

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

---

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра экспериментальной астрономии

# Проверка моделей гравитации с использованием программ обработки первичных данных пульсаров

Tests of Gravity Models Based on the Pulsars Primary Data Processing Software.

Дипломная работа студентки 636 группы

**Бутримайте Ю.А.**

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., вед. научный сотрудник Алексеев С.О.

Допущена к защите «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 года

Заведующий кафедрой  
экспериментальной астрономии  
профессор, д. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_ Расторгуев А.С.

Москва, 2018.

# Содержание

<b>1. Введение.</b>	<b>2</b>
<b>2. Программное обеспечение TEMPO2.</b>	<b>3</b>
2.1. Параметризованный посткеплеровский формализм. . . . .	3
2.2. Работа TEMPO2. . . . .	4
<b>3. Исследованные модели.</b>	<b>6</b>
3.1. $f(R)$ гравитация. . . . .	6
3.2. Теория гравитации Хорндески. . . . .	8
<b>4. Модификация TEMPO2.</b>	<b>10</b>
4.1. Модель вычисления времени прихода импульсов. . . . .	10
4.1.1. $f(R)$ гравитация. . . . .	10
4.1.2. Теория гравитации Хорндески. . . . .	11
4.2. МНК. . . . .	11
<b>5. Результаты.</b>	<b>12</b>
5.1. $f(R)$ гравитация. . . . .	12
5.1.1. Теория гравитации Хорндески. . . . .	13
<b>6. Заключение.</b>	<b>13</b>
<b>7. Список литературы</b>	<b>15</b>
<b>8. Приложения.</b>	<b>18</b>
8.1. Наблюдательные ограничения на постньютоновские параметры. . . . .	18
8.2. Полученные параметры пульсаров. . . . .	19
8.3. Анализ отклонений времён прихода импульсов. . . . .	20
8.4. Анализ скорости работы TEMPO2. . . . .	21

# 1. Введение.

Со времени возникновения общей теории относительности было предложено большое количество моделей её расширения, а также альтернативных теорий гравитации. Их создание продиктовано необходимостью примирить теорию с квантовой физикой, а также описать как тёмную материю, так и ускоренное расширение вселенной (тёмную энергию). Все эти модели, кроме теоретического обоснования, нуждаются в экспериментальной проверке. Сделать это можно с помощью сравнения наблюдательных данных с предсказаниями теории.

Одним из способов проверки моделей является исследование движений как пробных тел, так и фотонов, в гравитационном поле [1]. Каждая модель предлагает собственное решение уравнений движения. В связи с тем, что для случая слабых полей поправки относительно ньютоновской гравитации малы, эксперименты и наблюдения необходимо производить с очень большой точностью. Либо просто с большой точностью для случая сильных полей.

Для приближения слабого поля с очень хорошей точностью исследовано движение тел в Солнечной системе. Из релятивистских эффектов, наблюдаемых в её пределах, достаточно точно измерены: смещение точек перигелия планет [5], красные смещения и задержки электромагнитных сигналов в поле планет [3], отклонения световых лучей в гравитационном поле Солнца (гравитационное линзирование). Также было исследовано гравитационное линзирование на галактических масштабах (хоть и с меньшей точностью) [4]. Сильные поля присутствуют около компактных массивных объектов: нейтронных звёзд и чёрных дыр. В частности, происходят исследования пульсаров, входящих в двойные системы: благодаря точности времён импульсов можно очень точно исследовать динамику пульсара в гравитационном поле его компонента и эффекты, оказываемые полем на электромагнитное излучение. Также исследуется движение вещества, падающего в чёрные дыры, и динамика систем, одним из компонентов которых является чёрная дыра.

Одним из способов селекции выбранной теории является использование параметризованного постньютоновского формализма [2]. Этот метод вводит параметры, которые описывают отклонение исследуемой модели гравитации

от ньютоновской в случае слабых полей, и для каждой модели гравитации зависят уникальным образом от параметров модели. Измерив их с высокой точностью, можно установить ограничения на параметры модели. Многие постньютоновские параметры имеют очень малое экспериментально вычисленное значение. К примеру, отклонение параметра  $\gamma$  от единицы меньше  $2.3 \cdot 10^{-5}$ : оно было наиболее точно ограничено по измерению красного смещения сигнала от аппарата Кассини при его движении к Сатурну [3]; отклонение параметра  $|\beta - 1| < 8 \cdot 10^{-5}$  было определено из значения скорости движения перигелия марса и оценки  $\gamma$  (подробнее см. приложение 8.1). Параметры некоторых моделей настолько сильно ограничиваются из значений постньютоновских параметров, что их эффекты ожидаются очень маленькими, и это может поставить под сомнение применимость модели. Однако в связи с тем, что в ряде моделей зависимость прогнозируемых результатов наблюдений от параметров модели достаточно сложна, зачастую бывает непросто определить или хотя бы оценить значения параметров. В этой работе я рассматриваю различные возможные методы их определения.

## 2. Программное обеспечение TEMPO2.

### 2.1. Параметризованный посткеплеровский формализм.

Пульсар — разновидность нейтронных звёзд, являющихся одной из возможных финальных стадий эволюции звёзд. Пульсары характеризуются тем, что являются источниками периодического электромагнитного излучения, причём периоды импульсов очень стабильны (скорость изменения меньше  $10^{-15}$ , скачки периода до  $10^{-9}$ ). В связи с этим пульсары можно считать очень точной космической шкалой времени. Соответственно, в случае изменения времени фиксации импульса можно полагать, что это вызвано какими-то, не зависящими от самого пульсара эффектами: к примеру, изменением его лучевой скорости относительно наблюдателя, или гравитационным линзированием на объекте между пульсаром и наблюдателем.

При наблюдении пульсара, входящего в двойную систему, основным источником изменения времени прихода импульса является эффект Доплера:

сочетание движения пульсара вокруг центра масс системы и движения наблюдателя (в составе поверхности Земли либо как её спутника). Это — эффект Ньютоновской теории гравитации (или следствие законов Кеплера).

ОТО (и другие теории гравитации) предлагают поправки к ньютоновской теории, корректируя описание движения тел под действием законов притяжения. Кроме того, некоторые эффекты также влияют на движение непосредственно фотонов, что вызывает изменения во времени фиксации импульса. Для описания движения тел в составе двойной системы были выведены особые поправки, называемые *посткеплеровскими параметрами* [6]. Их влияние на время прихода импульса не зависит от выбранной модели, поэтому их можно получить только из анализа тайминга пульсара, а затем произвести исследование этих параметров в выбранной модели. Они отличаются от постньютоновских параметров тем, что применимы также в случае сильных полей в двойных системах. В Ньютоновском приближении они равны нулю.

## 2.2. Работа TEMPO2.

Программное обеспечение TEMPO2 позволяет по данным тайминга пульсара (временам приходов импульсов) определять различные параметра пульсара и системы, в состав которой он входит (если он не является одиночным) [7]. Программа была создана командой разработчиков из ATNF (Australia Telescope National Facility, совокупность радиоастрономических обсерваторий Австралии) на основе программы TEMPO, получив ряд улучшений и новых возможностей, которых не было в оригинальной программе. TEMPO позволяет уточнять значения параметров пульсаров по данным наблюдений импульсов. Он может оценивать как одиночные, так и двойные пульсары. В TEMPO2 была улучшена точность вычислений (устранена недостаточность значащих цифр), применены более оптимальные алгоритмы вычислений. Также программа получила возможность изучать системы из нескольких компонент (не только двух). Ещё одним важным отличием является возможность симуляции и расчёта гравитационных волн. После создания TEMPO2 к работе над программой присоединились другие разработчики [9]. Программа регулярно получает обновления исходного кода и вспомогательных данных: эфемериды

планет, таблицы перевода времени, данные обсерваторий.

В процессе работы программы TEMPO2 может производиться поиск следующих посткеплеровских параметров системы [8]:

$\dot{\omega}$	скорость движения перицентра орбиты
$\dot{P}_b$	скорость изменения периода обращения
$\dot{e}$	скорость изменения эксцентриситета орбиты
$\dot{a}_1$	скорость изменения большой полуоси орбиты
$\sin i = s$	наклонение орбиты к плоскости небесной сферы как параметр задержки Шапиро (форма)
$m_2 = r$	масса второго компонента системы как параметр задержки Шапиро (величина)
$\gamma$	параметр задержки Эйнштейна
$A, B$	параметры аберрации
$\delta_\theta, \delta_R$	релятивистская деформация орбиты

Программа использует для расчёта параметров времени прихода импульсов от пульсара. Для нахождения значений параметров используется метод наименьших квадратов (МНК) с учетом весовых коэффициентов (взвешенный МНК)[7]: оптимизация суммы отклонений реальных времён прихода импульсов от рассчитанных согласно модели [8]. То есть, происходит оптимизация функционала

$$chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{R_i}{\sigma_i} \right)^2$$

методом сингулярного разложения. В силу этого используется итерационный подход: в каждый проход по значениям отклонений вычисляются значения изменения параметров, которые вызовут уменьшение  $\chi^2$ . Необходимо знать предварительные оценки параметров для работы программы. Вычисление происходит по формуле

$$\Delta w = (WC)^+ W \Delta y,$$

где

$$C_{ij} = \frac{\partial R(t_i)}{\partial w_j}$$

— производная отклонения прихода  $i$ -того импульса по параметру  $w_j$ ,

$$W_{ij} = \begin{cases} 1/\sigma_i^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

— матрица весов наблюдений (считается, что их ошибки случайны и независимы).

В случае невзвешенного МНК (отсутствия данных о погрешности измерений) считается, что  $\sigma_i = 1$ .

## 3. Исследованные модели.

### 3.1. $f(R)$ гравитация.

Для построения инфляционной модели Старобинским была предложена модель  $f(R)$ -гравитации, учитывающая высшие порядки по кривизне пространства [10]. Впоследствии она также была применена для объяснения феномена тёмной энергии, так как даёт "более правильную" асимптотику на бесконечности. Необходимо отметить, что, на данный момент, наилучшим способом описания ускоренного расширения Вселенной является космологическая постоянная, значение которой получено из эксперимента, а анализ которой и порождает понятие тёмной энергии. Но, в чистом виде, ОТО с космологической постоянной смотрится как теория с подгонкой под ответ, поэтому и разрабатывают более сложные геометрические конструкции.

Для описания эффектов тёмной энергии можно использовать не только ОТО с лагранжианом  $R$ , а модели со степенями скалярной кривизны вида  $f(R)$ . В этом случае гравитационное действие задаётся следующим образом:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [f(R) + \kappa L_m].$$

Если положить, что  $f(R)$  — аналитическая функция, то можно использовать разложение в ряд Тейлора

$$f(R) = f_0 + f_0' R + 1/2 f_0'' R^2 + \dots$$

Теория сводится к ОТО при значениях

$$f_0 = 0, \quad f_0' = 4/3, \quad f_0'' = 0,$$

поэтому в дальнейшем фиксируем

$$f_0 = 0, \quad f_0' = 4/3,$$

и дальнейшей оценке подлежит только значение  $f_0''$ .

В связи со сходством этой модели со скалярно-тензорными теориями, стало возможным вывести выражения для эддингтоновских параметров [11]:

$$\gamma - 1 = -\frac{(f_0'')^2}{f_0' + 2(f_0'')^2},$$

$$\beta - 1 = \frac{1}{4} \frac{f_0'(f_0'')^3}{2(f_0')^3 + 20f_0'(f_0'')^4 + 11(f_0')^2(f_0'')^2 + 5(f_0'')^4}.$$

Так как  $f_0' = \frac{4}{3}$ , а на  $\gamma$  и  $\beta$  получены наблюдательные ограничения, можно найти ограничения на  $f_0''$  для слабого поля:

$$\gamma : -0.0055 \leq f_0'' \leq 0,$$

$$\beta : -7 \leq f_0'' \leq 0.$$

В этой теории выводятся следующие формулы для посткеплеровских па-



раметров [12]:

$$\begin{aligned}
\dot{\omega} &= \left(\frac{2\pi}{P_b}\right)^{5/3} \frac{G^{2/3} M_\odot^{2/3} (m_1 + m_2)^{2/3}}{c^2(1-e^2)} \left(\frac{2f_0' + 4(f_0'')^2}{2f_0' + 3(f_0'')^2}\right)^{2/3} \times \\
&\times \left(\frac{23(f_0')^3 + 130(f_0')^2(f_0'')^2 - f_0'(f_0'')^3 + 232f_0'(f_0'')^4 + 136(f_0'')^6}{8(f_0')^3 + 48(f_0')^2(f_0'')^2 + 96f_0'(f_0'')^4 + 64(f_0'')^6}\right), \\
\gamma &= e \left(\frac{2\pi}{P_b}\right)^{-1/3} \frac{G^{2/3} M_\odot^{2/3} m_2}{c^2(m_1 + m + 2)^{4/3}} \left(m_1 + m_2 \left(2 + \frac{(f_0'')^2}{2f_0' + 3(f_0'')^2}\right)\right) \left(1 + \frac{(f_0'')^2}{2f_0' + 3(f_0'')^2}\right)^{2/3}, \\
r &= \frac{1}{4c^3} GM_\odot m_2, \\
s &= \left(\frac{2\pi}{P_b}\right)^{2/3} \frac{cx(m_1 + m_2)^{2/3}}{(GM_\odot)^{1/3} m_2} \left(1 + \frac{(f_0'')^2}{2f_0' + 3(f_0'')^2}\right)^{-1/3}, \\
\dot{P}_b &= -\frac{6\pi}{20} \left(\frac{2\pi}{P_b}\right)^{5/3} \frac{(GM_\odot)^{5/3}}{c^5(1-e^2)^{7/2}} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^{1/3}} \left(f_0'(37e^4 + 292e^2 + 96) - \frac{f_0''\pi^2}{2P_b(1+e^2)^3} \times \right. \\
&\times \left. (891e^8 + 28106e^6 + 82376e^4 + 43520e^2 + 3072)\right).
\end{aligned}$$

### 3.2. Теория гравитации Хорндески.

Используется тензорная модель с одним скалярным полем с учетом ограничений от GW170817. Действие задаётся следующим образом:

$$S = \sum_{i=2}^5 \int d^4x \sqrt{-g} L_i[g_{\mu\nu}, \phi] + S_m[g_{\mu\nu}, \chi_m].$$

Для постньютоновских параметров Хоффманом были найдены следующие выражения в безмассовом случае [13]:

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\omega + 1}{\omega + 2}, \\
\beta &= 1 + \frac{\omega + \tau - 4\omega\sigma}{(2\omega + 3)(2\omega + 4)^2}.
\end{aligned}$$

Из ограничений на  $\gamma$  и  $\beta$  можно найти ограничения для параметров в пределах слабого поля:

$$\omega \geq 4.0, \quad 2.5 \cdot 10^{10} \leq \tau - 4\omega\sigma \leq 2.7 \cdot 10^{10}.$$

Уравнения же для посткеплеровских параметров имеют следующий вид [18]:

$$\begin{aligned} k &\equiv \frac{\dot{\omega}P_b}{2\pi} = \left( 2\frac{\omega+1}{\omega+2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega+\tau-4\omega\sigma}{(2\omega+3)(2\omega+4)^2} \right) + \frac{3}{2} \right) \frac{\left( \frac{c_2G}{4c^5P_b}(m_1+m_2)M_\odot \right)^{2/3}}{1-e^2}, \\ \delta &\equiv \frac{2\pi\gamma}{P_b e} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \left( \frac{c_2G}{8\pi c^2} + \frac{m_2}{m_1+m_2} \frac{c_2G}{8\pi c^2} + \kappa \left( 1 + \frac{\omega+\tau-4\omega\sigma}{(\omega+2)^2(2\omega+3)} - \frac{\omega+1}{\omega+2} \right) \right) \times \\ &\quad \times \left( (m_1+m_2)M_\odot \frac{2\pi}{P_b c^3} \right)^{2/3} \left( \frac{2\pi c^2}{c_2G} \right)^{1/3}, \\ r &= \frac{c_2G}{8\pi c^5} m_2 M_\odot, \\ s &= \frac{(2\pi)^{2/3} x (m_1+m_2)^{2/3}}{P_b^{2/3} \left( \frac{c_2G}{8\pi c^5} \right)^{1/3} m_2 M_\odot^{1/3}}. \end{aligned}$$

Так как в выражении для  $\delta$  слагаемое

$$\kappa \left( 1 + \frac{\omega+\tau-4\omega\sigma}{(\omega+2)^2(2\omega+3)} - \frac{\omega+1}{\omega+2} \right)$$

много меньше двух других слагаемых, можно считать, что в пределах выбранной точности это слагаемое не играет роли. Также до введения пятого уравнения нельзя одновременно получить ограничения на  $\omega$  и  $\tau$ , поэтому будет ограничена их комбинация

$$Q \equiv \left( 2\frac{\omega+1}{\omega+2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega+\tau-4\omega\sigma}{(2\omega+3)(2\omega+4)^2} \right) + \frac{3}{2} \right).$$

## 4. Модификация TEMPO2.

### 4.1. Модель вычисления времени прихода импульсов.

Для вычисления модельных времён используются посткеплеровские параметры. Их предварительные оценки задаются во входящем файле, на основе которых программа выводит уточнённые значения.

Мною в процесс было внесено следующее изменение: эти параметры не поступают на вход программы, но вычисляются согласно выбранной модели в процессе работы программы. Это позволяет не получать явно посткеплеровские параметры, опуская шаг с подбором параметров моделей: программа на выходе передаёт финальные оценки параметров модели.

Так как основой вычисления параметров является матрица факторов, основные модификации применялись при её вычислении. Также производились небольшие включения для считывания параметров моделей из файла пульсара и вывода результатов их вычисления.

Вычисление матрицы факторов и вектора невязок происходит в одной функции. На вход подаётся пульсар и координаты элемента в матрице факторов: номер наблюдения и номер параметра (или флаг, символизирующий невязку). Перед вычислением времени прихода импульсов, а также его производной производится считывание параметров пульсара и вычисление промежуточных значений для подстановки их в окончательные формулы (в стандартной модели TEMPO2 - из ППК формализма [6]). Именно здесь производилась основная коррекция: зависимые параметры не считываются из данных пульсара, а вычисляются из независимых согласно моделям из пп. 3.1 и 3.2.

Важно, что в процессе работы программа выводит оригинальные и финальные значения разницы времён прихода импульса. Сравнения невязок позволяют оценить, какие из моделей выполняются лучше.

#### 4.1.1. $f(R)$ гравитация.

В этой теории в п. 3.1 задаётся зависимость параметров  $\dot{P}_b, \dot{\omega}, \gamma, s$  от параметров  $P_b, m_2, m_{tot} = m_1 + m_2, x, e, f_0', f_0''$ . Поэтому изымаются все столбцы матрицы дизайна  $C_{w_d}$ , соответствующие зависимым параметрам. Элементы,

соответствующие независимым параметрам  $w_d$ , модифицируются:

$$C_{w_i} = \widetilde{C}_{w_i} + \sum_{w_d} \frac{\partial w_d}{\partial w_i} C_{w_d},$$

где  $\widetilde{C}_{w_i}$  – элементы матрицы дизайна, вычисляемые в оригинальной модели [8]. Для новых параметров принимается  $\widetilde{C}_{w_i} = 0$ . Фитирование параметра  $f_0'$  не производится, т.к. он известен из предела ОТО при малых  $R$ :  $f_0' = 4/3$ .

#### 4.1.2. Теория гравитации Хорндески.

Аналогично предыдущему пункту, параметры  $\dot{\omega}$ ,  $\gamma$ ,  $s$ ,  $r$  зависят от параметров  $P_b, m_2, m_{tot} = m_1 + m_2, x, e, Q, c_2$ . Для параметров модели принимается  $\widetilde{C}_Q = \widetilde{C}_{c_2} = 0$  (оцениваются оба параметра модели).

## 4.2. МНК.

Изначально программа использует псевдообращение матрицы для осуществления регрессии [7]:

$$\Delta w = (WC)^+ W \Delta y.$$

Для поиска псевдообратной матрицы  $(WC)^+$  используется метод сингулярного разложения [16]. Матрица  $(WC)^+$  – взвешенная матрица факторов размера  $M \times N$ , где  $M$  – количество наблюдений,  $N$  – количество параметров. Для неё производится сингулярное разложение: поиск таких ортогональных матриц  $U$  (размера  $M \times N$ ),  $V$  (размера  $N \times N$ ), и диагональной матрицы  $\Lambda$  (размером  $N \times N$ ) - матрицы сингулярных чисел, чтобы

$$(WC) = U \Lambda V^T.$$

Тогда псевдообратная матрица будет иметь вид

$$(WC)^+ = V^T \Lambda^{-1} U.$$

При большом значении  $M$  псевдообращение может быть неоптимальным, т.к. программа работает с матрицами размером до  $M \times M$ , что увеличивает время работы программы, а также повышает возможные ошибки из-за очень больших и очень маленьких значений сингулярных чисел, которые могут выходить за пределы точности типов данных.

Но также есть другой метод регрессии [14]:

$$\Delta w = (C^T W C)^{-1} C^T W \Delta y.$$

При нём происходит обращение квадратной матрицы размера  $N \times N$ . Для нахождения обратной матрицы я использую метод Гаусса-Жордана [15]. Замена метода обращения матрицы даёт прирост скорости около 100%. Наибольшее замедление вызывает вычисление произведения  $C^T W C$  в силу большого количества операций вычисления. Такое вычисление может также вносить погрешности в силу большого количества операций сложения и вычитания для величин с сильно отличающимися порядками.

## 5. Результаты.

В процессе работы использовались данные одиннадцатилетних (с 2004 по 2015 гг.) наблюдений пульсаров системой NANOGrav [17]. В данном параграфе приведён анализ данных пульсара J1713+0747, остальные данные приведены в приложении 8.2.

### 5.1. $f(R)$ гравитация.

Для исследования была взята предварительная оценка  $f_0'' = -0.02$ , как среднее значение одного из ограничений, полученных для этой модели [12] (из случая сильного поля,  $-0.05772 \leq f_0'' \leq 0$ ). После окончания работы программы было значение  $f_0'' = (-2.0 \pm 5.2) \cdot 10^{-3}$  при  $f_0' = \frac{4}{3}$ ,  $f_0 = 0$ . Это значение с учётом погрешности также лежит в пределах ограничения для случая слабого  $-0.0055 \leq f_0'' \leq 0$ .

Также стоит обратить внимание на стабильность вычисления массы: приближение ОТО даёт оценку  $m_1 = 1.411, m_2 = 0.3006$ . С учётом элементов второго порядка по кривизне оценка массы составляет  $m_1 = 1.362, m_2 = 0.2941$ . Отклонение от ОТО составляет около 2%.

### 5.1.1. Теория гравитации Хорндески.

Для теории Хорндески были получены значения  $Q = 3.35 \pm 2.4, c_2 = (25.09 \pm 2.24)c^2$ , что совпадает с оценками из предыдущей работы [18], значения масс компонент  $m_1 = 1.362, m_2 = 0.2942$ . Отклонение масс от предсказываемых в ОТО также составляет около 2%.

## 6. Заключение.

В основе определения параметров моделей по постньютоновским и посткеплеровским параметрам лежит изучение выражений для этих параметров, зависящие от параметров модели и свойств исследуемых систем. Необходимо тем или иным способом так подобрать параметры модели и независимые неизвестные свойства системы, чтобы вычисляемые выражения были максимально близки к измеренным. Для этого система уравнений должна быть переопределённой (или хотя бы определённой). В связи с нелинейностью этих уравнений, в общем случае точное решение найти невозможно. Такие системы можно решать, к примеру, графически: вручную подбирать значения параметров, чтобы графики уравнений (для двух из независимых переменных) пересекались максимально близко к одной точке. Автоматически такие задачи можно решать с помощью МНК.

В этой работе я опускала шаг нахождения посткеплеровских параметров. В качестве зависимых величин выступали времена прихода импульсов (точнее, разница между расчётным согласно модели и зарегистрированным временами). Параметры модели замещали зависящие от них посткеплеровские параметры системы, и вычислялись одновременно с другими параметрами при работе программы.

Необходимо отметить, что в случае высокой ковариации между парамет-

ром модели и величиной, оригинально вычисляемой в TEMPO2, может быть существенное изменение результатов относительно двухшагового вычисления, так как при анализе посткеплеровских параметров отдельно от остальных, не учитываются возможные ковариации их с другими вычисляемыми величинами, а также могут не учитываться ковариации между самими посткеплеровскими параметрами.

В данной работе у результатов получены очень большие погрешности. Это связано с тем, что наборы данных для пульсаров оригинально не содержали в себе вычисленных значений параметров  $\dot{\omega}$ ,  $\dot{P}_b$ ,  $\gamma$ , поэтому комбинация значений остальных параметров незначительно отличалась от той, которая была бы получена с учётом их. При добавлении новых параметров без осуществления большого количества итераций программы суммарные отклонения могут быть достаточно большими, т.к. наблюдений очень много, а влияние новых параметров присутствует. Так как погрешности в программе домножаются на значение функционала  $\sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$ , их значения в итоге выходят достаточно большими.

Основной проблемой при использовании модифицированной программы TEMPO2 является возможная сильная зависимость некоторых параметров системы и модели друг от друга. Если у параметров в результате получается очень высокая ковариация, к примеру, во многих уравнениях они составляют вместе одинаковые выражения, необходимо в качестве параметра взять комбинацию этих параметров и оценивать её, либо просто производить анализ только одного из параметров. В противном случае результаты могут показать достаточно сильное расхождение значений.

Мною также было исследовано два открытых каталога наблюдений пульсаров: NANOGrav (11 лет) и EPTA v. 2.2. Второй архив содержит гораздо больше пульсаров, но наблюдений по каждому представлено очень мало, что также вызывает большие погрешности в результатах. Поэтому в данной работе было отдано предпочтение архиву NANOGrav. При использовании ещё более полных наборов данных результаты были бы ещё точнее. К примеру, можно было бы исследовать двойной пульсар J0737-3039, для которого известны наиболее точные параметры системы и обеих компонент.

Я планирую продолжить работу над модификацией ТЕМРО2, а именно:

- по возможности оптимизировать использование оперативной памяти и процессорные вычисления, минимизировать ошибки, связанные с размерами типов данных;
- обеспечить более лёгкое внедрение моделей гравитации для их проверки (определение параметров в программе, вычисление времён прихода импульсов);
- проверить возможность организации вычислений на графических процессорах — так как самым долгим шагом в работе программы являются простые операции с матрицами, их можно разделить для выполнения графическими процессорами. Основной сложностью этого решения является ограничение типов данных: большая часть оборудования поддерживает только тип float (4 байта) для вычислений. Такой точности недостаточно. Но внедрение этой возможности позволило бы несколько упростить работу с программой ТЕМРО2 на недостаточно мощных устройствах (к примеру, персональных компьютерах).

Программа ТЕМРО2 активно разрабатывается. Она поставляется с актуальными вспомогательными данными, такими как параметры обсерваторий, шкалы перевода времени, эфемериды планет. Это готовый программный продукт для уточнения параметров пульсаров. Он не подходит для определения параметров с нуля в силу особенностей МНК: значения параметров вычисляются на основе предыдущих известных значений, поэтому должна быть дана предварительная оценка, причём чем ближе она к точным параметрам, тем меньше ошибок будет наблюдаться в ходе программы.

## 7. Список литературы

- [1] С. О. Алексеев, Е. А. Памятных, А. В. Урсулов, Д.А.Третьякова, К.А.Ранну, Введение в общую теорию относительности. Ее современное развитие и приложения // Издательство Уральского федерального уни-



верситета имени первого Президента РФ Б.Н.Ельцина, Екатеринбург, РФ, 2015. — С. 380.

- [2] Will C. M., Nordtvedt Jr., «K. Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism», *Astrophysical Journal*, Vol. 177, p. 757, 1972.
- [3] B. Bertotti, L. Iess, P. Tortora, «A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft», *Nature volume 425*, pages 374–376, 2003.
- [4] Adam S. Bolton, Saul Rappaport, Scott Burles, «Constraint on the Post-Newtonian Parameter gamma on Galactic Size Scales», *Phys. Rev. D* 74, 2006.
- [5] Ashok Verma, Agnes Fienga, Jacques Laskar, Herve Manche, Mickael Gastineau, «Use of MESSENGER radioscience data to improve planetary ephemeris and to test general relativity», *A&A Volume 561*, 2014.
- [6] T. Damour, N. Deruelle, «General relativistic celestial mechanics of binary systems. II. The post-Newtonian timing formula», *Annales de L'I. H. P., section A*, tome 44, pp. 263-292, 1986.
- [7] G. Hobbs, R. Edwards, R. Manchester, «TEMPO2, a new pulsar timing package. I: Overview», *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*369, pp. 655-672, 2006.
- [8] R. T. Edwards, G. B. Hobbs, R. N. Manchester, «Tempo2, a new pulsar timing package. II: The timing model and precision estimates», *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*372, pp. 1549-1574, 2006.
- [9] <https://bitbucket.org/psrsoft/tempo2/> - «Tempo2 is a high precision pulsar timing tool».
- [10] Starobinsky A. A., «A new type of isotropic cosmological models without singularity», *Physics Letters B*. 91: 99–102, 1980.
- [11] Capozziello, S.; De Laurentis, M., «Extended Theories of Gravity», *Physics Reports*, 509 (4–5): 167–321., 2011.

- [12] P. I. Dyadina, S. O. Alexeyev, S. Capozziello et al. / Strong-field tests of  $f(r)$ -gravity in binary pulsars // *International Journal of Modern Physics Conference Series*. — 2016. — Vol. 41. — P. 1660131–1–1660131–9.
- [13] Hofmann, «Parameterized post-Newtonian limit of Horndeski's gravity theory», *Phys. Rev. D* 92, 064019, 2015.
- [14] Gordon K. S, «Nonlinear regression», *Encyclopedia of Environmetrics, Volume 3*, pp 1405–1411, 2002.
- [15] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling & B.P. Flannery, «Numerical recipes: The art of scientific computing», *Third Edition. Cambridge University Press*, 2007, pp. 41-48.
- [16] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling & B.P. Flannery, «Numerical recipes: The art of scientific computing», *Third Edition. Cambridge University Press*, 2007, pp. 65-75, 793-796.
- [17] Z. Arzoumanian, P. T. Baker, A. Brazier, S. Burke-Spolaor, S. J. Chamberlin, S. Chatterjee, B. Christy, J. M. Cordes, N. J. Cornish, F. Crawford, H. Thankful Cromartie, K. Crowter, M. DeCesar, P. B. Demorest, T. Dolch, J. A. Ellis, R. D. Ferdman, ..., «The NANOGrav 11-year Data Set: Pulsar-timing Constraints On The Stochastic Gravitational-wave Background», *arXiv:1801.02617*, 2018.
- [18] Polina I. Dyadina, Nikita A. Avdeev, Stanislav O. Alexeyev / Gravitational radiation from compact binary systems in Horndeski gravity // submitted to *Phys.Rev.D*
- [19] Will C. M., Nordtvedt Jr. K., «Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism», *Astrophysical Journal*, vol. 177, p.757, 1972

## 8. Приложения.

### 8.1. Наблюдательные ограничения на постньютоновские параметры.

Здесь приведён альфа-дзета вариант ППН-формализма [19].

параметр	Границы	физический смысл
$\gamma - 1$	$2.3 \cdot 10^{-5}$	Как велика пространственная кривизна, создаваемая единичной массой.
$\beta - 1$	$8 \cdot 10^{-5}$	Как велика «нелинейность» в законе суперпозиции для гравитации.
$\xi$	$4 \cdot 10^{-9}$	Существуют ли эффекты, связанные с выделенным положением в пространстве.
$\alpha_1$	$4 \cdot 10^{-5}$	Существуют ли эффекты, связанные с выделенной системой отсчёта.
$\alpha_2$	$2 \cdot 10^{-9}$	
$\alpha_3$	$4 \cdot 10^{-20}$	
$\zeta_1$	0.02	Нарушается ли закон сохранения полного импульса.
$\zeta_2$	$4 \cdot 10^{-5}$	
$\zeta_3$	$10^{-8}$	
$\zeta_4$	—	

В ОТО все приведённые в таблице значения приравниваются к нулю. При этом параметры

$$\gamma = 1, \beta = 1,$$

что выделяет их из остальных параметров в этой теории.

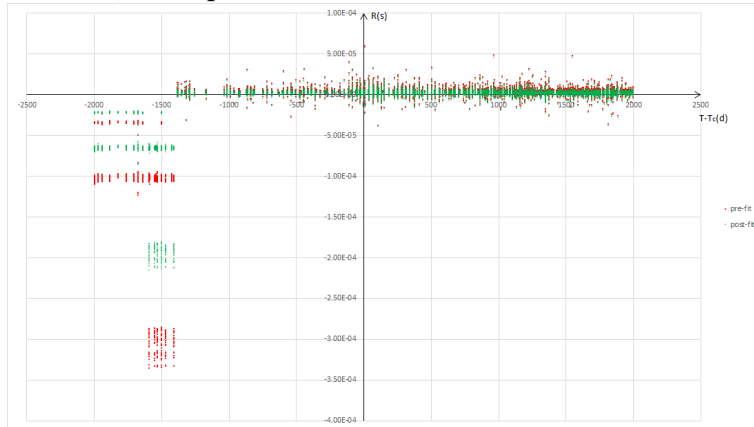
## 8.2. Полученные параметры пульсаров.

Параметр	J1713+0747	J1600-3053	J2302+4442
ОТО			
$m_1$	$1.411 \pm 9.7$	$1.712 \pm 0.77$	$0.622 \pm 0.005$
$m_2$	$0.3006 \pm 1.2$	$0.2569 \pm 0.07$	$0.1825 \pm 9 \cdot 10^{-4}$
$\dot{\omega}$	$2.509 \cdot 10^{-4}$	$3.625 \cdot 10^{-3}$	$5.227 \cdot 10^{-5}$
$\dot{P}_b$	$-6.800 \cdot 10^{-18}$	$-8.838 \cdot 10^{-17}$	$-7.934 \cdot 10^{-19}$
$s$	0.9424	0.9171	0.9547
$r$	$1.481 \cdot 10^{-6}$	$1.266 \cdot 10^{-6}$	$8.989 \cdot 10^{-7}$
$\gamma$	$6.289 \cdot 10^{-7}$	$6.865 \cdot 10^{-7}$	$4.343 \cdot 10^{-6}$
$f(R)$ гравитация			
$f_0'$	4/3	4/3	4/3
$f_0''$	$-1.950 \cdot 10^{-3} \pm 1.2$	$2.948 \pm 232$	$19.93 \pm 109$
$m_1$	$1.362 \pm 1.5$	$1.864 \pm 3.9$	$0.7202 \pm 0.6$
$m_2$	$0.2941 \pm 0.19$	$0.2808 \pm 0.37$	$0.1995 \pm 0.1$
$\dot{\omega}$	$2.464 \cdot 10^{-4}$	$3.684 \cdot 10^{-3}$	$5.440 \cdot 10^{-5}$
$\dot{P}_b$	$-6.526 \cdot 10^{-18}$	$-9.164 \cdot 10^{-18}$	$-8.942 \cdot 10^{-19}$
$s$	0.9460	0.9137	0.9091
$r$	$1.449 \cdot 10^{-6}$	$1.291 \cdot 10^{-6}$	$9.826 \cdot 10^{-7}$
$\gamma$	$6.213 \cdot 10^{-7}$	$6.943 \cdot 10^{-7}$	$4.680 \cdot 10^{-6}$
Скалярно-тензорная теория Хорндески			
$Q^1$	$3.350 \pm 2.4$	$4.538 \pm 8$	$102.5 \pm 73$
$c_2$	$25.09 \pm 2.24$	$16.94 \pm 64$	$26.88 \pm 2.5$
$m_1$	$1.362 \pm 5.3$	$1.671 \pm 1.9$	$0.7279 \pm 1.1$
$m_2$	$0.2942 \pm 0.7$	$0.2986 \pm 0.17$	$0.2008 \pm 0.18$
$\dot{\omega}$	$2.461 \cdot 10^{-4}$	$4.489 \cdot 10^{-3}$	$6.114 \cdot 10^{-5}$
$\dot{P}_b$	0	0	0
$s$	0.9461	0.958	1.015
$r$	$1.447 \cdot 10^{-6}$	$9.916 \cdot 10^{-7}$	$9.890 \cdot 10^{-7}$
$\gamma$	$6.209 \cdot 10^{-7}$	$5.986 \cdot 10^{-7}$	$4.306 \cdot 10^{-6}$

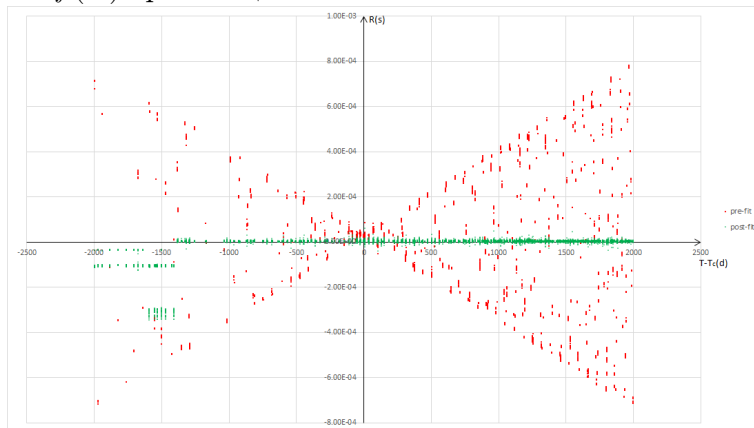
$${}^1Q = \left( 2 \frac{\omega + 1}{\omega + 2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega + \tau - 4\omega\sigma}{(2\omega + 3)(2\omega + 4)^2} \right) + \frac{3}{2} \right)$$

### 8.3. Анализ отклонений времён прихода импульсов.

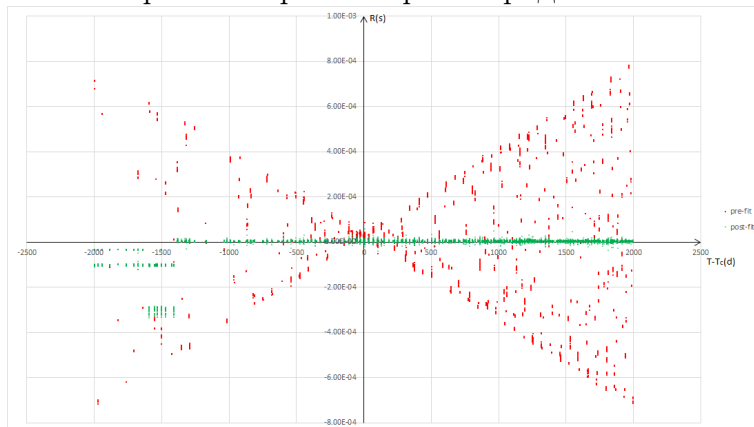
#### Общая теория относительности



#### $f(R)$ гравитация



#### Скалярно-тензорная теория Хорндески



#### 8.4. Анализ скорости работы TEMPO2.

Время совершения одной итерации программы, время получается усреднением времён нескольких запусков.

Пульсар	Время работы программы (с)		Количество наблюдений
	Сингулярное разложение	метод Гаусса-Жордана	
J1713+0747	4952.91	1380.43	27571
J1600-3053	177.03	81.71	12433
J2302+4442	12.36	8.68	6549