int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2) \times \left\langle \left( \ddot{M}_1^k \ddot{M}_4^{kll} + \ddot{M}_2^k \ddot{M}_3^{kll} \right) \right\rangle \\
&= \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi \mu^2 \mathcal{G}_{12}^3 m^3}{15c^5G_{4(0,0)} R^5} A_d A_o \left[ 2 - \cos(\omega r/c) (\langle \cos(\omega r u/c) \rangle_2 \right. \\
&\quad + \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_3 + \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_4 + \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_5) - \sin(\omega r/c) \\
&\quad \times (\langle \sin(\omega r u/c) \rangle_2 + \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_3 + \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_4 + \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_5) \\
&\quad + \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_2 \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_5 + \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_3 \langle \cos(\omega r u/c) \rangle_4 \\
&\quad \left. + \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_2 \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_5 + \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_3 \langle \sin(\omega r u/c) \rangle_4 \right].
\end{aligned} \tag{6.41}$$

Здесь мы использовали третий закон Кеплера 5.6 и ввели следующие обозначения для интегралов:

$$\langle \sin\left(\frac{\omega r u}{c}\right) \rangle_n \equiv \int_0^\infty \sin\left(\frac{\omega r}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{z}{m_\varphi r}\right)^2}\right) \frac{J_1(z) dz}{\left(1 + \left(\frac{z}{m_\varphi r}\right)^2\right)^{n/2}}, \quad (6.42)$$

$$\langle \cos\left(\frac{\omega r u}{c}\right) \rangle_n \equiv \int_0^\infty \cos\left(\frac{\omega r}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{z}{m_\varphi r}\right)^2}\right) \frac{J_1(z) dz}{\left(1 + \left(\frac{z}{m_\varphi r}\right)^2\right)^{n/2}}. \quad (6.43)$$

Теперь давайте получим окончательное выражение для скалярного потока энергии, для этого сначала найдем значение этих интегралов в пределе  $r \rightarrow \infty$ . Детальные расчеты приведены в [18, 19]. Покажем лишь конечный результат:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \langle \sin\left(\frac{\omega r u}{c}\right) \rangle_n \equiv \quad (6.44)$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\omega r}{c}\right) - \left(\frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c}\right)^{n-1} (\omega) \cos(\omega r v_{\varphi_g}(\omega)), \\ \text{for } \omega > c m_\varphi, \\ \\ \sin\left(\frac{\omega r}{c}\right) - \frac{(-1)^{n-1-1}}{2} \left(\frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c}\right)^{n-1} e^{-i\omega r v_{\varphi_g}(\omega)}, \\ \text{for } \omega < c m_\varphi, \end{cases} \quad (6.45)$$

и

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\langle \cos\left(\frac{\omega r u}{c}\right) \right\rangle_n \equiv \quad (6.46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\omega r}{c}\right) - \left(\frac{v_{\varphi g}(\omega)}{c}\right)^{n-1} \cos(\omega r v_{\varphi g}(\omega)), \\ \text{for } \omega > c m_{\varphi}, \\ \\ \cos\left(\frac{\omega r}{c}\right) - \frac{(-1)^{n-1}+1}{2} \left(\frac{v_{\varphi g}(\omega)}{c}\right)^{n-1} (\omega) e^{-i\omega r v_{\varphi g}(\omega)}, \\ \text{for } \omega < c m_{\varphi}, \end{array} \right. \quad (6.47)$$

где  $v_{\varphi g}(\omega) = c\sqrt{1 - m_{\varphi}^2 c^2 / \omega^2}$  – это скорость распространения скалярного излучения.

Наконец, представим выражения для дипольной части скалярного излучения:

$$\left\langle \dot{E}_{\varphi}^D \right\rangle = -\frac{2G_{4(1,0)}c_{\varphi}\mu^2\mathcal{G}_{12}^2m^2}{3c^3G_{4(0,0)}R^4} \left( A_d^2 + A_d\bar{A}_d \frac{2\mu}{c^2R} \right) \left( \frac{v_{\varphi g}(\omega)}{c} \right)^3 \Theta(\omega - c m_{\varphi}), \quad (6.48)$$

квадрупольной части:

$$\left\langle \dot{E}_{\varphi}^Q \right\rangle = -\frac{32G_{4(1,0)}c_{\varphi}\mu^2\mathcal{G}_{12}^3m^3}{15c^5G_{4(0,0)}R^5} A_q^2 \left( \frac{v_{\varphi g}(2\omega)}{c} \right)^5 \Theta(2\omega - c m_{\varphi}), \quad (6.49)$$

диполь-октупольной части:

$$\left\langle \dot{E}_{\varphi}^{DO} \right\rangle = \frac{G_{4(1,0)}c_{\varphi}}{15c^5G_{4(0,0)}} \frac{\mu^2\mathcal{G}_{12}^3m^3}{R^5} A_d A_o \left( \frac{v_{\varphi g}(\omega)}{c} \right)^5 \Theta(\omega - c m_{\varphi}), \quad (6.50)$$

где  $\Theta(\omega - c m_{\varphi})$  – функция Хевисайда.

Важно подчеркнуть, что в данной работе учитывались ПН поправки к дипольному члену и диполь-октупольный член, которые отсутствуют, если пренебречь членами порядка  $O(1/c^4)$  при рассмотрении выражения для  $\varphi$ .

Полное выражение для скалярного излучения выглядит так:

$$\begin{aligned}
\langle \dot{E}_\varphi \rangle &= \langle \dot{E}_g^Q \rangle + \langle \dot{E}_\varphi^D \rangle + \langle \dot{E}_\varphi^Q \rangle + \langle \dot{E}_\varphi^{DO} \rangle = -\frac{32\mu^2(\mathcal{G}_{12}m)^3}{5c^5G_{4(0,0)}R^5} \left[ 1 + \right. \\
&\quad \frac{5c^2G_{4(1,0)}c_\varphi R}{48\mathcal{G}_{12}m} \left( A_d^2 + A_d\bar{A}_d \frac{2\mu}{c^2R} \right) \left( \frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c} \right)^3 \Theta(\omega - cm_\varphi) + \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{3} A_q^2 \times \\
&\quad \left. \left( \frac{v_{\varphi_g}(2\omega)}{c} \right)^5 \Theta(2\omega - cm_\varphi) - \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{96} A_d A_o \left( \frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c} \right)^5 \Theta(\omega - cm_\varphi) \right].
\end{aligned} \tag{6.51}$$

Учитывая уравнение (6.51), в отличие от всех других вкладов дипольно-октупольный член имеет противоположный знак и описывает отрицательный вклад в поток энергии в тоже ПН порядке, что и квадрупольный член.

Используя (5.7) и (5.8) найдем формулу для изменения орбитального периода, включающую в себя тензорную и скалярную части:

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{P}_b^{th}}{P_b} &= -\frac{96\mu(\mathcal{G}_{12}m)^2}{5c^5G_{4(0,0)}R^4} \left[ 1 + \frac{5c^2G_{4(1,0)}c_\varphi R}{48\mathcal{G}_{12}m} \left( A_d^2 + A_d\bar{A}_d \frac{2\mu}{c^2R} \right) \left( \frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c} \right)^3 \right. \\
&\quad \times \Theta(\omega - cm_\varphi) + \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{3} A_q^2 \left( \frac{v_{\varphi_g}(2\omega)}{c} \right)^5 \Theta(2\omega - cm_\varphi) - \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{96} \\
&\quad \left. \times A_d A_o \left( \frac{v_{\varphi_g}(\omega)}{c} \right)^5 \Theta(\omega - cm_\varphi) \right],
\end{aligned} \tag{6.52}$$

где индекс «th» обозначает выражение, полученное в рамках гравитации Хорндески. Согласно уравнению (6.52) основной вклад в гравитационное излучение задается скалярным дипольным членом. Так же из уравнения (6.37) видно, что вклад скалярного дипольного излучения зависит от разности  $s_1 - s_2$ . Таким образом, скалярное дипольное излучение проявляется наиболее заметно в смешанных двойных системах, где разность чувствительностей достигает максимальных значений.

Здесь и далее принимаем во внимание, что  $m_\varphi < \omega/c$ , таким образом  $\Theta(\omega - cm_\varphi) = 1$ . Используя третий закон Кеплера 5.6 (в квазикруговой орбите  $a = R$ ) и выражение для скорости распространения в явном виде, (6.52) можно

переписать:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} = & \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}}G_{4(0,0)}} \left[ 1 + \frac{5G_{4(1,0)}c_\varphi}{48} \left( \frac{P_b c^3}{2\pi m \mathcal{G}_{12}} \right)^{\frac{2}{3}} \left( A_d^2 + \frac{2\mu}{c^2} A_d \bar{A}_d \left( \frac{4\pi^2}{P_b^2 m \mathcal{G}_{12}} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \right. \\ & \times \left( 1 - \frac{m_\varphi^2 c^2 P_b^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{3} A_q^2 \left( 1 - \frac{m_\varphi^2 c^2 P_b^2}{16\pi^2} \right)^{\frac{5}{2}} - \frac{G_{4(1,0)}c_\varphi}{96} A_d A_o \times \\ & \left. \left( 1 - \frac{m_\varphi^2 c^2 P_b^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{5}{2}} \right], \end{aligned} \quad (6.53)$$

где  $\dot{P}_b^{GR}$  – значение производной орбитального периода, предсказываемое ОТО

$$\dot{P}_b^{GR} = -\frac{192\pi\mu}{5c^5 m} \left( \frac{2\pi G m}{P_b} \right)^{\frac{5}{3}}. \quad (6.54)$$

С полным выражением для производной орбитального периода, можно сделать в Приложении к данной работе.

Таким образом, была получена финальная форма для изменения орбитального периода для двойных пульсаров в квазикруговом приближении. Теперь перейдем к непосредственному оцениванию параметров теории Хорндески.

## 7. Наблюдательные ограничения на гравитацию Хорндески от двойных пульсаров

В настоящий момент ОТО прекрасно описывает все данные от двойных пульсаров с учетом наблюдательных неточностей [30]. Поэтому отклонения от ОТО, предсказанные модифицированной гравитацией, должны быть меньше существующих наблюдательных неопределенностей. Этот факт позволяет получить очень строгие ограничения на гравитацию Хорндески.

Наблюдаемое значение изменения орбитального периода включает в себя компоненты различной природы: внутренние и кинематические эффекты [31]. Нас интересуют внутренние, поскольку доминирующей составляющей является изменение орбитального периода в результате излучения гравитационных



волн. Кроме того, внутренняя часть включает в себя различные составляющие [31], но на нынешнем этапе рассматриваются только такие системы, где эти эффекты пренебрежимо малы по отношению к эффекту гравитационного излучения.

Ограничения на гравитацию Хорндески можно получить из сравнения предсказанной величины  $\dot{P}_b^{th}/\dot{P}_b^{GR}$  и наблюдательной величины  $\dot{P}_b^{obs}/\dot{P}_b^{GR}$  при 95% доверительном уровне:

$$\left| \frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} - \frac{\dot{P}_b^{obs}}{\dot{P}_b^{GR}} \right| \leq 2\sigma, \quad (7.1)$$

где  $\sigma$  – наблюдаемая погрешность.

## 7.1. Ограничения на Хорндески

Скалярное дипольное излучение преобладает в предсказаниях гравитации Хорндески для изменения орбитального периода. Вклад скалярной дипольной части наиболее заметен в смешанных двойных системах [28, 32]. Протестируем гравитацию Хорндески в такой системе PSR J1738+0333. Эта система имеет наиболее точные наблюдательные данные среди квазикруговых смешанных двойных систем, а массы спутников были получены не только из пульсарного тайминга, но и независимо из спектроскопии [37]. Орбитальные параметры для системы выписаны в Таблице (1).

Таблица 1. Параметры PSR J1738+0333 [37]

Параметр	Физический смысл	Экспериментальные данные
$P_b(day)$	Орбитальный период	0.3547907398724(13)
$e$	эксцентриситет	$0.34(11) \times 10^{-6}$
$\dot{P}_b^{obs}$	производная орбитального периода	$-0.259(32) \times 10^{-13}$
$\frac{\dot{P}_b^{obs}}{\dot{P}_b^{GR}}$	Отношение $\dot{P}_b^{obs}$ к $\dot{P}_b^{GR}$	0.93(13)
$m_1(m_\odot)$	масса пульсара	$1.46_{-0.05}^{+0.06}$
$m_2(m_\odot)$	масса белого карлика	$0.181_{-0.005}^{+0.007}$
$m(m_\odot)$	полная масса системы	$1.65_{-0.06}^{+0.07}$

Дипольное излучение является ведущим порядком скалярной части в первой производной орбитального периода, так что можно пренебречь остальными членами в определении. Таким образом, изменение орбитального периода (8.1) имеет вид:

$$\frac{\dot{P}_b^{th}}{\dot{P}_b^{GR}} = \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}}G_{4(0,0)}} \left[ 1 + \frac{5c_\varphi}{12} \left( \frac{P_b c^3}{2\pi m \mathcal{G}_{12}} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{G_{4(0,0)}^2 (s_{NS} - s_{WD})^2}{G_{4(1,0)} \phi_0^2} \right) \left( 1 - \frac{m_\varphi^2 c^2 P_b^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (7.2)$$

где  $s_{NS}$  - чувствительность нейтронной звезды, а  $s_{WD}$  - чувствительность белого карлика.

Используя формулы (7.1) и (7.2), получим следующие ограничения на теорию Хорндески:

$$\left| \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{5}{3}}G_{4(0,0)}} \left[ 1 + \frac{5c_\varphi}{12} \left( \frac{P_b c^3}{2\pi m \mathcal{G}_{12}} \right)^{\frac{2}{3}} \left( 1 - \frac{m_\varphi^2 c^2 P_b^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{G_{4(0,0)}^2 (s_{NS} - s_{WD})^2}{G_{4(1,0)} \phi_0^2} \right) \right] - 0.93 \right| \leq 0.26. \quad (7.3)$$

Из условия  $m_\varphi < \omega/c$  получаем ограничения на массу скалярного поля (см. Таблицу 1):

$$m_\varphi < 7 \times 10^{-13} [cm^{-1}]. \quad (7.4)$$

Вообще говоря, чем больше орбитальный период системы, тем точнее ограничения на массу скалярного поля. Однако для систем с большим орбитальным периодом величина  $P_b$  имеет очень неточно измеренное значение. Среди всех двойных пульсаров с точно измеренным изменением орбитального периода система PSR J1738 + 0333 имеет наибольшее значение [37] и обеспечивает очень строгие ограничения на массу скалярного поля.

В общем случае скалярно-тензорных теорий смешанная двойная система дает лучшие ограничения, чем двойная система, состоящая из нейтронных звезд, из-за значения разницы чувствительностей. Однако не все скалярно-

тензорные модели включают в себя чувствительность. Особенно это касается  $f(R)$ -гравитации [34], которая представляет частный случай гравитации Хорндески [35]. Такие теории, являющиеся чисто геометрическими, могут быть сведены к скалярно-тензорным, благодаря некоторым преобразованиям [36]. Однако скалярное поле в таких теориях является условным и не приводит к появлению чувствительности. Таким образом, если в теории нет понятия чувствительности, то в выражении для предсказанного изменения орбитального периода  $\dot{P}_b^{th}$  остается только квадрупольный член, независимо от типа двойного пульсара. В этом случае наилучшие ограничения могут быть найдены из двойного пульсара с наиболее точным значением величины  $\dot{P}_b^{obs}/\dot{P}_b^{GR}$ . Двойной пульсар PSR J0737-3039 является такой системой [33]. Это позволяет получить наилучшие ограничения на все параметры рассматриваемой теории в пределе сильного поля, за исключением скалярной массы поля.

Система PSR J0737-3039 является единственным известной двойной системой, обе компоненты которой являются пульсарами. Он имеет наименьший период, который могут иметь известные системы такого типа. Чрезвычайная близость компонент системы, малый орбитальный период и тот факт, что мы видим почти предельный случай двойной системы, позволяют исследовать проявление релятивистских эффектов с наивысшей доступной точностью. Наблюдательные данные для этой системы приведены в Таблице 2 [33].

Таблица 2. Параметры PSR J0737-3039 [33]

Параметры	Физический смысл	Экспериментальное значение
$P_b(day)$	орбитальный период	0.10225156248(5)
$e$	эксцентриситет	0.0877775(9)
$\dot{P}_b^{obs}$	Производная орбитального периода	$-1.252(17) \times 10^{-12}$
$\frac{\dot{P}_b^{obs}}{\dot{P}_b^{GR}}$	отношение $\dot{P}_b^{obs}$ к $\dot{P}_b^{GR}$	1.003(14)
$m_1(m_\odot)$	масса пульсара 1	1.3381(7)
$m_2(m_\odot)$	масса пульсара 2	1.2489(7)
$m(m_\odot)$	полная масса системы	2.58708(16)

В PSR J0737-3039 кинематический вклад в изменение орбитального периода пренебрежимо мал [33]. Таким образом, используя уравнение 7.1 и наблю-

дательные данные из Таблицы 2, можно получить следующие ограничения для скалярно-тензорных теорий без чувствительности:

$$\left| 1.003 - \frac{\mathcal{G}_{12}^{\frac{2}{3}}}{G_{4(0,0)}^{\frac{5}{3}}} \left[ 1 + \frac{G_{4(1,0)} c_{\varphi}}{3} (1 - 4 \times 10^{22} m_{\varphi}^2)^{\frac{5}{2}} \right] \right| \leq 0.028. \quad (7.5)$$

Таким образом, наблюдательные данные PSR J0737-3039 накладывают следующее ограничение на массу скалярного поля:

$$m_{\varphi} < 2 \times 10^{-11} [cm^{-1}]. \quad (7.6)$$

Эти ограничения зависят только от орбитального периода двойной системы и не зависят от выбора скалярно-тензорной теории.

## 7.2. Частные случаи гравитации Хорндески: гибридная гравитация и массивная теория Бранса-Дикке

Гравитация Хорндески это наиболее общая скалярно-тензорная теория с уравнениями поля второго порядка. Выбирая разные выражения для  $G_i$ , можно получить частные случаи этой теории [20]. Здесь мы рассматриваем две физически очень разные теории: гибридную  $f(R)$ -гравитацию с метрикой Паллатини [38] и массивную теорию Бранса-Дикке [39, 18]. Обе теории – частные случаи гравитации Хорндески.

Нашей отправной точкой является гибридная  $f(R)$ -гравитация с метрикой Паллатини. Эта теория является геометрической, но может быть сведена к скалярно-тензорной теории, как и просто  $f(R)$ -гравитация. Гибридная  $f(R)$ -теория была создана, как смесь метрического и Паллатини подходов с целью устранить недостатки обоих. Гибридная  $f(R)$ -гравитация позволяет описать ускоренное расширение Вселенной и кривые вращения галактик чисто геометрическим образом без введения новых частиц. Эта теория уже хорошо изучена в космологии и протестирована на разных галактиках [38]. Тем не менее, эту теорию, как и любую другую, необходимо проверить в разных пределах поля. Итак, протестируем гибридную  $f(R)$ -гравитацию в сильном поле двойных пульсаров.

Чтобы перейти от теории Хорндески к гибридной  $f(R)$ -гравитации, необходимо выбрать следующий набор параметров  $G_i$ :

$$G_2 = -\frac{3X}{G\phi} - V(\phi), \quad G_3 = 0, \quad G_4 = \frac{1+\phi}{G}, \quad G_5 = 0 \quad (7.7)$$

и

$$G_{4(0,0)} = \frac{1+\phi_0}{G}, \quad G_{4(1,0)} = \frac{1}{G}, \quad (7.8)$$

$$G_{3(1,0)} = 0, \quad G_{2(0,1)} = -\frac{3}{G\phi_0}.$$

Гибридная метрическая Палатини  $f(R)$ -гравитация - это чистая геометрическая теория, и ее скалярное поле является условным. Нет никакой реальной связи между веществом и скалярным полем, и чувствительности  $s_a$  не появляются в таких теориях. Таким образом, скалярный квадрупольный член является ведущим в скалярной части для обоих типов пульсаров: в смешанных двойных пульсарах и в двойных пульсарах обе компоненты, которых являются нейтронными звездами.

Наблюдательные данные от PSR J0737-3039 дают следующие ограничения на гибридную  $f(R)$ -гравитацию (из уравнения 7.5):

$$0.975 \leq \frac{1}{(1+\phi_0)^{\frac{5}{3}}} \left( 1 - \frac{5\phi_0}{18} (1 - 2 \times 10^{22} m_\varphi^2) \right) \leq 1. \quad (7.9)$$

На Рис.1 показана зависимость  $\phi_0$  от массы скалярного поля  $m_\varphi$  для системы PSR J0737-3039.

Смешанный двойной пульсар PSR J1738 + 0333 дает следующие ограничения (из уравнения 7.3) в случае гибридного  $f(R)$ -гравитации (см. Рис.2):

$$0.67 \leq \frac{1}{(1+\phi_0)^{\frac{5}{3}}} \left( 1 - \frac{5\phi_0}{18} (1 - 10^{24} m_\varphi^2) \right) \leq 1. \quad (7.10)$$

Из сопоставления ограничений (7.9) и (7.10) двойной пульсар, компоненты которого нейтронные звезды, дает лучшие оценки на  $\phi_0$  в гибридной  $f(R)$ -

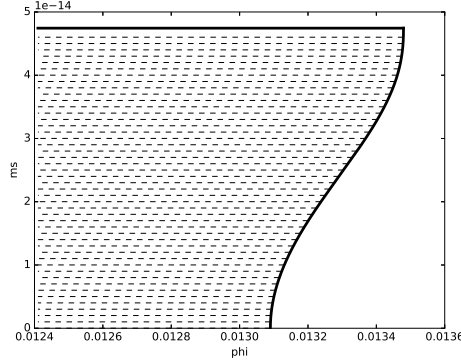


Рис. 1. Гибридная  $f(R)$ -гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля PSR J0737-3039. Область допустимых значений закрашена пунктирными линиями. Сплошной горизонтальной линией показано предельное значение массы скалярного поля ( $m_\varphi = 2\omega/c$ ).

гравитации. С другой стороны, смешанная двойная система PSR J1738 + 0333 обеспечивает наилучшие ограничения на массу скалярного поля. На Рис. 7.10 сравниваются полученные пределы на гибридную  $f(R)$ -гравитацию из двойных пульсаров с ограничениями от PPN-параметра  $\gamma_{PPN} = 1 + 2.1 \times 10^{-5} \pm 2.3 \times 10^{-5}$  [40]. Таким образом,  $\gamma_{PPN}$  дает лучшие оценки на  $\phi_0$ , чем система PSR J0737-3039. Объединенные ограничения могут быть получены из  $\gamma_{PPN}$  и системы PSR J1738 + 0333:

$$\phi_0 \leq 0.00004, \quad m_\varphi \leq 7 \times 10^{-13} \text{ cm}^{-1}. \quad (7.11)$$

Модель Бранса-Дикке является одной из первых широко распространенных скалярно-тензорных теорий [39]. В рамках этой модели было получено много интересных результатов, включая червоточины и ограничения на космологические параметры. После открытия ускоренного расширения Вселенной [1] ученые рассматривают массивную версию этой теории как один из способов объяснить это явление [41].

Массивная теория Бранса-Дикке рассматривалась Дж. Альсином и др. [18] в бинарных пульсарах PSR J1012 + 5307, PSR J1141-6545 и PSR J0737- 3039. Авторы показали, что лучшие ограничения на теорию Бранса-Дикке получе-

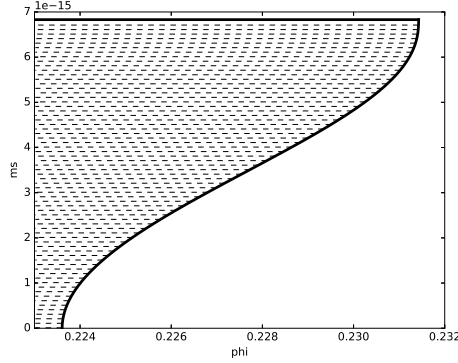


Рис. 2. Гибридная  $f(R)$ -гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля PSR J1738+0333. Область допустимых значений закрашена пунктирными линиями. Сплошной горизонтальной линией показано предельное значение массы скалярного поля ( $m_\varphi = \omega/c$ ).

ны из параметра  $\gamma_{PPN}$  в Солнечной системе. Массивная теория Бранса-Дикке тщательно изучается в двойных пульсарах, и выражение для изменения орбитального периода уже получено. Интересно сравнить ограничения на массивную теорию Бранса-Дикке, полученные из рассмотрения теории, как частного случая гравитации Хорндески с результатами работы [18]. Также были рассмотрены два дополнительных вклада в выражение изменения орбитального периода (ПН-поправки к скалярному дипольному члену и скалярный диполь-октупольный член), в отличие от работы [18]. Другое отличие данной работы от [18] состоит в том, что  $\partial_0\varphi \neq \partial_r\varphi$  (см. (6.28)). Используемый подход приводит к значительным различиям в конечном варианте ограничений.

Гравитация Хорндески может быть сведена к массивной теории Бранса-Дикке выбором соответствующих выражений для параметров  $G_i$  [35]:

$$G_2 = \frac{2\omega_{BD}}{G\phi}X + V(\phi), \quad G_3 = 0, \quad G_4 = \frac{\phi}{G}, \quad G_5 = 0, \quad (7.12)$$

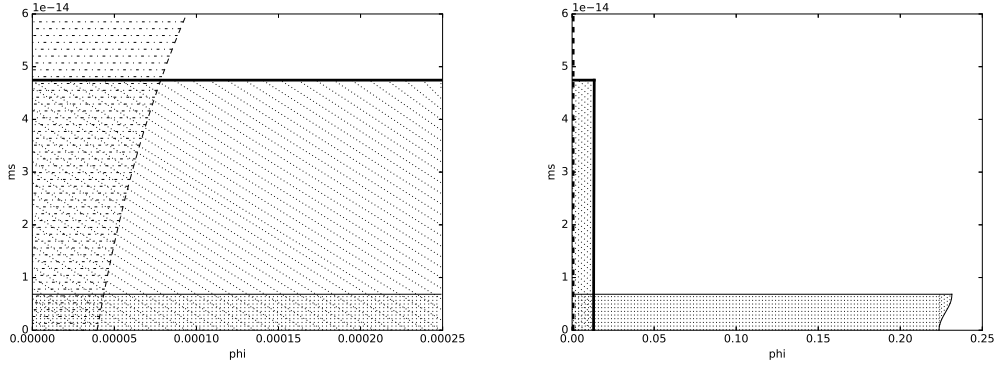


Рис. 3. Гибридная  $f(R)$ -гравитация. Зависимость массы скалярного поля от фонового значения скалярного поля. Два рисунка представляют ограничения на различных масштабах. Наклонные точечные линии соответствуют области допустимых значений в случае J0737-3039, жирная сплошная горизонтальная линия отвечает за предельный случай массы скалярного поля ( $m_\phi = 2\omega/c$  в случае PSR J0737-3039 and  $m_\phi = \omega/c$  в случае PSR J1738+0333), пунктирные вертикальные линии закрашивают область возможных значений в случае PSR J1738+0333, горизонтальными линиями (точка - пунктир) закрашен регион допустимых значений для случая ППН параметра  $\gamma$ .

И следовательно:

$$\begin{aligned}
 G_{4(0,0)} &= \frac{\phi_0}{G}, \quad G_{4(1,0)} = \frac{1}{G}, \\
 G_{3(1,0)} &= 0, \quad G_{2(0,1)} = \frac{2\omega_{BD}}{G\phi_0}.
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

Здесь  $\omega_{BD}$  – параметр Бранса-Дикке.

Зависимость величины  $\phi_0$  от  $\omega_{BD}$  для массивного и безмассового случая Бранса-Дикке [18]:

$$\phi_0 = \frac{4 + 2\omega_{BD}}{3 + 2\omega_{BD}}.
 \tag{7.14}$$

Используя формулы (7.5), (7.13) и (7.14), получаем ограничения на мас-



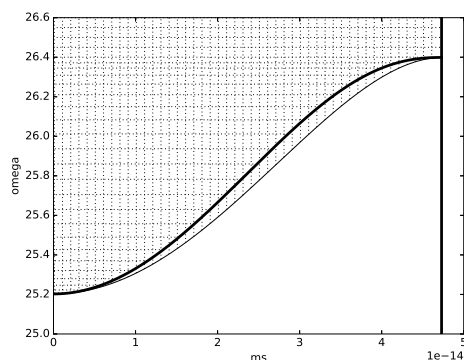


Рис. 4. Массивный Бранс-Дикке. Зависимость  $\omega_{BD}$  от массы скалярного поля в случае PSR J0737-3039. Сплошная линия и вертикальные точечные линии обозначают результаты работы [18]. Жирная сплошная линия и горизонтальные точечные линии показывают область допустимых значений (результат нашей статьи). Вертикальная жирная линия показывает предельное значение массы скалярного поля ( $m_\varphi = 2\omega/c$ ).

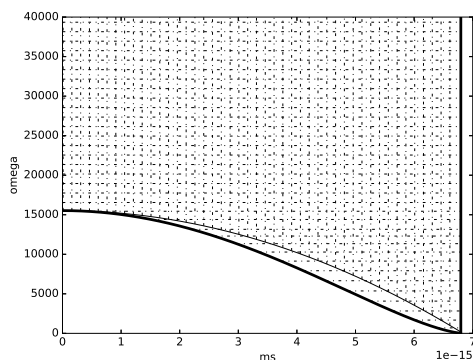


Рис. 5. Массивный Бранс-Дикке. Зависимость  $\omega_{BD}$  от массы скалярного поля в случае PSR J1738+0333. Сплошная линия и вертикальные точечные линии обозначают результаты работы [18]. Жирная сплошная линия и горизонтальные точечные линии показывают область допустимых значений (результат нашей статьи). Вертикальная жирная линия показывает предельное значение массы скалярного поля ( $m_\varphi = \omega/c$ ).

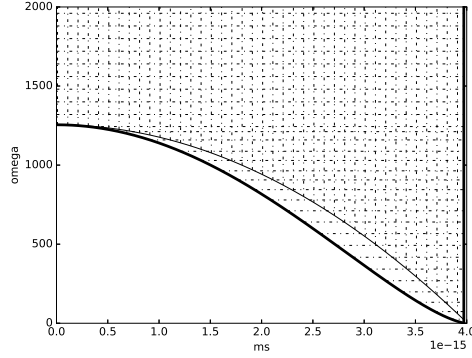


Рис. 6. Массивный Бранс-Дикке. Зависимость  $\omega_{BD}$  от массы скалярного поля в случае PSR J1012+5307. Сплошная линия и вертикальные точечные линии обозначают результаты работы [18]. Жирная сплошная линия и горизонтальные точечные линии показывают область допустимых значений (результат нашей статьи). Вертикальная жирная линия показывает предельное значение массы скалярного поля ( $m_\varphi = \omega/c$ ).

сивную теорию Бранса-Дикке из двойного пульсара PSR J0737-3039:

$$1 \leq \left( \frac{3 + 2\omega_{BD}}{4 + 2\omega_{BD}} \right)^{\frac{5}{3}} + \frac{0.3(3 + 2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(2\omega_{BD} + 4)^{\frac{5}{3}}} - 6 \times 10^{21} \frac{m_\varphi^2 (3 + 2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(2\omega_{BD} + 4)^{\frac{5}{3}}} \leq 1.031. \quad (7.15)$$

В двойной системе нейтронная звезда–нейтронная звезда  $s_a - s_b = 0$  в массивной теории Бранса-Дикке [28, 18] и следовательно скалярный дипольный член, ПН поправки к дипольному члену и скалярный диполь-октупольный член исчезают. Остается только квадрупольный член, как и предсказывает [18]. Только одно отличает наши результаты по этой системе от [18], то что мы учли  $\partial_0 \varphi \neq \partial_r \varphi$ . На Рис4 показаны различия между нашими результатами и [18] в случае PSR J0737-3039. Можно видеть, что разница между двумя подходами не имеет значения в случае этой системы.

Далее рассмотрим массивную гравитацию Бранса-Дике в смешанной двой-

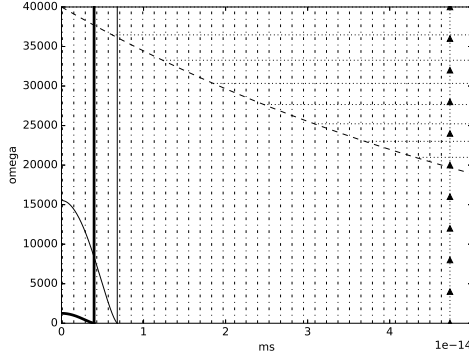


Рис. 7. Массивный Бранс-Дикке. Зависимость  $\omega_{BD}$  от массы скалярного поля. Область допустимых значений для случая PSR J1738+0333 ограничен сплошной линией. Область допустимых значений для случая PSR J1012+5307 ограничен жирной сплошной линией. Область допустимых значений для случая PSR J0737-3039 ограничен пунктирной линией с треугольниками. Вертикальными пунктирными линиями(точка-пунктир) показана область допустимых значения от пульсаров. Точечными горизонтальными линиями показана область возможных значений от Кассини для  $\gamma_{PPN}$  [40].

ной системе PSR J1738+0333:

$$1 \leq \frac{(3 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}}{(4 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{0.24(3 + 2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(4 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{6 \times 10^3}{2\omega_{BD} + 4} - \frac{1.8 \times 10^{28} m_{\varphi}^2}{2\omega_{BD} + 4} \leq 1.19. \quad (7.16)$$

Система не рассматривалась в [18], поскольку точные данные для этой двойной системы [37] появились после публикации [18]. Эта система предсказывает наибольшие отклонения между подходом, используемым в настоящей статье, и тем, что используется в [18]. Эта разница также возникает из-за учета  $\partial_0 \varphi \neq \partial_r \varphi$ . ПН-поправки к скалярному дипольному члену и скалярное диполь-октупольное слагаемое вводят незначительные отклонения, так как они на порядок меньше дипольного члена. Все отклонения проиллюстрированы на Рис 5.

Среди рассматриваемых нами смешанных двойных систем PSR J1012+5307 является единственной с пренебрежимо малым эксцентриситетом [31]. Наблю-

дательные данные для этой системы отражены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры PSR J1012+5307 [31]

Параметр	Физическое значение	Экспериментальное значение
$P_b(day)$	орбитальный период	0.60467271355(3)
$e$	эксцентриситет	$0.12(3) \times 10^{-5}$
$\dot{P}_b^{obs}$	производная орбитального периода	$0.50(14) \times 10^{-13}$
$\dot{P}_b^{intr}$	производная орбитального периода	$0.15(15) \times 10^{-13}$
$\frac{\dot{P}_b^{intr}}{\dot{P}_b^{GR}}$	отношение $\dot{P}_b^{obs}$ к $\dot{P}_b^{GR}$	1.36(1.39)
$m_1(m_\odot)$	масса пульсара	1.64(22)
$m_2(m_\odot)$	масса белого карлика	0.16(2)
$m(m_\odot)$	полная масса системы	1.8(3)

В таблице 3 разделены величины наблюдаемого изменения орбитального периода  $\dot{P}_b^{obs}$  и изменения, вызванного излучением гравитационных волн  $\dot{P}_b^{intr}$ , так как в системе PSR J1012 + 5307 кинематические эффекты дают главный вклад в  $\dot{P}_b^{obs}$  [31]. Далее, чтобы определить ограничения, даваемые этой системой, рассмотрим только значение  $\dot{P}_b^{intr}$ .

Из используемого подхода для смешанной двойной системы PSR J1012 + 5307, получаем следующие ограничения:

$$1 \leq \frac{(3 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}}{(4 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{0.4(3 + 2\omega_{BD})^{\frac{2}{3}}}{(4 + 2\omega_{BD})^{\frac{5}{3}}} + \frac{8 \times 10^3}{2\omega_{BD} + 4} - \frac{5 \times 10^{28} m_\varphi^2}{2\omega_{BD} + 4} \leq 4.14. \quad (7.17)$$

Система PSR J1012 + 5307 дает наилучшие ограничения для массы скалярного поля среди рассматриваемых систем:

$$m_\varphi < 4 \times 10^{-13} [cm^{-1}]. \quad (7.18)$$

Однако увеличение точности определения массы скалярного поля приводит к уменьшению точности значения изменения орбитального периода (7.17).

Система PSR J1012 + 5307 была выбрана, для сравнения с [18]. Отклонения

между полученными и [18] результатами для этой системы отражены на Рис 6. Разница между двумя подходами меньше, чем в системе PSR J1738 + 0333, а ограничения на  $\omega_{BD}$  хуже, но на массу скалярного поля лучше. Для всех параметров обе системы дают лучшие ограничения, чем PSR J0737-3039. В остальном все выводы для PSR J1738 + 0333 также верны и для PSR J1012 + 5307.

На Рис 7 представлены все ограничения от двойных пульсаров и от параметра  $\gamma_{PPN}$  [40] на массивную теорию Бранса-Дикке. Понятно, что  $\gamma_{PPN}$  дает лучшие ограничения на  $\omega_{BD}$ , чем все рассматриваемые двойные пульсары. Смешанный двойной пульсар PSR J1012 + 5307 обеспечивает наилучшие оценки на массу скалярного поля. Сочетание ограничений этих двух подходов дает:

$$\omega_{BD} \geq 36000, \quad m_\varphi \leq 4 \times 10^{-13} \text{ cm}^{-1}. \quad (7.19)$$

## 8. Заключение

В этой работе была рассмотрена наиболее общая скалярно-тензорная теория гравитации с уравнениями поля второго порядка в режиме поля двойных пульсаров. Цель работы заключалась в том, чтобы наложить ограничения на гравитацию Хорндески в пределе сильного поля. Для этих целей было выведено выражение для производной орбитального периода  $\dot{P}_b^{th}$  в случае массивной теории Хорндески для приближения квазикруговых орбит. Выражение получено с использованием постньютоновского приближения [21] для тензорного и скалярного полей. Псевдотензор энергии-импульса теории Хорндески был построен нами с помощью теоремы Нётер [26]. Также было показано, что изменение орбитального периода состоит из двух частей: тензорной и скалярной.

Тензорная часть совпадает со значением, которое предсказывает ОТО [28] с точностью до эффективной константы  $\mathcal{G}_{ab}$  между телами  $a$  и  $b$ . Она не порождает ни монопольной, ни дипольной части излучения.

Скалярная часть включает в себя монопольные, дипольные, квадрупольные и диполь-октупольные слагаемые. В приближении квазикруговых орбит монопольное слагаемое исчезает, однако остальные остаются. В данной работе

рассмотрены постньютоновские поправки к дипольному слагаемому скалярной части. Вклад диполь-октупольного члена вносит отрицательный вклад к скалярной части потока гравитационной энергии в том же ПН порядке, что и квадрупольный член.

Ограничения полученные в этой работе, полностью согласованы с результатами работы [12]. Авторы работы [12] налагают ограничения на гравитацию Хорндески как  $G_{4X} = 0, G_5 = constant$ . В настоящей работе было показано, что эти величины не влияют на результат изменения орбитального периода в теории Хорндески.

Для наложения ограничений на гравитацию Хорндески в двойных пульсарах, выбраны данные от смешанного пульсара (пульсар и компаньон, не являющийся нейтронной звездой) PSR J1738-0333 [37]. В настоящий момент эта система имеет самые точные данные среди смешанных двойных пульсаров с небольшим эксцентриситетом. В этой системе скалярный дипольный член является ведущим порядком в скалярной части. Поэтому в данной работе в основном сосредоточено внимание на этом вкладе в дополнение к тензорному квадрупольному члену.

Все члены скалярного сектора зависят от скорости распространения массивной скалярной моды  $v_{\varphi_g}(\omega, m_\varphi)$ . Было показано, что ограничения на массу скалярного поля  $m_\varphi$  полностью не зависят от выбора конкретной скалярно-тензорной теории с уравнениями поля второго порядка. Масса скалярного поля зависит только от орбитального периода двойного пульсара  $P_b$ . Чем больше орбитальный период, тем лучше ограничения на массу скалярного поля. Однако, чем больше его значение тем хуже точность определения уменьшения орбитального периода за счет гравитационных потерь. Наилучшие ограничения на массу скалярного поля дает система PSR J1012+5307, но изменение орбитального периода для этой системы измерено значительно хуже [31], чем PSR J1738+0333 [37]. Однако, последний теряет орбитальный период сильнее.

Не все частные случаи теории гравитации Хорндески предсказывают существование чувствительностей. Например, f(R)-гравитация [34] также частный случай теории Хорндески [35]. Эта теория чисто геометрическая, но может быть сведена к скалярно-тензорной теории [36]. Однако, скалярное поле в такой теории условно и не приводит к появлению чувствительности. Таким об-

разом, независимо от типа двойного пульсара остаются только квадрупольные вклады (тензорный и скалярный). Как было показано, в гравитационных теориях без чувствительности двойной пульсар PSR J0737-3039 дает наилучшие ограничения для всех параметров теории, кроме скалярной массы. Важным аспектом данной работы является то, что в этой работе рассмотрены вклад ПН – поправок в скалярный дипольный член и скалярный дипольно – октупольный член [19]. Эти два слагаемых имеют такой же ПН – порядок как и скалярный квадруполь, поэтому ими нельзя априори пренебречь. Однако, в настоящей работе показано, что в двух типах двойных пульсаров вклад этих двух членов не имеет существенного значения.

Другим важным аспектом этой работы является доказательство несправедливости выражения  $\partial_r \varphi = -\partial_0 \varphi$  6.28. Ранее подобное доказательство было сделано в статье для экранированной модифицированной гравитации [19], но здесь была доказана несправедливость этого на примере самой общей скалярно-тензорной теории Хорндески.

Любая скалярно-тензорная теория с уравнениями поля второго порядка может быть представлена в виде частного случая теории Хорндески. Переход может быть выполнен выбором некоторого набора параметров  $G_i$  для конкретной теории. В этой работе рассматривается два специальных случая: гибридную метрическую - Паллатини  $f(R)$ -гравитацию и массивную теорию Бранса – Дикке.

Гибридная  $f(R)$ -гравитация чисто геометрическая [38] и не обладает чувствительностью. Среди двух пульсарных систем PSR J0737-3039 и PSR J1738 + 0333 первая дает наиболее точные ограничения для фонового значения скалярного поля  $\phi_0$ . Тем не менее последний дает лучшие ограничения на массу скалярного поля (из-за значения орбитального периода). Также гибридная  $f(R)$ -гравитация была проверена в Солнечной системе, используя данные наблюдений ППН параметра  $\gamma_{PPN}$ . Из используемого анализа видно, что ограничения на  $\phi_0$  полученные из  $\gamma_{PPN}$  превосходят в точности ограничения, полученные из PSR J0737-3039.

Последний частный случай, который был рассмотрен в этой работе: массивная теория Бранса – Дикке. Ранее эта модель подробно изучалась в двойных пульсарах авторами статьи [18], и представляет интерес сравнение их и

полученных здесь результатов. Массивная теория Бранса-Дикке была проверена в трех двойных пульсарах: PSR J0737-3039, PSR J1738+0333 и PSR J1012+5307. Последняя система была выбрана для прямого сравнения результатов, полученных в [18] и в данной работе. Прямое сравнение проводилось также для системы PSR J0737-3039. Кроме того в настоящей работе сравниваются предсказания для изменения орбитального периода работы [18] и полученного результата для системы PSR J1738+0333. Различия оказываются достаточно существенными, особенно в PSR J1738+0333. Разница двух подходов заключается в том, что были приняты в рассмотрение ПН поправки к дипольному члену и учли диполь-октупольное слагаемое в скалярной части, а также в несправедливости равенства  $\partial_r\varphi = -\partial_0\varphi$  6.28. Учет дополнительных членов не даёт сильного вклада, в отличие от учета неверности выражения  $\partial_r\varphi$  и  $-\partial_0\varphi$ , таким образом было показано, что необходимо учитывать  $\partial_r\varphi \neq -\partial_0\varphi$ . Кроме того рассмотрена теория Бранса – Дикке в Солнечной системе. После сравнения всех полученных ограничений был сделан вывод: лучшие ограничения на  $\omega_{BD}$  дает смешанный тест вместе с  $\gamma_{PPN}$ , а лучшее ограничение на массу дает PSR J1012+5307.

В будущем планируется исследовать массивную теорию Хорндески в квазиэксцентричном случае двойных пульсаров. Одним из направлений исследований является получение выражения для «чувствительности» и определения её зависимости от массы и типа звезда для теории Хорндески. Другим обобщением этой работы является выполнение проверки теории на полном наборе посткеплеровских параметров [42].



## Приложение

После замены параметров  $\mathcal{G}_{12}$  из (5.5),  $A_d, \bar{A}_d, A_q, A_o$  из (6.37) первая производная орбитального периода в теории гравитации Хорндески примет вид:

$$\begin{aligned}
\dot{P}_b^{th} = & -\frac{192\pi\mu}{5m} \left( \frac{2\pi m}{c^3 G_{4(0,0)} P_b} \right)^{\frac{5}{3}} \left( 1 + \left[ 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \frac{4s_1 c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right] \right)^{\frac{2}{3}} \left[ 1 + \frac{5c^2 c_\varphi G_{4(0,0)} (s_2 - s_1)}{24\phi_0} \right. \\
& \left. \left( \left( \frac{2G_{4(0,0)} (s_2 - s_1)}{G_{4(1,0)} \phi_0} \right) \left( \frac{P_b G_{4(0,0)}}{2\pi m} \right)^{2/3} \left( 1 + \left[ 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{4s_1 c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right] \right)^{-2/3} + \frac{2\mu G_{4(0,0)}}{c^2 m} \left[ -\frac{7}{2G_{4(0,0)}} \left( \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2} \right) + \right. \\
& \left. \frac{1}{G_{4(1,0)} \phi_0} \left( \frac{7m_2 s_1}{m_1} - \frac{7m_1 s_2}{m_2} + 6s_1 - 6s_2 \right) + \frac{23}{4} c_\varphi \frac{G_{4(1,0)}}{G_{4(0,0)}} \left( \frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2} \right) + \right. \\
& \left. \frac{c_\varphi}{\phi_0} \left( \frac{7m_1 s_2}{m_2} - \frac{7m_2 s_1}{m_1} + \frac{23m_1 s_1}{2m_2} - \frac{23m_2 s_2}{2m_1} + 4s_1 - 4s_2 \right) + \frac{G_{4(0,0)} c_\varphi}{G_{4(1,0)} \phi_0^2} \right. \\
& \left. \left( \frac{14s_1 s_2 m_2}{m_1} - \frac{14s_1 s_2 m_1}{m_2} + 8s_1 - 8s_2 + \frac{8m_2 s_1}{m_1} - \frac{8m_1 s_2}{m_2} + \frac{9s_2^2 m_1}{m_2} - \right. \right. \\
& \left. \frac{9s_1^2 m_2}{m_1} + \frac{8m_2 s_1'}{m_1} - \frac{8m_1 s_2'}{m_2} + 8s_1' - 8s_2' + 8s_2^2 - 8s_1^2 \right) + \frac{G_{4(0,0)}^2 c_\varphi}{G_{4(1,0)}^2 \phi_0^3} \left( \frac{18s_1^2 s_2 m_2}{m_1} - \right. \\
& \left. \frac{18s_2^2 s_1 m_1}{m_2} + 16s_1^2 s_2 - 16s_2^2 s_1 + \frac{16m_1}{m_2} - \frac{16m_2}{m_1} + \frac{16s_1 s_2' m_1}{m_2} - \frac{16s_2 s_1' m_2}{m_1} \right. \\
& \left. \left. 16s_1 s_2' - 16s_2 s_1' \right) \right] \left( 1 + \left[ 2c_\varphi G_{4(1,0)} \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) - \frac{4s_1 c_\varphi G_{4(0,0)}}{\phi_0} \right. \right. \\
& \left. \left. \left( 1 - \frac{2s_2 G_{4(0,0)}}{\phi_0 G_{4(1,0)}} \right) \right] \right)^{-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_b c m_\varphi}{2\pi} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} + \frac{G_{4(1,0)} c_\varphi}{3} \left( 1 - \right. \\
& \left. \frac{2G_{4(0,0)} (s_2 m_1 + s_1 m_2)}{G_{4(1,0)} m \phi_0} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{P_b c m_\varphi}{2\pi} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}} - \frac{c_\varphi}{96} \left( \frac{2G_{4(0,0)} (s_2 - s_1)}{\phi_0} \right) \\
& \left. \left( \frac{m_1 - m_2}{m} - \frac{2G_{4(0,0)} s_2 m_1^2 - s_1 m_2^2}{G_{4(1,0)} \phi_0 m^2} \right) \left[ 1 - \left( \frac{P_b c m_\varphi}{2\pi} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}} \right]
\end{aligned} \tag{8.1}$$

## Список литературы

- [1] A.G. Riess et al., "Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant *Astron. J.* **116**, 1009 (1999),  
A.G. Riess et al., "Type Ia Supernova Discoveries at  $z > 1$  From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution *Astrophys. J.* **607**, 665 (2004),  
S. Perlmutter et al., "Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999),  
D.N. Spergel et al., "Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology *Astrophys. J. Suppl. Series* **170**, 377 (2007);
- [2] M.S. Turner, "Dark Matter and Dark Energy in the Universe *The Third Stromlo Symposium: The Galactic Halo* **165**, 431 (1999);
- [3] F. Zwicky, "Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln *Helv. Phys. Acta* **6**, 110 (1933),  
J.H. Oort, "The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **6**, 249 (1932);
- [4] D. Shi, B. Li, J. Han, "Environmental screening of dark matter haloes in  $f(R)$  gravity *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **469**, 705 (2017),  
V. Borica Jovanović, S. Capozziello, P. Jovanović, D. Borica, "Recovering the fundamental plane of galaxies by  $f(R)$  gravity *Phys. Dark Univ.* **14**, 73 (2016),  
T. Katsuragawa, S. Matsuzaki, "Dark matter in modified gravity? *Phys. Rev.* **D95**, 044040 (2017),  
S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo, "Hybrid modified gravity unifying local tests, galactic dynamics and late-time cosmic acceleration *JCAP* **1307**, 024 (2013);
- [5] G. W. Horndeski, "Second-Order Scalar-Tensor Field Equations in a Four-Dimensional Space *Int. J. Theor. Phys.* **10**, 363 (1974);

- [6] A. De Felice, S. Tsujikawa, "Conditions for the cosmological viability of the most general scalar-tensor theories and their applications to extended Galileon dark energy models *JCAP* **1202**, 007 (2012);
- [7] C. Germani, P. Martin-Moruno, "Tracking our universe to de Sitter by a Horndeski scalar *Phys.Dark Univ.* **18**, 1 (2017),  
 J. Kennedy, L. Lombriser, A. Taylor, "Reconstructing Horndeski theories from phenomenological modified gravity and dark energy models on cosmological scales *Phys.Rev.* **D96**, 084051 (2017),  
 N.J. Nunes, P. Martn-Moruno, F.S.N. Lobo, "A Review on the Cosmology of the de Sitter Horndeski Models *Univ.* **3**, 33 (2017);
- [8] Д.А. Третьякова, Б.Н. Латош, "Scalar-Tensor Black Holes Embedded in an Expanding Universe *Univ.* **4**, 2, 26 (2018),  
 Д.А. Третьякова, "Наблюдательные проявления черных дыр в модели гравитации Хорндески" *ЖЭТФ* **125**, 403 (2017),  
 Д.А. Третьякова, Т.М. Адыев, "Horndeski/Galileon black hole shadows"(2016), e-Print: arXiv:1610.07300 [gr-qc],  
 Д.А. Третьякова, Д.В. Мелкозеров, "Horndeski black hole observational properties (2016), e-Print: arXiv:1606.08569 [gr-qc];
- [9] T. Narikawa, T. Kobayashi, D. Yamauchi, R. Saito, "Testing general scalar-tensor gravity and massive gravity with cluster lensing *Phys.Rev.* **D87**, 124006 (2013);
- [10] V. Salvatelli, F. Piazza, C. Marinoni, "Constraints on modified gravity from Planck: when the health of your theory makes the difference. *JCAP* **1609**, 027 (2016),  
 J. Renk, M. Zumalacarregui, F. Montanari, "Gravity at the horizon: On relativistic effects, CMB-LSS correlations and ultra-large scales in Horndeski's theory *JCAP* **1607**, 040 (2016);
- [11] Abbott B.P. et al., "GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral *Phys. Rev. Lett.* **119**, 161101 (2017);

- [12] J. M. Ezquiaga, M. Zumalacarregui, "Dark Energy after GW170817 *Phys. Rev. Lett.* **119**, 251304 (2017);
- [13] B. P. Abbott et al., "Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A *Astrophys. J. Lett.* **848**, L13 (2017);
- [14] S. Hou, Y. Gong, "Constraints on Horndeski Theory Using the Observations of Nordtvedt Effect, Shapiro Time Delay and Binary Pulsars *Eur. Phys. J.* **C78**, 247 (2018);
- [15] R.A. Hulse, J.H. Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system *Astrophys. J. Lett.* **195**, L51 (1975);
- [16] D.M. Eardley, "Observable effects of a scalar gravitational field in a binary pulsar *Astrophys. J. Lett.* **196**, L59 (1975);
- [17] C. M. Will, H. W. Zaglauer, "Gravitational Radiation, Close Binary Systems, and the Brans-dicke Theory of Gravity *Astrophys.J.* **346**, 366 (1989);
- [18] J. Alsing, E. Berti, C. M. Will, H. Zaglauer, "Gravitational radiation from compact binary systems in the massive Brans-Dicke theory of gravity *Phys. Rev.* **D85**, 064041 (2012);
- [19] X. Zhang, T. Liu, W. Zhao, "Gravitational radiation from compact binary systems in screened modified gravity *Phys. Rev.* **D95**, 104027 (2017);
- [20] T. Kobayashi, M. Yamaguchi, J. Yokoyama, "Generalized G-inflation: Inflation with the most general second-order field equations *Prog. Theor. Phys.* **126**, 511 (2011);
- [21] A.S. Eddington, *The Mathematical Theory of Relativity*, Cambridge University Press, London, (1922),  
K. Nordtvedt, "Equivalence Principle for Massive Bodies. II. Theory *Phys. Rev.* **169**, 1017 (1968),  
C.M. Will, "Theoretical Frameworks for Testing Relativistic Gravity. II. Parametrized Post-Newtonian Hydrodynamics, and the Nordtvedt

- Effect *Astrophys. J.* **163**, 611 (1971),  
 C.M. Wil, K. Nordtvedt, "Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism *Astrophys. J.* **177**, 757 (1972);
- [22] X. Gao, "Conserved cosmological perturbation in Galileon models *JCAP* **1110**, 021 (2011);
- [23] A. Ashtekar, B. Bonga, A. Kesavan, "Gravitational Waves from Isolated Systems: Surprising Consequences of a Positive Cosmological Constant *Phys. Rev. Lett.* **116**, 051101 (2016);
- [24] E. Di Casola, S. Liberati, S. Sonogo, "Nonequivalence of equivalence principles *Am. J. Phys.* **83**, 39 (2015);
- [25] A. Einstein, L. Infeld, B. Hoffmann, "The Gravitational equations and the problem of motion *Annals Math.* **20**, 39, 65 (1938);
- [26] A. Saffer, N. Yunes, K. Yagi, "The Gravitational Wave Stress-Energy (pseudo)-Tensor in Modified Gravity (2017), e-Print: arXiv:1710.08863 [gr-qc];
- [27] A.H. Петров, *Classical and Quantum Gravity Research*, (Nova Science Publishers, N.Y., 2008), 79;
- [28] C.M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge University Press, (1981),  
 C.M. Will, "The Confrontation between General Relativity and Experiment" *Liv. Rev. Relat.*, **17**, 4 (2014),  
*E. Poisson, C. M. Will, Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic, Cambridge University Press, (2014);*
- [29] P. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, (McGraw-Hill, New York, 1953);
- [30] G. Desvignes et al., "High-precision timing of 42 millisecond pulsars with the European Pulsar Timing Array" *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **458**, 3, 3341 (2016);

- [31] K. Lazaridis et al., "Generic tests of the existence of the gravitational dipole radiation and the variation of the gravitational constant" *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **400**, 2, 805 (2009);
- [32] H. Zaglauer, "Neutron stars and gravitational scalars" *Astrophys. J.* **393**, 685 (1992);
- [33] M. Burgay, et al, "An increased estimate of the merger rate of double neutron stars from observations of a highly relativistic system" *Nature* **426**, 531 (2003),  
M. Kramer, et al., "Tests of general relativity from timing the double pulsar" *Science* **341**, 97 (2006);
- [34] A. A. Starobinsky, "A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity" *Phys. Lett* **B91**, 99 (1980),  
S. Capozziello, M. Demianski, R. de Ritis, C. Rubano, "Cosmological perturbations in exact-Noether background solutions" *Phys. Rev.* **D52**, 6, 3288 (1995);
- [35] R. McManus, L. Lombriser, J. Penarrubia, "Finding Horndeski theories with Einstein gravity limits" *JCAP* **11**, 006, 1611 (2016);
- [36] Teysandier P., Tourranc P., "The Cauchy problem for the  $R+R^{**2}$  theories of gravity without torsion" *J. Math. Phys.* **24**, 2793 (1983);
- [37] J. Antoniadis et al., "The relativistic pulsar-white dwarf binary PSR J1738+0333 I. Mass determination and evolutionary history" *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **423**, 4, 3316 (2012),  
P. C. C. Freire et al., "The relativistic pulsar-white dwarf binary PSR J1738+0333 II. The most stringent test of scalar-tensor gravity" *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **423**, 4, 3328 (2012);
- [38] S. Capozziello et al., "Cosmology of hybrid metric-Palatini  $f(X)$ -gravity" *JCAP* **1304**, 011 (2013),  
S. Capozziello et al., "Hybrid Metric-Palatini Gravity" *Univ.* **1**, 2, 199 (2015);
- [39] C. Brans, H. Dicke, "Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation" *Phys. Rev.* **124**, 925 (1961);

- [40] B. Bertotti, L. Iess, P. Tortora, "A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft" *Nature* **425**, 374 (2003);
- [41] B. Boisseau, "Exact cosmological solution of a Scalar-Tensor Gravity theory compatible with the LambdaCDM model" *Phys. Rev.* **D83**, 043521 (2011);
- [42] T. Damour, N. Deruelle, "General relativistic celestial mechanics of binary systems. I. The post-Newtonian motion." *Ann. Inst. Henri Poincaré* **A43**, 107 (1985),  
T. Damour, N. Deruelle, "General relativistic celestial mechanics of binary systems. II. The post-Newtonian timing formula." *Ann. Inst. Henri Poincaré* **A44**, 263 (1986),  
T. Damour, J.H. Taylor, "Strong-field tests of relativistic gravity and binary pulsars" *Phys. Rev.* **D45**, 1840 (1992),  
T. Damour, G. Esposito-Farese, "Tensor-multi-scalar theories of gravitation" *Class. Quant. Grav.* **9**, 2093 (1992),  
T. Damour, G. Esposito-Farese, "Tensor - scalar gravity and binary pulsar experiments" *Phys. Rev.* **D53**, 5541 (1996).
- [43] Алексеев С.О., Памятных Е.А., Урсулов А.В., Третьякова Д.А., Ранну К.А., "Введение в общую теорию относительности, ее современное развитие и приложения"; Флинта Москва, ISBN 978-5-9765-2612-9, 380 с. (2017);