

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ



На правах рукописи

Леденцов Леонид Сергеевич

**РАЗРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ
В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ
И ФИЗИКЕ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК**

Специальность - 01.03.02 - Астрофизика и звездная астрономия

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор Б.В. Сомов

Москва

2013

Содержание

Введение	4
1 Изменение магнитного поля на МГД разрыве	14
1.1 Граничные условия на разрыве	14
1.2 Наклон линий магнитного поля	24
1.3 Классификация разрывов по потоку вещества	30
2 Непрерывные переходы между МГД разрывами	38
2.1 Условия для переходов	38
2.2 Переходы при изменении потока вещества	42
2.3 Переходы при нулевых параметрах течения	49
2.4 Схема непрерывных переходов	56
3 Нагрев плазмы на МГД разрывах	64
3.1 Скачок внутренней энергии	64
3.2 Зависимость нагрева от типа разрыва	67
4 Проблемы интерпретации численных моделей	72
4.1 Разрывы вблизи области магнитного пересоединения . .	72
4.2 Переходы между разрывами в модели пересоединения . .	80
4.3 Нагрев вблизи области магнитного пересоединения . . .	84

Заключение	88
Список литературы	91

Введение

Магнитная гидродинамика (МГД) описывает поведение движущейся сплошной проводящей среды (жидкой или газообразной) при ее взаимодействии с электромагнитным полем. Ее теоретической основой служат уравнения электромагнитного поля и гидродинамические уравнения сплошной среды. Бурное развитие МГД пришлось на середину прошлого века и было связано (помимо многочисленных технических приложений) с новыми задачами физики Солнца, геофизики и астрофизики. Тому способствовали следующие особенности изучаемых объектов: во-первых высокая ионизация межзвездного газа, звездных атмосфер и внутризвездного вещества, что делает эти среды отличными проводниками; во-вторых огромные, недостижимые в лабораторных условиях электрические, и особенно, магнитные поля; и в-третьих большая протяженность космических сред, позволяющая успешно применять к ним гидродинамическое описание.

Основные положения МГД были сформулированы в 1940-х гг. шведским физиком Х. Альвеном, предложившим эту теорию для объяснения ряда явлений в космической плазме (Alfven, 1950 [1]). Альвен описал новый тип волнового движения проводящей среды в магнитном поле — магнитогидродинамические волны, названные в его честь волнами Альвена. В дальнейшем было выделено еще несколько

характерных для замагниченной среды волн малой амплитуды, как то быстрые и медленные магнитозвуковые волны.

В отличие от альвеновских и магнитозвуковых волн, описываемых малыми возмущениями в уравнениях проводящей среды, разрывные течения представляют собой области сшивки решений системы нелинейных уравнений для двух непрерывных сред, разделенных поверхностью разрыва. Сложное взаимодействие магнитного поля с веществом в МГД (особенно, когда речь идет о высокотемпературной плазме в сильном магнитном поле) порождает множество различных по своим свойствам разрывных решений (Hoffmann, Teller, 1950 [2]).

Как известно, уравнения обычной гидродинамики имеют лишь два типа разрывных решений: тангенциальный разрыв и ударная волна. В магнитной гидродинамике наличие магнитного поля в плазме приводит к существованию быстрых и медленных ударных волн, альвеновских течений и других разрывов (Сыроватский, 1957; Половин, 1960, Anderson, 1963 [3–5]). Напомним, что при переходе через поверхность разрыва происходит резкое изменение, скачок параметров плазмы. Тип разрывного МГД решения, т.е. его характер, определяется изменениями плотности плазмы, скорости ее течения и вмороженного в нее магнитного поля. Более того, в отличие от гидродинамики, в МГД оказываются возможными непрерывные переходы между различными типами разрывных решений при непрерывном изменении условий течения плазмы (Сыроватский, 1956 [6]). Происходит это через так называемые переходные решения, одновременно удовлет-

воряющие условиям двух типов разрывов. Кроме того, на поверхности разрыва происходит нагрев плазмы, величина которого, разумеется, тоже зависит от типа МГД разрыва, хотя и не определяет его классификационные признаки: непрерывность или скачок плотности, наличие или отсутствие перпендикулярных составляющих скорости v_{\perp} и магнитного поля B_{\perp} .

Возможность переходов между теми или иными типами разрывов удобно изображать в виде блок-схемы, где каждому блоку соответствует определенный класс МГД течений. Такого рода схемы публиковались ранее: Сыроватский, 1956 [6] и Сомов, 1993 [7]. Однако обе они не были достаточно полными с точки зрения разнообразия существующих типов МГД разрывов. Между тем, схемы, учитывающие все возможные типы разрывов и разрешенные непрерывные переходы между ними, необходимы, например, для интерпретации современных результатов численного моделирования в физике солнечных вспышек.

Известно, что разрывные течения плазмы реализуются в очень широком классе физических условий. Как следствие, они присутствуют в различного рода технических установках и устройствах, имеющих практическое значение (см. Sutton, Sherman, 1965; Лукьянов, 1975; Морозов, 2006 [8–10]), в лабораторных и численных экспериментах (например, Biskamp, 1997; Имшенник, Боброва, 1997; eds. Büchner, Dum, Scholer, 2003 [11–13]), в космических условиях (Giovanelli, 1946; Dungey, 1958; Orta, Huerta, Boynton, 2003 [14–16]) – особенно в свя-

зи с эффектом магнитного пересоединения (Petschek, 1964; ed. Hones, 1984; eds. Hoshino, Stenzel, Shibata, 2001 [17–19]). Последнее представляет собой перераспределение взаимодействующих магнитных потоков, изменяющее их топологическую связность. Характерно, что при взаимодействии магнитных потоков в плазме высокой проводимости, например, в солнечной короне, образуются электрические токи, точнее говоря, тонкие токовые поверхности или токовые слои, которые можно рассматривать как двумерные МГД разрывные течения (Сыроватский, 1960, 1966, 1971 [20–22]).

В плазме высокой проводимости токовые слои существенно замедляют процесс пересоединения по сравнению с тем, каким он был бы в вакууме. В магнитном поле токовых слоев накапливается значительный избыток энергии, соответствующий энергии взаимодействия непересоединенных магнитных потоков, называемый свободной магнитной энергией. Для токового слоя в короне Солнца свободная энергия может достигать значений порядка 10^{32} эрг, т.е. значений энергии самых больших солнечных вспышек. Таким образом, теория токовых слоев Сыроватского (Сыроватский, 1974 [23]) позволила дать ответ на ключевой вопрос: где и в какой форме накапливается энергия вспышки?

Второе важное свойство токового слоя Сыроватского – его метастабильность. Он устойчив лишь в определенном интервале физических параметров. В зависимости от их значений токовый слой либо устойчив и медленно меняется при их изменении, либо теряет устой-

чивость при достижении некоторых пороговых значений, что приводит к быстрой диссипации накопленной энергии, проявляющей себя в виде солнечной вспышки (Сыроватский, 1981 [24]).

Отвлекаясь от существенных деталей и стадий в развитии вспышки, отметим лишь, что в ней так называемое быстрое магнитное пересоединение происходит в высокотемпературных турбулентных токовых слоях (Somov, 1992, 2013b [25, 26]). Оно осуществляет быстрое преобразование энергии магнитного поля, накопленной перед вспышкой, в энергию частиц плазмы во время вспышки. При этом значительная часть энергии вспышки освобождается в виде высокоскоростных узконаправленных потоков плазмы из токового слоя – джетов. Последние порождают вне токового слоя сложную картину МГД разрывных течений. Понимание этой картины необходимо, в частности, для объяснения наблюдаемых свойств больших эруптивных вспышек, корональных выбросов массы и других геоэффективных явлений на Солнце (eds. Svestka, Jackson, Machado, 1992; Hanslmeier, Veronig, Messerotti, 2005; Hanslmeier, 2007 [27–29]).

Современные численные эксперименты, моделирующие процесс магнитного пересоединения (как двумерный, так и трехмерный) в приближении диссипативной МГД, демонстрируют несколько сглаженную картину разрывных течений в окрестности пересоединяющего токового слоя (Shimizu, Ugai, 2003; Shimizu, Kondoh, Ugai, 2005; Ugai, Kondoh, Shimizu, 2005; Ugai, 2008; Zenitani, Miyoshi, 2011 [30–34]). При интерпретации результатов таких расчетов, особенно трехмер-

ных, трудно идентифицировать однозначно тип того или иного разрыва по некоторому неполному набору признаков. Если эту трудность удастся преодолеть, то возникает вторая проблема, заключающаяся в необходимости объяснить одновременное присутствие разных типов разрывов, плавно переходящих друг в друга. При этом задача интерпретации картины переходов часто осложняется появлением в ней неэволюционных разрывов (Lax, 1957 [35]). Малые возмущения, накладываемые на поверхность неэволюционного разрыва, мгновенно приводят к большим изменениям в разрывном течении. Этим свойство неэволюционности отличается от неустойчивости: обычная неустойчивость связана с постепенным нарастанием малого возмущения, которое остается малым в течение некоторого промежутка времени. Таким образом, обнаружение и анализ областей неэволюционности является важной задачей при численном моделировании.

В работах Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37] рассматривается двумерная стационарная модель пересоединения в сильном магнитном поле, включающая в себя тонкий токовый слой типа токового слоя Сыроватского (Сыроватский, 1971 [22]) и четыре присоединенные к его торцам разрывные МГД течения конечной длины (Марковский, Сомов, 1989 [38]). Решение задачи, найденное в аналитическом виде, позволяет строить картину линий магнитного поля в окрестности области пересоединения. Рассчитанная структура поля в общем случае довольно сложна. Формирование токового слоя сопровождается образованием на его торцах обратных токов, что делает

эту структуру неэволюционной (Марковский, Сомов, 1993; Markovskii, Somov, 1996 [39, 40]). Для ее объяснения и сопоставления с результатами численного моделирования, например, в приближении диссипативной МГД (Брушлинский, Заборов, Сыроватский, 1980; Biskamp, 1960; Yokoyama, Shibata, 1997; Chen, Fang, Tang, et al., 1999; Kondoh, Ugai, Shimizu, 2005 [41–45]) необходима простая удобная интерпретация изменений картины магнитного поля на поверхности разрыва в “лабораторной” системе координат, т.е. системе координат, в которой не равно нулю электрическое поле, неизбежно связанное с процессом магнитного пересоединения.

Основной задачей представленной работы является детальное изучение граничных условий для уравнений идеальной МГД на поверхности разрывов различных типов. В рамках общей постановки задачи выделены следующие последовательные задачи:

а) найти удобный, наглядный параметр течения плазмы для постановки его в соответствие с известной стандартной классификацией разрывных течений в проводящей среде с магнитным полем,

б) найти переходные решения между парами МГД течений, реализующимися в соседних областях возможных значений этого параметра, и как следствие, построить полную схему разрешенных непрерывных переходов между МГД разрывами,

в) исследовать зависимость эффективности нагрева плазмы на разрыве от типа МГД разрывного течения,

г) применить полученные результаты к известному классу ана-

литических решений о структуре сильного магнитного поля в окрестности пересоединяющего токового слоя (Марковский, Сомов, 1989; Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36–38]).

Результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. 6-ая Конференция “Физика плазмы в солнечной системе”. Москва, ИКИ РАН, (2011).
2. VIII Конференция молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, (2011).
3. Международная конференция “European Week of Astronomy and Space Science (JENAM 2011)”. Санкт-Петербург, ГАО РАН (2011).
4. XII Конференция молодых ученых “Взаимодействие полей и излучения с веществом”. Иркутск, ИСЗФ СО РАН, (2011).
5. IX Конференция молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, (2012).
6. Научная конференция “Астрономия в эпоху информационного взрыва: результаты и проблемы”. Москва, ГАИШ, МГУ им. М.В. Ломоносова, (2012).
7. 8-ая Конференция “Физика плазмы в солнечной системе”. Москва, ИКИ РАН, (2013).
8. X Конференция молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, (2013).

Материалы, составляющие содержание диссертации, опубликованы в Леденцов, Сомов, 2010–2013; Somov, Bezrodnykh, Ledentsov, 2011; Ledentsov, Somov, 2012 [46–59].

Диссертация состоит из четырех глав. В первой главе рассматриваются граничные условия для уравнений идеальной МГД на поверхности разрыва. Выводится уравнение, связывающее между собой углы наклона линий магнитного поля по разные стороны поверхности двумерного разрывного течения. С помощью характерного параметра, а именно величины потока массы, перетекающей через разрыв, найденная зависимость связывается со стандартной классификацией МГД течений плазмы.

Во второй главе производится поиск переходных решений между всеми соседними парами МГД разрывов, как среди двумерных течений, так и среди трехмерных. В результате удается составить общую схему непрерывных переходов между МГД разрывами. Полученная таким образом схема содержит в себе все ранее предлагавшиеся схемы непрерывных переходов и является их корректным обобщением.

Третья глава посвящена изучению граничного условия, эквивалентного закону сохранения энергии на поверхности разрыва. Соответствующее уравнение не отражает классификационных признаков разрыва, но содержит в себе информацию о внутренней энергии плазмы, а значит, и о способности МГД течения нагревать плазму. Производится поиск уравнения, описывающего в явном виде изменение

внутренней энергии плазмы при переходе через разрыв. Изучается его зависимость как от термодинамических параметров среды, так и от типа МГД разрыва.

В четвертой главе обсуждаются свойства разрывных течений, имеющих место в самосогласованной аналитической модели магнитного пересоединения в сильном магнитном поле. Производится идентификация типов МГД течений, образующихся вблизи торцов пересоединяющего токового слоя. Показано, что по мере удаления от токового слоя происходит изменение характерной конфигурации магнитного поля, а значит, и смена типа течения. Анализ соответствующих переходных решений подтверждает возможность дополнительного нагрева плазмы ударными волнами вне области магнитного пересоединения.

В заключении сформулированы выводы и перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ, гранты № 08-02-01033-а, № 11-02-00843-а и № 11-02-16091-моб_з_рос).

Завершить введение хотелось бы словами благодарности моему научному руководителю Сомову Борису Всеволодовичу. Ваша научная широта взглядов и жизнеутверждающая ирония всегда вдохновляла на новые исследования. Спасибо Вам за терпение!

1 Изменение магнитного поля на МГД разрыве

1.1 Граничные условия на разрыве

В окрестности МГД разрыва плотность плазмы, ее давление, скорость течения, направление и напряженность магнитного поля могут изменяться скачком на расстоянии, сравнимом с длиной свободного пробега частиц. Физические процессы внутри такого скачка определяются кинетическими явлениями в плазме, как ламинарными, так и турбулентными (Tideman, Krall, 1971 [60]). В приближении диссипативной МГД внутренняя структура разрывного течения определяется диссипативными коэффициентами переноса (вязкостью и проводимостью), а также теплопроводностью (Сиротина, Сыроватский, 1960; Зельдович, Райзер, 1966 [61, 62]). Однако в приближении идеальной МГД этот скачок имеет нулевую толщину, т.е. происходит на некоторой поверхности разрыва.

Будем рассматривать плоскую поверхность разрыва, что уместно для площадок достаточно малого размера по сравнению с радиусом кривизны поверхности. На рис. 1 представлена система координат, в которой наблюдатель перемещается вместе с поверхностью разрыва, расположенной в плоскости (y, z) . Однородная плазма втекает с постоянной скоростью в разрыв слева и вытекает из него справа. Находясь в рамках идеальной МГД, мы пренебрегаем вязкостью, теплопровод-

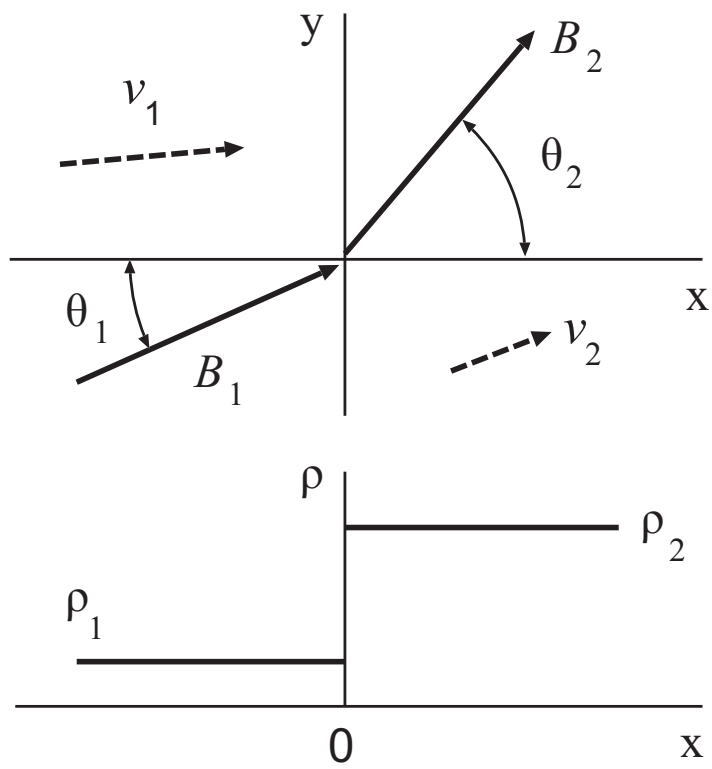


Рис. 1: Изменение магнитного поля \mathbf{B} , поля скоростей \mathbf{v} и плотности ρ плазмы на фронте ударной волны $x = 0$.

ностью и электрическим сопротивлением плазмы. Тогда граничные условия для уравнений МГД на разрыве могут быть записаны в виде следующих законов сохранения (Сыроватский, 1957; Шерклиф, 1967; Ландау, Лифшиц, 1982 [3, 63, 64]):

$$\{ B_x \} = 0, \quad (1)$$

$$\{ \rho v_x \} = 0, \quad (2)$$

$$\{ v_x B_y - v_y B_x \} = 0, \quad (3)$$

$$\{ v_x B_z - v_z B_x \} = 0, \quad (4)$$

$$\left\{ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \right\} = 0, \quad (5)$$

$$\left\{ \rho v_x v_z - \frac{1}{4\pi} B_x B_z \right\} = 0, \quad (6)$$

$$\left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0, \quad (7)$$

$$\left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{4\pi} (B^2 v_x - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) B_x) \right\} = 0. \quad (8)$$

Здесь фигурными скобками обозначена разность значений заключенной внутри скобок величины с обеих сторон плоскости разрыва. Например, первое уравнение означает непрерывность нормальной компоненты магнитного поля:

$$\{ B_x \} = B_{x2} - B_{x1} = 0$$

или, что то же самое, сохранение магнитного потока. Остальные семь уравнений также имеют простой физический смысл: уравнение (2) выражает непрерывность потока массы; (3)–(4) – условия непрерывности

тангенциальной составляющей электрического поля; уравнения (5)–(7) описывают непрерывность потока импульса в трех компонентах; наконец, (8) – условие непрерывности потока энергии. Величины, отмеченные индексом 1, относятся к левой стороне на рис. 1, соответствующей набегающему потоку плазмы, а индексом 2 – убегающему. Разумеется, помимо приведенных восьми уравнений, подразумевается заданным уравнение состояния плазмы, например, в виде зависимости удельной (на единицу массы) тепловой функции w от плотности ρ и давления p .

Как известно, система граничных условий (1)–(8) в отличие от таковой в обычной гидродинамике не распадается на набор взаимоисключающих групп уравнений, а значит, в принципе, допускает непрерывные переходы между различными типами разрывных решений при непрерывном изменении условий течения плазмы. Гидродинамические разрывные течения имеют только две разновидности (тангенциальный разрыв и ударная волна, см. рис. 2) и две соответствующие им скорости распространения: ноль и скорость звука. Это свойство не позволяет производить непрерывные переходы между гидродинамическими течениями. Переходы в МГД происходят через некоторые разрывы, которые одновременно удовлетворяют граничным уравнениям для двух смежных типов разрывных течений, т. е. могут быть отнесены как к одному типу, так и к другому (Сыроватский, 1956 [6]). О наличии таких переходов можно догадаться, если перейти от разрывных решений к пределу волн малой амплитуды и проследить за

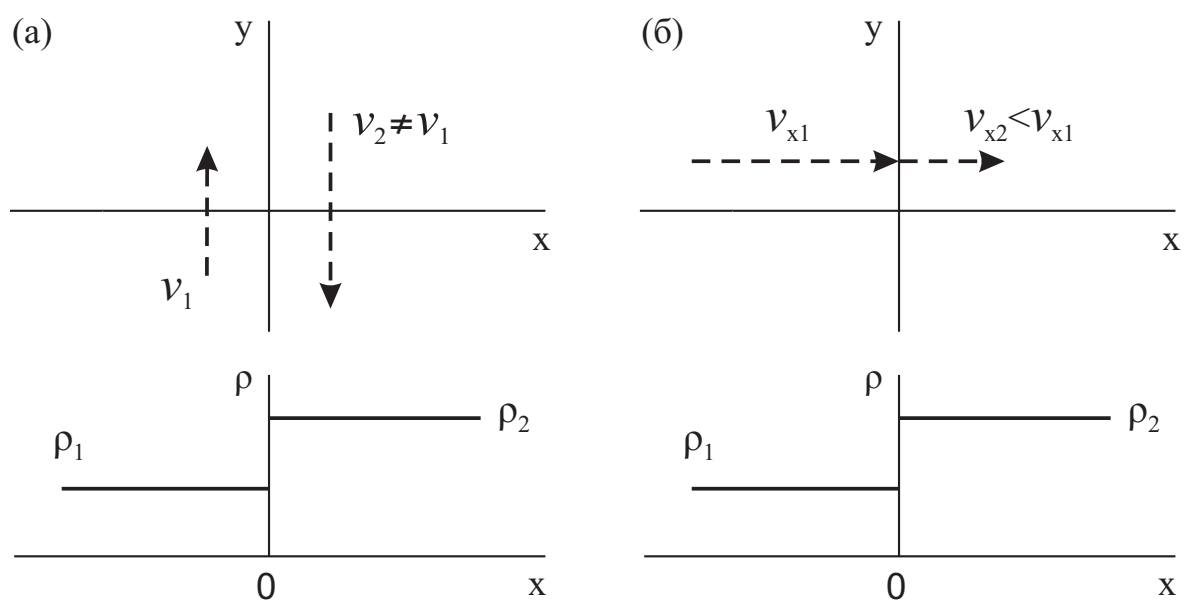


Рис. 2: Гидродинамические разрывы: (а) тангенциальный разрыв, (б) ударная волна.

диаграммами их фазовых скоростей (Somov, 1992, 2013a [25, 65]). Наклонным ударным волнам соответствуют в этом пределе быстрая и медленная магнитозвуковые волны, а вращательному разрыву – альвеновская волна.

При наличии переходных решений классификация разрывов в МГД может иметь лишь условный характер. Действительно, разрыв данного типа может непрерывным образом перейти в разрыв другого типа при плавном изменении параметров набегающего потока плазмы и магнитного поля. Как будет показано в главе 4, изменение типа разрыва может осуществляться при переходе от одной точки на поверхности разрыва к другой точке. В любом случае, в силу возможности плавного перехода между разрывами различных типов, за основу их классификации принимаются локальные *внешние признаки* течения вблизи плоскости разрыва: наличие или отсутствие перпендикулярных к плоскости (т.е. нормальных) составляющих скорости v_x и магнитного поля B_x , непрерывность или скачок плотности ρ . По отношению к этим признакам закон сохранения энергии (8) является дополнительным условием: при найденных значениях магнитного поля, поля скоростей и скачка плотности уравнение (8) определяет скачок внутренней энергии ϵ .

Перед тем как начать поиск переходных решений, необходимо установить, при каких условиях образуются те или иные типы разрывов. Не ограничивая общности рассмотрения, повернем систему координат относительно оси x так, чтобы компонента скорости $v_{z1} = 0$.

Тогда, подставляя (1) в (6) и используя (2), получим уравнение

$$\frac{B_x}{4\pi} \{B_z\} = \rho v_x v_{z2}. \quad (9)$$

Рассмотрим некоторые простые частные решения этого уравнения (см. рис. 3):

1. Если $B_x = 0$ и $v_x = 0$, т.е. магнитное поле не проникает через разрыв, и перетекание плазмы также отсутствует, то из уравнения (9) следует, что величины $\{B_z\}$ и v_{z2} являются произвольными. Соотношения (3) и (5) говорят также о произвольности $\{v_y\}$ и $\{B_y\}$. А из уравнения (7) следует, что давление и напряженность магнитного поля связаны условием непрерывности полного давления:

$$\left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0,$$

Это решение соответствует классическому тангенциальному разрыву (рис. 3а).

2. Если $B_x = 0$, но $v_x \neq 0$ (тогда из (9) $v_z = 0$), то магнитное поле параллельно поверхности разрыва и, как видно из (2)–(4), меняется по величине за счет перетекания плазмы и ее сжатия в силу условия вмороженности:

$$\left\{ \frac{\mathbf{B}}{\rho} \right\} = 0.$$

Разрыв такого типа – перпендикулярная МГД ударная волна (рис. 3б), тоже хорошо известная в МГД. Она представляет собой обычную гидродинамическую волну сжатия, распространяющуюся перпендикулярно направлению магнитного поля и сжимающую плазму вместе с вмороженным в нее магнитным полем.

3. Пусть $B_x \neq 0$ и $v_x = 0$ (а значит, в соответствии с (9) $\{B_z\} = 0$), тогда из (3)–(5) имеем непрерывность компонент v_y , v_z , и B_y . Направление магнитного поля при прохождении разрыва не меняется, однако, может измениться величина плотности. Это – контактный разрыв (рис. 3в).
4. Если же и $B_x \neq 0$, и $v_x \neq 0$, то подстановка значения $v_z = 0$ в (9) дает $\{B_z\} = 0$. В результате уравнение (4) преобразует к виду

$$B_z \{v_x\} = 0.$$

Оно, естественно, допускает два различных решения:

- (а) Рассмотрим сначала решение $\{v_x\} = 0$. Подстановка этого условия в (2) дает новое условие $\{\rho\} = 0$, которое при наличии перетекания плазмы (поскольку $v_x \neq 0$), соответствует альвеновской ударной волне. Используя $\{B_z\} = 0$ и предполагая $\{p\} = 0$ вследствие равенства нулю всех других термодинамических величин, уравнение (7) перепишем в виде $\{B_y^2\} = 0$. Если $\{B_y\} = 0$, то в среде не происходит никаких изменений, и разрыв отсутствует. Поэтому $B_{y2} = -B_{y1}$ (рис. 3г).
- (б) Решение $B_z = 0$ приводит нас к двумерной картине разрыва: вектора скорости и магнитного поля лежат в одной плоскости, ортогональной плоскости разрыва (рис. 1).

Таким образом, отсутствие или наличие перетекания плазмы и проникания магнитного поля через поверхность разрыва позволяет

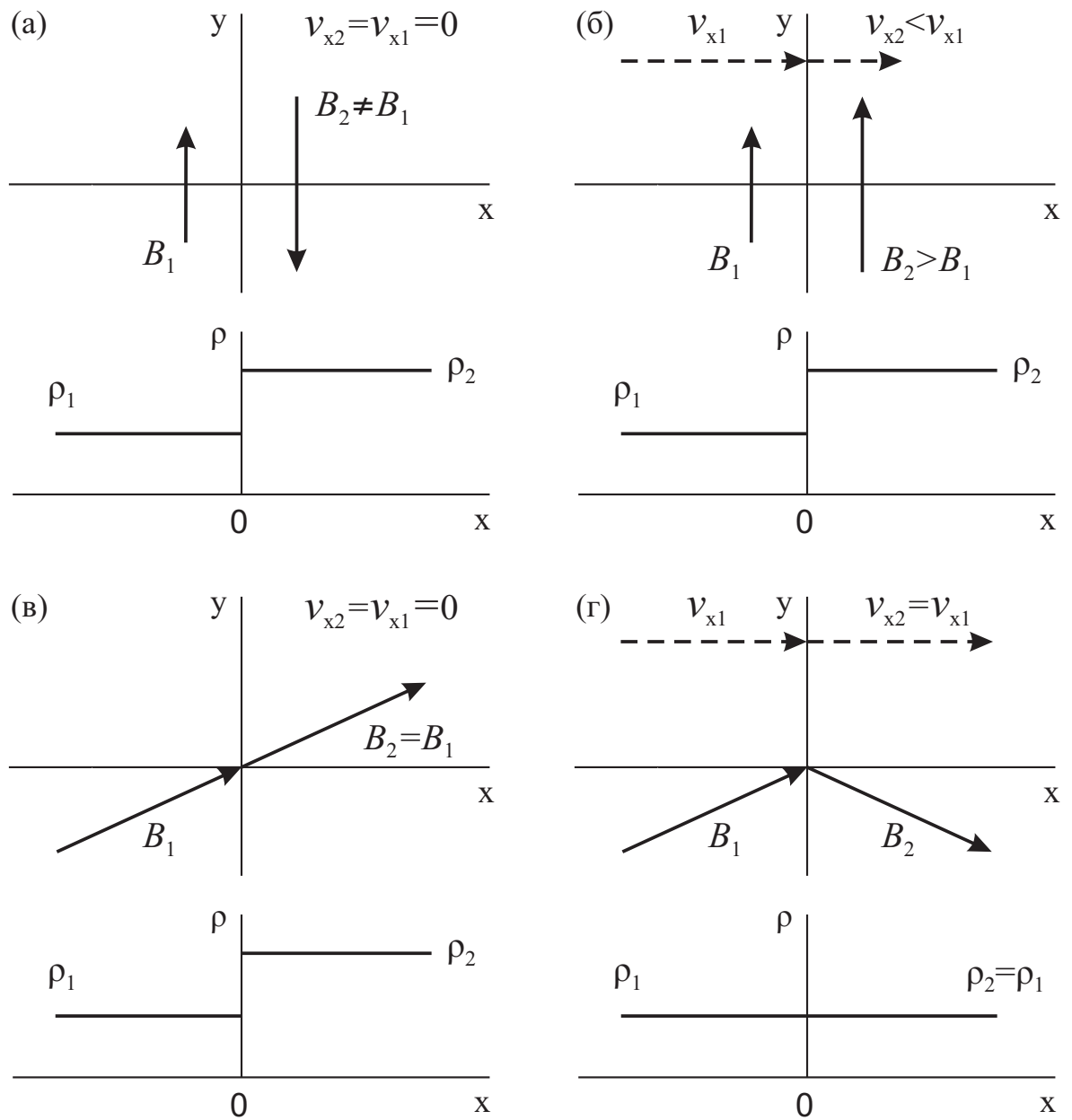


Рис. 3: Схематические изображения разрывов в проекции на плоскость (x, y) : (а) тангенциальный разрыв, (б) перпендикулярная ударная волна, (в) контактный разрыв, (г) альвеновская ударная волна.

определить перечисленные типы разрывов (подробнее об их свойствах см., например, в Сыроватский, 1956; Somov, 2013a [6, 65]). Описание многих разрывных течений значительно упрощается при переходе в систему координат, часто называемую системой де Хофмана-Теллера. Такая система координат движется вдоль плоскости разрыва со скоростью

$$\mathbf{u}_{\text{HT}} = \mathbf{v} - \frac{v_x}{B_x} \mathbf{B},$$

вследствие чего вектора \mathbf{v} и \mathbf{B} становятся параллельны друг другу. В частности, альвеновский разрыв при этом описывается, как поворот вектора напряженности магнитного поля на некоторый угол вокруг оси x с сохранением его модуля, а все наклонные разрывные течения (с магнитным полем, расположенным под углом к плоскости разрыва) оказываются двумерными. Однако из-за ограничения $B_x \neq 0$ система де Хофмана-Теллера неприменима на тангенциальном разрыве и перпендикулярной ударной волне и не будет применяться в настоящей работе.

Все двумерные разрывные течения, коими, например, являются медленная и быстрая ударные волны, могут быть описаны одними и теми же граничными условиями. Далее в параграфе 1.2, задавшись целью найти характерный параметр, который позволил бы выделить отдельные виды плоских разрывных течений, рассмотрим подробнее случай, обозначенный выше, как 4 (б).

Сначала, до главы 3, будем исследовать только классификационные признаки разрывных течений. Поэтому уравнение (8) пока не

потребуется. В рамках такого подхода двумерные разрывные течения, для которых $v_z = 0$ и $B_z = 0$, будут описываться пятью граничными условиями:

$$\begin{aligned} \{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ \rho v_x v_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right\} = 0, \quad (10) \\ \{v_x B_y - v_y B_x\} = 0, \quad \left\{ \rho v_x^2 + p + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned}$$

Исходя из этих уравнений, в следующем разделе будем изучать изменение магнитного поля на разрыве.

1.2 Наклон линий магнитного поля

Классификация двумерных разрывных течений производится по поведению поля скоростей и магнитного поля вблизи поверхности разрыва в том или ином предположении относительно скачка плотности. Поскольку в идеальной МГД скорость течения плазмы связана с магнитным полем условием вмороженности, за основу классификации может быть взят характер изменения магнитного поля при пересечении поверхности разрыва. Такое изменение можно описать углами между линией магнитного поля (точнее говоря, касательной, проведенной к этой линии в точке пересечения разрыва, если магнитное поле имеет некоторую кривизну) и нормалью, опущенной на разрыв слева (вверх по течению) и справа (вниз по течению); см. рис. 1. Будем называть эти углы углами наклона магнитного поля. По разные стороны разрыва углы наклона, в общем случае, будут иметь различные величины. Чтобы найти удобный параметр, характеризующий тип разрывного тече-

ния, сначала установим вид зависимости между этими углами. Для этого необходимо из граничных условий (10) получить связь между тангенциальными компонентами магнитного поля, а затем, пользуясь условием (1), перейти к тангенсам углов наклона.

Введем новые переменные $r = 1/\rho$ и $m = \rho v_x$. Затем придадим системе уравнений (10) линейный вид относительно скачков $\{v_x\}$, $\{v_y\}$, $\{r\}$ и $\{B_y\}$. Для этого подставим первое уравнение системы (10) в третье и четвертое, а также вынесем за фигурные скобки сохраняющиеся при переходе через разрыв величины. Получим

$$\begin{aligned} \{v_x\} - m \{r\} &= 0, & m \{v_y\} - \frac{B_x}{4\pi} \{B_y\} &= 0, \\ \tilde{B}_y \{v_x\} - B_x \{v_y\} + m \tilde{r} \{B_y\} &= 0, \\ m \{v_x\} + \{p\} + \frac{\tilde{B}_y}{4\pi} \{B_y\} &= 0, \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь и далее везде тильдой помечены средние значения величин, в частности, $\tilde{r} = (r_1 + r_2)/2$.

Для существования нетривиальных решений линейной системы уравнений (11) необходимо, чтобы детерминант, составленный из ее коэффициентов, равнялся нулю:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & m & 0 \\ 0 & m & 0 & -B_x/4\pi \\ \tilde{B}_y & -B_x & 0 & m\tilde{r} \\ m & 0 & \{p\}/\{r\} & \tilde{B}_y/4\pi \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем детерминант:

$$\frac{\{p\}}{\{r\}} \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 r \right) + m^2 \left(\frac{B_x^2}{4\pi} + \frac{\tilde{B}_y^2}{4\pi} - m^2 r \right) = 0.$$

Поскольку величина m^2 не может быть отрицательной, последнее уравнение налагает ограничения на допустимые значения потока массы m :

$$m^2 = - \frac{\{p\}}{\{r\}} \frac{m^2 - B_x^2 / 4\pi \tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2) / 4\pi \tilde{r}}. \quad (12)$$

Ввиду того, что в силу теоремы Цемплена в МГД (см., например, Зельдович, Райзер, 1966 [62])

$$\{r\} = \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2} < 0,$$

а также, что давление p растет с ростом плотности ρ для большинства реальных веществ, должно выполняться одно из неравенств:

либо

$$m^2 < \frac{B_x^2}{4\pi \tilde{r}}, \quad (13)$$

либо

$$m^2 > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}}. \quad (14)$$

Найдем фундаментальную систему решений линейных уравнений (11). Базисный минор

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & m \\ 0 & m & 0 \\ \tilde{B}_y & -B_x & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

определяет три линейно независимых уравнения:

$$m C_3 = C_1, \quad m C_2 = \frac{B_x}{4\pi} C_4,$$

$$\tilde{B}_y C_1 - B_x C_2 = -m \tilde{r} C_4.$$

Отсюда

$$C_1 = \frac{1}{\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m \tilde{r} \right) C_4,$$

$$C_2 = \frac{B_x}{4\pi m} C_4,$$

$$C_3 = \frac{1}{m \tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m \tilde{r} \right) C_4.$$

Таким образом, решение системы уравнений (11) имеет вид:

$$\{v_x\} = C_4 \frac{1}{\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m \tilde{r} \right),$$

$$\{v_y\} = C_4 \frac{B_x}{4\pi m},$$

$$\{r\} = C_4 \frac{1}{m \tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m \tilde{r} \right), \quad \{B_y\} = C_4.$$

Окончательно находим

$$\{v_x\} = C m \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right),$$

$$\{v_y\} = C m \frac{B_x \tilde{B}_y}{4\pi}, \tag{15}$$

$$\{r\} = C \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right),$$

$$\{B_y\} = C m^2 \tilde{B}_y,$$

Постоянную C найдем, подставив в уравнение x -компоненты потока импульса из системы (11) полученные выражения для $\{v_x\}$ и $\{B_y\}$:

$$C = -\frac{\{p\}}{m^2} \left(\frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right)^{-1}.$$

Рассмотрим два последних уравнения системы (15). Исключив из них константу C , найдем зависимость между тангенциальными составляющими магнитного поля:

$$\{B_y\} = \frac{m^2\{r\}}{(B_x^2/4\pi - m^2\tilde{r})} \tilde{B}_y.$$

Затем, раскрыв соотношения

$$\{B_y\} = B_{y2} - B_{y1}$$

и

$$\tilde{B}_y = \frac{1}{2}(B_{y2} + B_{y1}),$$

имеем

$$B_{y2} = \frac{2(B_x^2/4\pi - m^2\tilde{r}) + m^2\{r\}}{2(B_x^2/4\pi - m^2\tilde{r}) - m^2\{r\}} B_{y1}. \quad (16)$$

Разделим обе части (16) на B_x , чтобы получить искомое соотношение между углами наклона магнитного поля по разные стороны от поверхности разрыва:

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{2(B_x^2/4\pi - m^2\tilde{r}) + m^2\{r\}}{2(B_x^2/4\pi - m^2\tilde{r}) - m^2\{r\}} \operatorname{tg} \theta_1. \quad (17)$$

Теперь перепишем это уравнение, также раскрыв скачки $\{r\}$ и средние значения \tilde{r} :

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{m^2 \cdot 4\pi r_1 / B_x^2 - 1}{m^2 \cdot 4\pi r_2 / B_x^2 - 1} \operatorname{tg} \theta_1.$$

Обозначим

$$m_{\text{off}}^2 = B_x^2 / 4\pi r_1,$$

$$m_{\text{on}}^2 = B_x^2 / 4\pi r_2.$$

Далее будет показано, что m_{off} и m_{on} – величины потока массы через волну выключения и волну включения, соответственно. Отметим, что $m_{\text{off}} \leq m_{\text{on}}$, так как по теореме Цемплена (см. Зельдович, Райзер, 1966 [62]) на разрыве $r_2 \leq r_1$. Уравнение, связывающее углы наклона магнитного поля, принимает простой вид

$$\text{tg } \theta_2 = \frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1}{m^2/m_{\text{on}}^2 - 1} \text{tg } \theta_1. \quad (18)$$

Теперь введем обозначения

$$m_{\text{A}}^2 = B_x^2 / 4\pi\tilde{r},$$

$$m_{\perp}^2 = \tilde{B}_y^2 / 4\pi\tilde{r},$$

чтобы упростить запись условий (14) и (13):

$$m^2 < m_{\text{A}}^2, \quad (19)$$

$$m^2 > m_{\text{A}}^2 + m_{\perp}^2. \quad (20)$$

Величины m_{off} , m_{A} и m_{on} по внешнему виду похожи на поток плазмы, движущийся с альвеновской скоростью $V_{\text{A}} = B_x / \sqrt{4\pi\rho}$, и становятся таковыми, если $\rho_1 = \rho_2$. При $m \rightarrow m_{\text{A}}$ происходит изменение знака (обращение) тангенциальной компоненты магнитного поля. Такую же конфигурацию линии магнитного поля принимают на плоском (двумерном) альвеновском разрыве, если вектор магнитного поля за плоскостью разрыва поворачивается вокруг оси x на угол π . При $m \rightarrow m_{\text{A}}$ создаются условия для перехода к альвеновскому разрыву. Так как $r_2 \leq \tilde{r} \leq r_1$, то

$$m_{\text{off}} \leq m_{\text{A}} \leq m_{\text{on}}. \quad (21)$$

Отметим, что величины m_{off} , m_A и m_{on} не являются независимыми, а связаны соотношением

$$m_A^2 = \frac{2 m_{\text{on}}^2 m_{\text{off}}^2}{m_{\text{on}}^2 + m_{\text{off}}^2}. \quad (22)$$

Чтобы в этом убедиться, раскроем среднее значение \tilde{r} в выражении для m_A^2 :

$$m_A^2 = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{1}{\tilde{r}} = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{2}{r_1 + r_2} = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{2 \frac{1}{r_1} \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{2 m_{\text{on}}^2 m_{\text{off}}^2}{m_{\text{on}}^2 + m_{\text{off}}^2}.$$

Домножим и разделим выражение для m_{\perp} на B_x^2 :

$$m_{\perp}^2 = \frac{B_x^2}{4\pi\tilde{r}} \left(\frac{\tilde{B}_y}{B_x} \right)^2.$$

Правая часть этого уравнения содержит в себе величину m_A и тангенсы углов наклона магнитного поля:

$$m_{\perp}^2 = \frac{m_A^2}{4} (\text{tg } \theta_2 + \text{tg } \theta_1)^2. \quad (23)$$

Следовательно, в отличие от m_{off} , m_A и m_{on} , параметр m_{\perp} , зависит не только от соотношения плотностей на разрыве, но и от конфигурации магнитного поля.

В параграфе 2.3 будет показано, что m_{\perp} - минимальный поток плазмы, при котором возможен переход к перпендикулярной ударной волне.

1.3 Классификация разрывов по потоку вещества

Формула (18) демонстрирует, что подходящим параметром для идентификации различных типов разрывных МГД течений служит

величина потока массы m через поверхность разрыва, точнее говоря, ее квадрат m^2 . (Кроме того, поток массы пропорционален скорости магнитного пересоединения, что существенно, например, для астрофизических приложений.) Эта величина неотрицательна. Область ее значений (при прочих равных условиях и наличии на разрыве скачка плотности) делится на несколько отрезков в соответствии с неравенствами (21). На каждом отрезке реализуется своя характерная конфигурация магнитного поля.

Исходя из сказанного и формулы (18), рассмотрим функцию $\theta_2 = \text{arctg}(a \cdot \text{tg } \theta_1)$ при различных допустимых значениях коэффициента

$$a = \frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1}{m^2/m_{\text{on}}^2 - 1},$$

показывающего, как изменяется тангенциальная составляющая магнитного поля при переходе через поверхность разрыва. Воспользуемся тем, что при наличии на разрыве скачка плотности выполняются неравенства (21). Рассмотрим поведение функции в нуле, точках m_{off} , m_A , m_{on} и на лежащих между ними отрезках потока массы.

Как следует из (18), при $m = 0$ коэффициент $a = 1$. Сохраняется угол наклона линий магнитного поля ($\theta_1 = \theta_2$). Следовательно, сохраняется и величина тангенциальной компоненты поля: $\{B_y\} = 0$. При этом, как видно из системы (11), на разрыве также отсутствуют скачки $\{v_x\}$, $\{v_y\}$ и $\{p\}$. Однако при переходе через разрыв температура и плотность плазмы могут измениться. Это - двумерный вариант контактного разрыва, рассмотренного в параграфе 1.1 (рис. 3e).

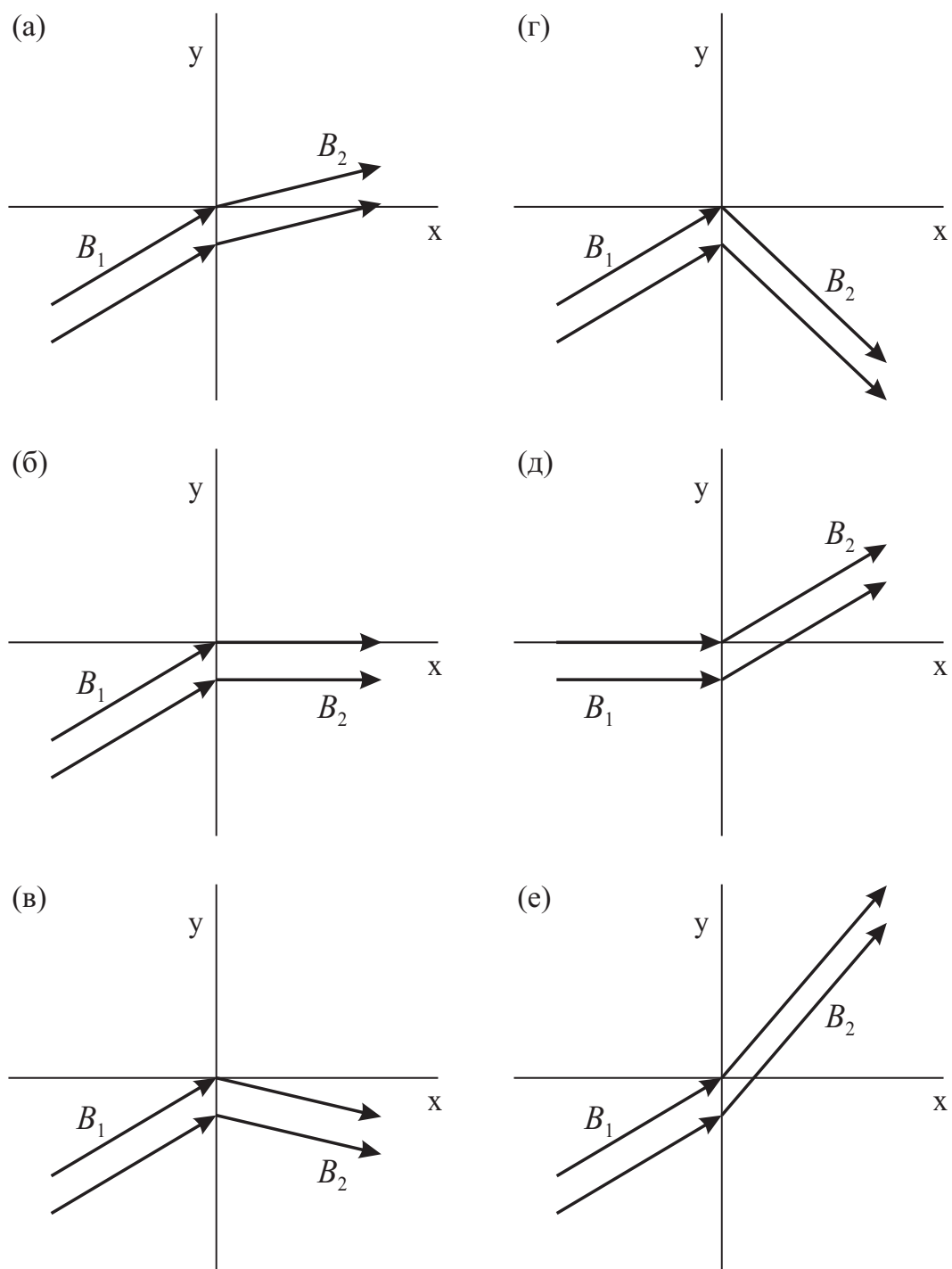


Рис. 4: Наклонные МГД ударные волны: (а) медленная ударная волна, (б) волна выключения, (в) медленная волна, обращающая тангенциальную компоненту магнитного поля, (г) транс-альвеновская ударная волна, (д) волна включения, (е) быстрая ударная волна.

На отрезке $0 < m < m_{\text{off}}$ выполняются неравенства $0 < a < 1$. Следовательно, $0 < \theta_2 < \theta_1$. Это значит, что напряженность магнитного поля при пересечении поверхности разрыва становится меньше. Так ведет себя магнитное поле на медленной ударной волне (рис. 4а).

Подстановка в формулу (18) $m = m_{\text{off}}$ дает $a = 0$. Тангенциальная компонента магнитного поля при переходе через разрыв становится равной нулю, как и должно быть на волне выключения; см. рис. 4б.

На отрезке $m_{\text{off}} < m < m_A$ верны неравенства $-1 < a < 0$. Медленная ударная волна меняет направление тангенциальной составляющей магнитного поля, как показано на рис. 4в.

При $m = m_A$ коэффициент $a = -1$. Чтобы в этом убедиться, нужно воспользоваться формулой (22), подставить ее в формулу для a . Имеет место обращение тангенциальной компоненты магнитного поля, причем абсолютная ее величина сохраняется. Такую же картину поля может давать частный случай плоской альвеновской ударной волны, если выполнено условие $\{\rho\} = 0$. Ее схематическое изображение было дано в параграфе 1.1 на рис. 3г.

Подстановка любого значения величины m из отрезка $m_A < m < m_{\text{on}}$ дает $a < -1$. Напряженность поля по модулю растет, но тангенциальная составляющая меняет знак. Так ведет себя транс-альвеновский разрыв (рис. 4г).

При значении $m = m_{\text{on}}$ величина $a \rightarrow \pm \infty$. Другими словами, допускается возможность появления тангенциальной компоненты поля

за разрывом при ее отсутствии перед разрывом. Это - волна включения (рис. 4*д*).

Наконец, если $m > m_{\text{он}}$, то $a > 1$. Следовательно, $\theta_2 > \theta_1 > 0$. При пересечении разрыва растет напряженность магнитного поля, как и должно быть в быстрой ударной волне (рис. 4*е*).

Перечисленные варианты поведения магнитного поля показаны в виде графиков функции $\theta_2 = \text{arctg}(a \cdot \text{tg } \theta_1)$ на рис. 5 для углов $\theta_1 \in [0; \pi/2]$. Случай $\theta_1 \in [-\pi/2; 0]$ можно получить поворотом системы координат вокруг оси x на угол π .

Теперь рассмотрим предельные значения угла θ_1 .

1. Магнитное поле перпендикулярно к поверхности разрыва, т.е. $\theta_1 \rightarrow 0$.

Угол θ_2 может принимать значения $[0; \pi/2)$. Нулевое значение угол θ_2 принимает в любом режиме при стремлении $\theta_1 \rightarrow 0$. Образуется параллельная ударная волна. Она представляет собой гидродинамическую ударную волну (рис. 2*б*), распространяющуюся вдоль линий магнитного поля. Что касается значений $\theta_2 \in (0; \pi/2)$, то они соответствуют волне включения при определенных значениях ρ_1 и ρ_2 .

2. Поле параллельно поверхности разрыва, т.е. $\theta_1 \rightarrow \pi/2$.

Угол θ_2 принимает значения $\theta_2 = \pm\pi/2$. Вектора напряженности магнитного поля параллельны плоскости разрыва и, более того, коллинеарны по разные его стороны. Двумерный тангенциальный

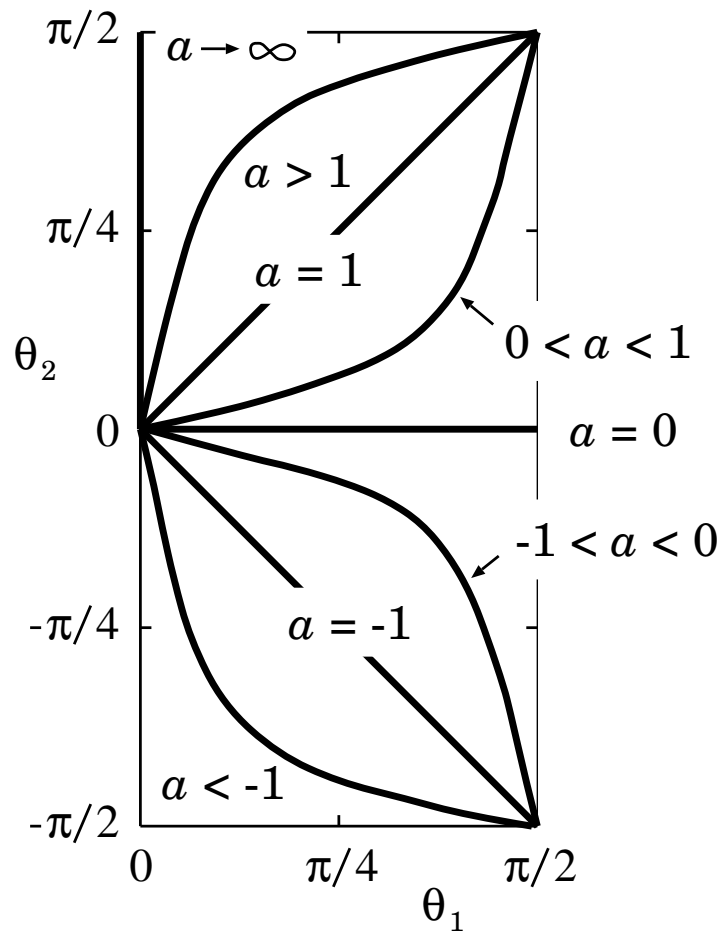


Рис. 5: Возможные соотношения между углами θ_1 и θ_2 для различных типов разрывных МГД течений.

разрыв и перпендикулярная ударная волна обладают данными свойствами.

Может возникнуть вопрос, раз классификация разрывов имеет столь условный характер, зависящий от геометрического соотношения между углами наклона линий магнитного поля, не может ли измениться наблюдаемый тип разрывного течения при смене одной используемой системы координат на другую? Пусть штрихованная система координат движется относительно лабораторной (нештрихованной) с постоянной скоростью \mathbf{u} вдоль плоскости разрыва так, что направления осей в обеих системах совпадают. Обозначим компоненту поля \mathbf{B} , параллельную вектору относительной скорости \mathbf{u} , через B_{\parallel} , а перпендикулярную – через B_{\perp} . Тогда можно записать формулы преобразования Лоренца для магнитного поля следующим образом:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \mathbf{B}'_{\parallel},$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \left(\mathbf{B}'_{\perp} + \frac{1}{c} [\mathbf{u} \times \mathbf{E}'] \right) \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Пусть движущаяся (штрихованная) система координат есть система де Хофмана-Теллера, т.е. система координат в которой $\mathbf{E}' = 0$. Тогда, взяв отношение параллельной компоненты поля к перпендикулярной, получим преобразование углов в движущейся (штрихованной) и лабораторной (нештрихованной) системах координат в виде

$$\operatorname{tg} \theta' = \operatorname{tg} \theta \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Преобразование углов имеет одинаковый вид по обе стороны от поверхности разрыва. А значит, не может изменить качественное соотношение

ние между углами θ_1 и θ_2 . Равные углы остаются равными, бóльший угол остается бóльшим. Более того, в нерелятивистском пределе углы просто сохраняются.

Для того, чтобы сравнить две системы, движущиеся друг относительно друга с некоторой скоростью, не обнуляющей величину электрического поля, достаточно перейти от обеих систем к системе де Хофмана-Теллера, а затем сравнить результаты

$$\operatorname{tg} \theta' \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{u}_{\text{HT}} - \mathbf{u})^2}{c^2}} = \operatorname{tg} \theta \sqrt{1 - \frac{u_{\text{HT}}^2}{c^2}}.$$

Здесь u и u_{HT} - значения скоростей движения новой системы отсчета и системы де Хофмана-Теллера относительно системы “лабораторной”. Опять приходим к тому же выводу, что качественные соотношения между углами θ_1 и θ_2 не меняются. Таким образом, полученное выше графическое представление допустимых соотношений между углами на поверхности разрыва (см. рис. 5) может быть применено непосредственно в “лабораторной” системе координат. Воспользуемся этим в главе 4 при рассмотрении задачи о магнитном пересоединении.

2 Непрерывные переходы между МГД разрывами

2.1 Условия для переходов

В первой главе было установлено, что каждому типу двумерных разрывных течений соответствует определенная область на оси потоков массы m , точнее говоря, m^2 . Следовательно, непрерывные переходы возможны только между разрывами, расположенными в непосредственной близости друг от друга на этой оси. В противном случае для перехода было бы необходимо скачкообразное изменение величины потока вещества. Вид зависимости $\theta_2(m^2, \theta_1)$ удобно задавать двумя параметрами m_{off} и m_{on} , хотя можно это сделать иначе, задав, например, величины ρ_1 и ρ_2 . Чтобы найти значения магнитного поля из распределения углов, кроме того понадобится знание величины B_x .

Нас интересуют классификационные признаки разрывных течений, т.е. качественные изменения соотношения между углами θ_1 и θ_2 при варьировании m^2 . Поэтому будем рассматривать формулу (18) пока без каких-либо конкретных приложений к определенным физическим условиям в плазме. Значения параметров уравнения (18) выберем из соображений наглядности и простоты. Величины m_A и m_{\perp} определяются соотношениями (22) и (23). Пусть значения ρ_1 и ρ_2 соотносятся как 1 : 2. Тогда m_{off}^2 , m_A^2 и m_{on}^2 будут соотноситься как 3 : 4 : 6. Исходя из этого, квадрат потока массы будем измерять в единицах $m_A^2/4$.

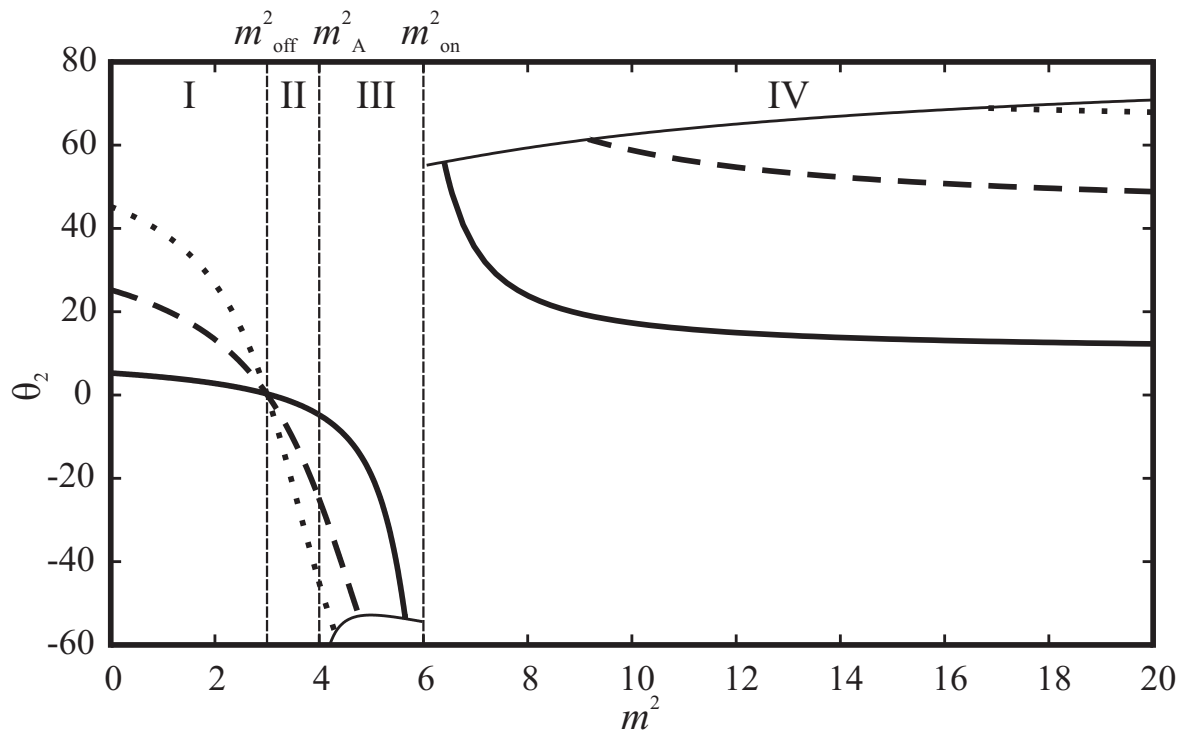


Рис. 6: Зависимость угла наклона магнитного поля θ_2 за плоскостью разрыва от квадрата потока массы m^2 при различных значениях угла θ_1 . Случай $\theta_1 = 5^\circ$ обозначен сплошной линией, $\theta_1 = 25^\circ$ – штриховой, $\theta_1 = 45^\circ$ – пунктирной. Все графики $\theta_2 (m^2)$ для разных θ_1 оканчиваются на кривой, нанесенной тонкой линией.

На рис. 6 показаны графики зависимости $\theta_2(m^2)$ для трех значений угла падения магнитного поля на разрыв: $\theta_1 = 5^\circ, 25^\circ$ и 45° . Видим, что кривые $\theta_2(m^2)$ ведут себя одинаковым образом. Во-первых, все они пересекаются в одной точке при $m^2 = m_{\text{off}}^2 = 3$. Во-вторых, для каждой кривой $\theta_2 \rightarrow -\theta_1$ при $m^2 \rightarrow m_{\text{A}}^2 = 4$. В-третьих, все они имеют область, не удовлетворяющую условиям (19)–(20). Располагается эта область в окрестности точки $m^2 = m_{\text{он}}^2 = 6$.

Выделим на рис. 6 четыре области, для каждой из которых характерно свое поведение зависимости $\theta_2(m^2)$. В области I ($0 < m^2 < 3$) с ростом m^2 происходит уменьшение составляющей B_{y2} вектора \mathbf{B}_2 магнитного поля. При этом $0 < \theta_2 < \theta_1$, т.е. при переходе через поверхность разрыва тангенциальная составляющая магнитного поля уменьшается. В точке $m^2 = 3$ при пересечении плоскости разрыва тангенциальная компонента B_{y2} становится равной нулю.

В области II ($3 < m^2 < 4$) компонента B_{y2} отрицательна, увеличивается по модулю, но теперь $-\theta_1 < \theta_2 < 0$. В области III ($4 < m^2 < 6$), как и в области II, при пересечении плоскости разрыва тангенциальная компонента B_y меняет знак. Однако теперь B_y увеличивается по модулю ($\theta_2 < -\theta_1$). Наконец, в области IV ($m^2 > 6$) происходит усиление магнитного поля ($\theta_2 > \theta_1$) с сохранением знака.

На границе областей II и III $m^2 = m_{\text{A}}^2$. Область определения функции $\theta_2(m^2, \theta_1)$ слева от величины m_{A}^2 задается условием (19), а справа – условием (20). Так как при $m^2 \rightarrow m_{\text{A}}^2$ величина $\tilde{B}_y^2 \rightarrow 0$, условие (20) преобразуется к виду $m^2 > m_{\text{A}}^2$. Поэтому функция $\theta_2(m^2, \theta_1)$,

как в области II, так и в области III определена вблизи значения m_A^2 (см. рис. 6). Однако при увеличении m^2 растет и правая часть условия (20). При некотором значении m^2 в области III эти величины становятся равными. Имеет место максимально сильная (в наибольшей степени увеличивающая энергию магнитного поля) транс-альвеновская ударная волна. При дальнейшем увеличении потока массы значение m^2 не может удовлетворить условиям (19)–(20) до тех пор, пока m^2 вновь не сравняется с $m_A^2 + m_{\perp}^2$. Происходит это в области IV, где наблюдается наиболее сильная быстрая ударная волна.

Получим уравнение кривой, на которой лежат свободные концы графиков, а значит и наиболее сильные для данного соотношения между плотностями плазмы ρ_1 и ρ_2 быстрые и транс-альвеновские ударные волны. Приравняем m^2 к правой части условия (14):

$$m^2 = \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi\tilde{r}}.$$

Отсюда найдем величину

$$B_{y1} = \pm 2 \sqrt{4\pi\tilde{r} m^2 - B_x^2} - B_{y2},$$

где знак “+” соответствует области IV ($m_A < m < m_{\text{он}}$), а “–” – области III ($m > m_{\text{он}}$). Разделим левую и правую части полученного уравнения на B_x . Имеем

$$\text{tg } \theta_1 = \pm 2 \sqrt{m^2/m_A^2 - 1} - \text{tg } \theta_2. \quad (24)$$

Подставив выражение (24) в (18), получим уравнение искомой кривой:

$$\text{tg } \theta_2 = \pm 2 \frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1}{m^2/m_{\text{off}}^2 + m^2/m_{\text{он}}^2 - 2} \sqrt{\frac{m^2}{m_A^2} - 1}.$$

Упростим последнее уравнение, воспользовавшись соотношением (22).

Имеем

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \pm \frac{m^2 / m_{\text{off}}^2 - 1}{\sqrt{m^2 / m_A^2 - 1}}. \quad (25)$$

График кривой (25) показан на рис. 6 тонкой линией.

При дальнейшем увеличении потока массы тангенс угла наклона магнитного поля за плоскостью разрыва асимптотически стремится сверху к значению

$$\operatorname{tg} \theta_2 = (m_{\text{on}}^2 / m_{\text{off}}^2) \operatorname{tg} \theta_1$$

или, если раскрыть величины m_{off} и m_{on} ,

$$\operatorname{tg} \theta_2 = (\rho_2 / \rho_1) \operatorname{tg} \theta_1. \quad (26)$$

Домножим обе части уравнения (26) на B_x :

$$B_{y2} = (\rho_2 / \rho_1) B_{y1}. \quad (27)$$

Подобный вид зависимость между напряженностью магнитного поля по разные стороны поверхности разрыва имеет перпендикулярная ударная волна. Это связано с возможностью непрерывного перехода между быстрой и перпендикулярной ударными волнами, который будет рассмотрен в параграфе 2.3. В следующем параграфе приступим к изучению переходов, осуществляющихся при изменении величины потока массы.

2.2 Переходы при изменении потока вещества

Рисунок 6 демонстрирует, как при постепенном увеличении потока плазмы меняется характер соотношения между углами наклона

магнитного поля, а следовательно, и тип разрывного МГД течения. В нуле ($m^2 = 0$) расположен контактный разрыв (C). Области I и II отвечают медленным ударным МГД волнам, соответственно не обращающим (S_-^\uparrow) и обращающим (S_-^\downarrow) тангенциальную компоненту магнитного поля. Разделяет их волна выключения (S_{off}). На границе областей II и III выполняются условия для формирования альвеновского разрыва (A). Область III занимают транс-альвеновские ударные волны (Tr), а область IV – быстрые ударные волны (S_+). Волна включения (S_{on}) может образоваться на границе областей III и IV.

В любом из перечисленных вариантов переходные решения для разрывных течений, соответствующих соседним областям, реализуются при значении квадрата потока массы, разграничивающем на координатной плоскости (рис. 6) эти две области. Будем рассматривать последовательно все граничащие пары разрывов различных типов и искать для каждой из этих пар переходное решение. Начнем поиск с величины потока массы равной нулю, а затем будем следовать за ее увеличением.

При нулевом потоке массы реализуется контактный разрыв. Примыкает к нему область I, занимаемая медленными ударными волнами. Поэтому переход от контактного разрыва при непрерывном изменении потока массы возможен только к медленной ударной волне из всего набора двумерных разрывных течений, описанных выше. Убедемся в этом.

Полная система граничных условий на медленной ударной волне

совпадает с общими уравнениями наклонных волн, которые следуют из полной системы уравнений (1)–(8) при $v_z = 0$ и $B_z = 0$:

$$\begin{aligned}
B_z &= 0, \quad v_z = 0, \\
\{B_x\} &= 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\
\left\{p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi}\right\} &= 0, \\
\left\{\rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho}\right) + \frac{B_y}{4\pi} (v_x B_y - v_y B_x)\right\} &= 0, \\
\{v_x B_y - v_y B_x\} &= 0, \quad \left\{\rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y\right\} = 0.
\end{aligned} \tag{28}$$

Представленное на рис. 6 решение этих уравнений в области I действительно соответствует медленной ударной волне (S_-^\uparrow), которая не меняет знак тангенциальной составляющей магнитного поля. В этом легко убедиться при малых m^2 , например, и из формулы (18), которая применима в условиях двумерных разрывных течений типа (28), следует, что

$$\operatorname{tg} \theta_2 \approx \left(1 - \frac{m^2}{m_{\text{off}}^2} + \frac{m^2}{m_{\text{on}}^2} \operatorname{tg} \theta_1\right),$$

т.е., благодаря неравенствам (21), $0 < \theta_2 < \theta_1$, как и должно быть в медленной ударной волне. Более того, при $m^2 \rightarrow 0$, т.е. $v_x \rightarrow 0$, $\theta_2 \rightarrow \theta_1$, что является естественным предельным случаем для слабой медленной ударной волны.

Покажем, что при $m = 0$, то есть когда $v_x = 0$, граничные условия (28) удовлетворяют и контактному разрыву. Действительно, подстановка $v_x = 0$ в систему (28) дает

$$\begin{aligned}
B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad v_x = 0, \\
\{B_x\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \\
\{B_y\} = 0, \quad \{p\} = 0.
\end{aligned} \tag{29}$$

Из граничных условий (29) следует, что напряженность магнитного поля непрерывна, $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$, а скачок плотности $\{\rho\}$ не равен нулю, как и должно быть на контактном разрыве. Таким образом, система уравнений (29) описывает одновременно и медленную ударную волну в пределе $v_x \rightarrow 0$, и контактный разрыв, т.е. является переходным решением.

Вернемся к рис. 6. Область II, так же как и область I, соответствует медленным ударным волнам, однако, в области II при пересечении поверхности разрыва происходит изменение знака тангенциальной составляющей магнитного поля. На границе этих областей $m = m_{\text{off}}$. При такой величине потока массы в соответствии с формулой (18) за разрывом магнитное поле перпендикулярно к плоскости разрыва. При прочих равных условиях это справедливо для любого начального угла θ_1 , что соответствует пересечению кривых на рис. 6. Такие признаки определяют ударную волну выключения. Следовательно, переход между медленной ударной волной, не обращающей тангенциальную компоненту поля (область I на рис. 6), и волной обращающей (область II) осуществляется через волну выключения. Чтобы найти граничные условия этого перехода, подставим полученное из (18) при $m = m_{\text{off}}$ условие $B_{y2} = 0$ в систему уравнений наклонных волн (28).

Получим

$$\begin{aligned}
B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_{y2} = 0, \\
\{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\
\left\{p + \rho v_x^2\right\} = \frac{B_{y1}^2}{8\pi}, \\
\left\{\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho}\right\} = \{v_y\} v_{y2}, \\
B_x \{v_y\} = -v_{x1} B_{y1}, \quad \rho v_x \{v_y\} = -\frac{1}{4\pi} B_x B_{y1}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Следующее переходное решение будем искать на правой границе области II при $m = m_A$. Соответствующий переход будет осуществляться между медленной ударной волной, обращающей тангенциальную компоненту магнитного поля (S_-^\perp), и течением, тип которого необходимо установить. Уравнение (12) для $m = m_A$ может быть удовлетворено только если $\{r\} = 0$, то есть когда $\{\rho\} = 0$. Подставим последнее условие в (28), имеем:

$$\begin{aligned}
B_z = 0, \quad v_z = 0, \\
\{\rho\} = 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \\
\left\{p + \frac{B^2}{8\pi}\right\} = 0, \quad \{\epsilon\} = 0, \\
B_x \{v_y\} = v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\}.
\end{aligned} \tag{31}$$

В случае $\{B_y\} = 0$ все величины непрерывны и разрыв отсутствует. Поэтому рассмотрим случай $\{B_y\} \neq 0$. Подставим величину m_A в уравнение (18). Используя соотношение (22), найдем $B_{y2} = -B_{y1}$. Тогда решение (31) будет описывать частный двумерный случай альвеновского разрыва. Чтобы в этом убедиться, подставим $\{\rho\} = 0$ в

систему уравнений (1) – (8). В результате найдем граничные условия альвеновского разрывного течения:

$$\begin{aligned} \{\rho\} &= 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \quad \{\epsilon\} = 0, \\ B_x \{v_y\} &= v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\}, \\ B_x \{v_z\} &= v_x \{B_z\}, \quad \rho v_x \{v_z\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_z\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Как видно из сравнения (31) и (32), граничные условия (31) описывают двумерный случай альвеновского разрыва, при котором вектора скорости и магнитного поля лежат в плоскости (x, y) . Следовательно, система (31) является переходным решением между медленной ударной волной, обращающей тангенциальную компоненту магнитного поля, в пределе $\{\rho\} \rightarrow 0$ и альвеновским разрывным течением при $v_z = 0$, $B_z = 0$.

Исключая отношение $\{B_y\}/\{v_y\}$ из последних двух уравнений системы (31), получим значение квадрата потока массы, соответствующее альвеновской скорости, $m^2 = \rho B_x^2 / 4\pi$. Подчеркнем, что величина ρ в этом выражении является плотностью плазмы на альвеновском разрыве, к которому производится переход от двумерного разрывного течения. Скачок плотности на альвеновском разрыве отсутствует и плотность ρ , вообще говоря, не совпадает с величинами ρ_1 или ρ_2 , имевшими место при рассмотрении двумерных разрывных течений. Она может быть найдена из сопоставления альвеновского потока массы и

величины ранее обозначенной, как m_A (см. неравенства (13) и (19)):
 $\rho = 1/\tilde{r}$.

Справа к величине $m = m_A$ на рис. 6 примыкает область III. Ее занимают транс-альвеновские разрывы, переворачивающие и увеличивающие тангенциальную составляющую магнитного поля. Транс-альвеновские разрывные течения (Tr) удовлетворяют неравенству (14). При стремлении квадрата потока массы к величине $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}$ скачок $\{B_y\}$ стремится к нулю. Таким образом осуществляется плавное изменение потока массы до значения m_A . Условия перехода между транс-альвеновскими ударными волнами и альвеновским разрывом идентичны предыдущему случаю перехода от медленной ударной волны с той разницей, что переход от медленных ударных волн осуществляется при максимальном из возможных для них потоке массы, а от транс-альвеновских - при минимальном. Переходное решение описывается системой (31).

На некотором отрезке потоков массы вблизи границы областей III и IV разрывное течение не может быть реализовано, из-за чего невозможно непрерывное изменение величины потока массы от области транс-альвеновских ударных волн к области ударных волн быстрых. Величина этого отрезка уменьшается с уменьшением начального угла наклона магнитного поля вплоть до полного исчезновения при $\theta_1 = 0$ (см. рис. 6). Возможные потоки массы быстрых ударных волн ограничены тем же неравенством (14), что и транс-альвеновские ударные волны. Самая сильная быстрая ударная волна (в наибольшей

степени увеличивающая энергию магнитного поля) реализуется при минимальном из возможных квадрате потока массы, а именно при $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}$. Только теперь, в отличие от транс-альвеновского случая, величина скачка $\{B_y\}$ не стремится к нулю, а конечна и может быть найдена из решения уравнения (17). Этим и объясняется различие возможных потоков массы для транс-альвеновских и быстрых ударных волн.

2.3 Переходы при нулевых параметрах течения

Как было показано в параграфе 1.3, некоторые разрывные течения реализуются при предельных значениях параметров течения. Варьирование величин ρ_1 , $\{\rho\}$ и B_x приводит к сжатию или растяжению графиков, представленных на рис. 6, вдоль координатных осей с сохранением их общей структуры. Для нулевых значений θ_1 , B_x и $\{\rho\}$ поведение зависимости $\theta_2(m^2)$ представлено в схематическом виде на рис. 7.

С уменьшением угла θ_1 также уменьшается разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрых и транс-альвеновских ударных волн (см. рис. 6). На рис. 7а при $\theta_1 = 0$ между ними становится возможным переход. Граничные условия (28) при этом принимают вид:

$$\begin{aligned} B_z &= 0, & v_z &= 0, & B_{y1} &= 0, \\ \{B_x\} &= 0, & \{\rho v_x\} &= 0, \\ \{p + \rho v_x^2\} &= -\frac{B_{y2}^2}{8\pi}, \end{aligned} \tag{33}$$

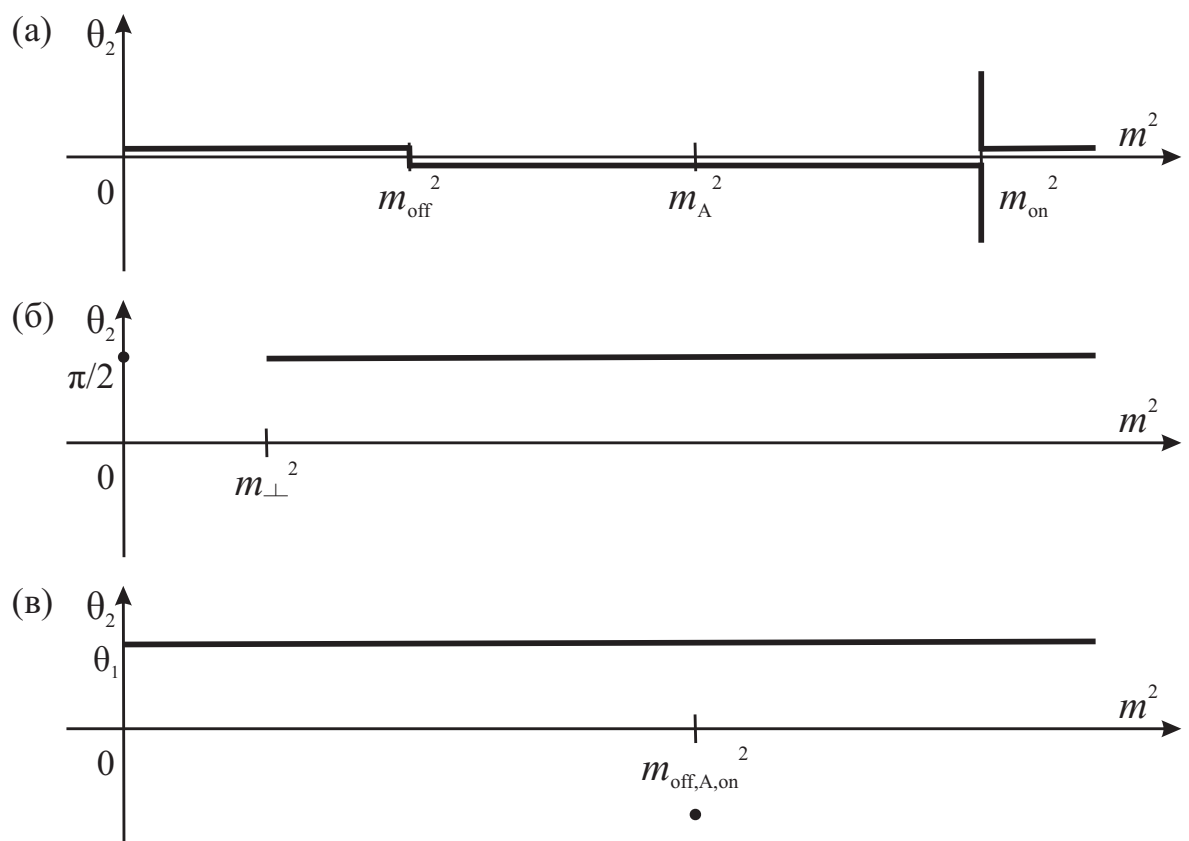


Рис. 7: Схематическое поведение зависимости $\theta_2(m^2)$ при $\theta_1 = 0$ (а), $B_x = 0$ (б), $\{\rho\} = 0$ (в).

$$\left\{ \frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right\} = \{v_y\} v_{y2},$$

$$B_x \{v_y\} = v_{x2} B_{y2}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x B_{y2}.$$

Из совместного решения двух последних уравнений системы (33) имеем

$$m^2 = \rho_2 B_x^2 / 4\pi = m_{\text{он}}^2.$$

Таким образом, непрерывный переход действительно осуществляется на границе областей III и IV, где расположены транс-альвеновские и быстрые ударные волны. Для $m = m_{\text{он}}$ уравнение (18) не может быть однозначно решено. Нулевому значению θ_1 может соответствовать ненулевое значение θ_2 . За фронтом ударной волны появляется тангенциальная компонента магнитного поля. Такая ударная волна называется волной включения ($S_{\text{он}}$). Она может выполнять роль переходного решения для транс-альвеновской и быстрой ударных волн в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$, но для перехода необходимо, чтобы поток массы стремился к величине $m_{\text{он}}$.

Для любых других значений $m \neq m_{\text{он}}$ из уравнения (18) следует, что при стремлении к нулю угла θ_1 угол θ_2 тоже стремится к нулю. Другими словами, если $B_{y1} = 0$, то и $B_{y2} = 0$ (рис. 7a). При этом граничные условия для двумерных разрывных течений (28) записываются в виде:

$$B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_y = 0,$$

$$\{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \tag{34}$$

$$\{p + \rho v_x^2\} = 0, \quad \left\{ \frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right\} = 0, \quad \{v_y\} = 0.$$

Система (34) содержит в себе граничные условия для обычной гидродинамической ударной волны. Однако распространяется она в соответствии с условиями $B_{y1} = 0$ и $B_{y2} = 0$ вдоль линий магнитного поля. Это – параллельная ударная волна (S_{\parallel}). Система (34) есть переходное решение между наклонными ударными волнами в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$ и параллельной ударной волной.

Чтобы установить вид переходного решения между параллельной ударной волной и контактным разрывом, положим в системе (34) $v_x = 0$:

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_{y1} = 0, \\ \{ B_x \} = 0, \quad \{ p \} = 0, \quad \{ v_y \} = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Эта система уравнений соответствует контактному разрыву (29), ортогональному линиям магнитного поля. А значит, она описывает переходное решение между параллельной ударной волной в пределе $v_x \rightarrow 0$ и контактным разрывом.

При обращении в ноль магнитного потока ($B_x = 0$) величина $m_{\text{он}}$, разграничивающая области III и IV на рис. 6, формально становится равной нулю. Таким образом, все ненулевые потоки массы оказываются в области IV (рис. 7б). Следовательно, переход в этом случае будет осуществляться от быстрых ударных волн. Чтобы определить тип получаемого при переходе разрывного течения, найдем граничные условия переходного решения, подставив $B_x = 0$ в (28). Получим

$$B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0,$$

$$\begin{aligned}
\{\rho v_x\} &= 0, & \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \\
\left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + v_x \frac{B^2}{4\pi} \right\} &= 0, \\
\{v_x B_y\} &= 0, & \{v_y\} &= 0.
\end{aligned} \tag{36}$$

Эти условия представляют собой ударную волну сжатия, распространяющуюся перпендикулярно магнитному полю, т.е. перпендикулярную ударную волну (S_{\perp}). Линии магнитного поля параллельны оси y . Естественно, в общем случае направление поля может не совпадать с направлением выбранных осей координат. Подставив $B_x = 0$ в (1)–(8), найдем граничные условия перпендикулярной ударной волны:

$$\begin{aligned}
B_x &= 0, \\
\{\rho v_x\} &= 0, & \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \\
\left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + v_x \frac{B^2}{4\pi} \right\} &= 0, \\
\{v_x B_y\} &= 0, & \{v_y\} &= 0, \\
\{v_x B_z\} &= 0, & \{v_z\} &= 0.
\end{aligned} \tag{37}$$

Действительно, уравнения системы (36) представляют собой граничные условия переходного разрыва между быстрой ударной волной в пределе $B_x \rightarrow 0$ и перпендикулярной ударной волной с магнитным полем, направленным параллельно оси y . Отметим, что этот переход может быть осуществлен только при потоках массы, удовлетворяющих неравенству (20), которое при $B_x = 0$ примет вид $m^2 > m_{\perp}^2$. Соотношение (27), найденное в параграфе 2.1 для быстрых ударных волн

в пределе больших потоков массы, также справедливо и для систем (36)–(37).

Теперь определим граничные условия разрыва, реализующиеся при $m^2 = 0$ на рис. 7б. Подставим $B_x = 0$ и $v_x = 0$ в (1)–(8). В этом случае магнитное поле и поле скоростей параллельны поверхности разрыва и могут претерпевать произвольные скачки по величине и по направлению:

$$\begin{aligned} B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Это – тангенциальный разрыв (Т). В пределе $B_x \rightarrow 0$ к нему могут перейти и контактный разрыв, и медленная ударная волна, и альвеновский разрыв. Получим соответствующие переходные решения.

Подстановка $B_x = 0$ в граничные условия контактного разрыва (29) дает следующее переходное решение:

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \{ B_y \} = 0, \quad \{ v_y \} = 0, \quad \{ p \} = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Система уравнений (39) описывает тангенциальный разрыв (38) при нулевой компоненте поля B_z и отсутствии скачков $\{v_y\}$ и $\{B_y\}$.

Граничные условия наклонных ударных волн (28) при $B_x = 0$ и $v_x = 0$ преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Переходное решение (40) соответствует плоскому тангенциальному разрыву (38) при $B_z = 0$.

Переходное решение от альвеновского разрыва найдем, подставив в систему (32) $B_x = 0$:

$$B_x = 0, \tag{41}$$

$$\{ \rho \} = 0, \quad \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0.$$

Граничные условия (41) описывают тангенциальный разрыв (38), не имеющий скачка плотности ρ .

Транс-альвеновские ударные волны, занимающие на рис. 6 область III, при уменьшении магнитного потока через поверхность разрыва вырождаются в частный случай альвеновского разрыва. Это можно наблюдать на рис. 6 в виде постепенного уменьшения интервала потоков массы, на которых реализуются транс-альвеновские разрывы, при постепенном увеличении угла падения магнитного поля θ_1 .

Разумеется, для любого типа течения также можно приравнять к нулю скачок плотности. В таком случае все параметры m_{off}^2 , m_A^2 и m_{on}^2 будут равны потоку (22), при котором реализуется альвеновский разрыв (34). На рис. 7 в ему соответствует точка $m_{\text{off,A,on}}^2$. При других потоках массы различия в характеристиках плазмы по разные стороны поверхности разрыва исчезнут. Плоскость разрыва будет соответствовать произвольным образом проведенной плоскости в однородной среде. Разрыв как таковой будет отсутствовать.

2.4 Схема непрерывных переходов

Найденные переходные решения позволяют составить наглядную схему возможных непрерывных переходов между МГД разрывными течениями. Первая схема, основанная на известных тогда переходных решениях, была предложена С.И. Сыроватским (Сыроватский, 1956 [6]). Она содержала переходы лишь между четырьмя типами разрывных течений: тангенциальными разрывами (Т) и альвеновскими (А), наклонными (S) и перпендикулярными (S_{\perp}) ударными волнами (рис. 8).

Очевидно, показанная здесь схема является неполной. Во-первых, в ней отсутствуют некоторые разрывные решения МГД, в частности параллельная ударная волна (S_{\parallel}) и контактный разрыв (С). Во-вторых, под понятием “наклонная ударная волна” (S) объединено множество различных разрывных течений: быстрые (S_{+}) и медленные (S_{-}) ударные волны, волны включения (S_{on}) и выключения (S_{off}), транс-альвеновские ударные волны (Tr).

Позже картина переходов между разрывными течениями дополнялась в Somov, 1994 [67] на основе постановки соответствия между ударными волнами и волнами малой амплитуды в МГД (Сомов, 1993 [7]). Построенная на основе диаграммы фазовых скоростей волн малой амплитуды схема переходов представлена на рис. 9. Хотя такой подход позволяет правильно указать возможные непрерывные переходы между разрывными течениями и даже условия таких переходов, он не дает описания конкретного вида переходных решений между рас-

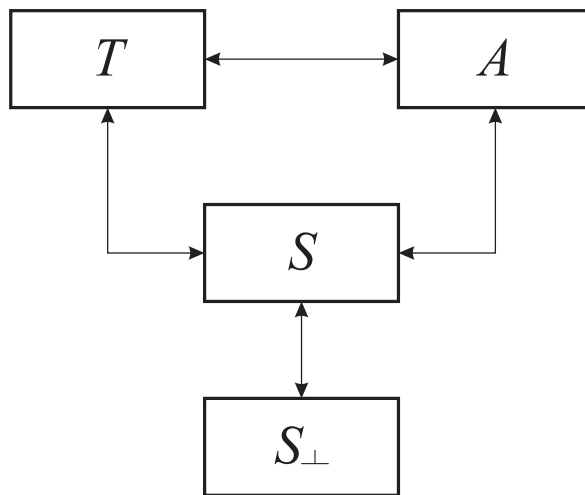


Рис. 8: Схема непрерывных переходов между МГД разрывами (Сыроватский, 1956 [6]).

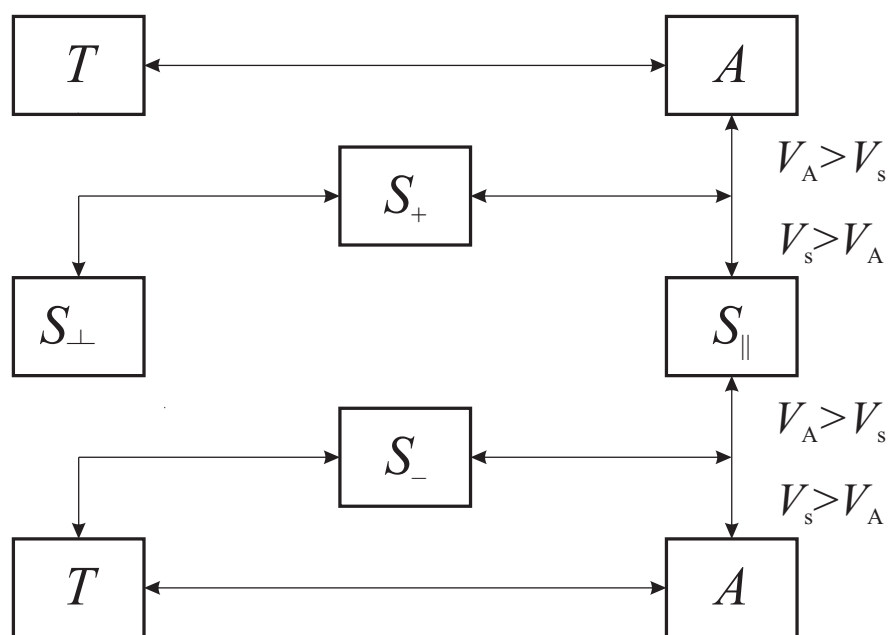


Рис. 9: Схема непрерывных переходов между МГД разрывными течениями (Somov, 1994 [67]).

смаатриваемыми разрывами. Также в этой схеме все еще не хватает многих типов разрывов.

Результаты, полученные в параграфах 3.1 и 3.2, позволяют составить общую схему возможных непрерывных переходов между разрывными течениями в МГД (рис. 10). В ее верхнем ряду находятся трехмерные разрывные течения. В среднем ряду расположены двумерные разрывные течения, причем в порядке увеличения допустимых значений потока массы через поверхность разрыва. Нижний ряд занимает одномерная параллельная ударная волна (S_{\parallel}). Группировка отдельных элементов произведена для удобства сопоставления нашей схемы переходов со схемами, предлагавшимися ранее.

Схема Сыроватского (рис. 8; Сыроватский, 1956 [6]) согласуется с рис. 10, если элементы S_{-}^{\downarrow} , S_{off} , S_{-}^{\uparrow} , Tr , S_{on} и S_{+} объединить в один блок “наклонные ударные волны” (S), опустив при этом вопрос о возможности переходов внутри блока, и не рассматривать контактный разрыв (C) и параллельную ударную волну (S_{\parallel}).

Схема, предложенная Сомовым (рис. 9; Сомов, 1993 [7]; см. также Somov, 1994; Somov, 2013a [65, 67]), включает в себя параллельную ударную волну (S_{\parallel}) и разделение наклонных ударных волн на блок “медленных” разрывных течений (S_{-}), соответствующих условию (13), и “быстрых” (S_{+}), соответствующую условию (14). Символами V_A и V_s на рис. 9 обозначены альвеновская скорость и скорость звука. Такие условия на переходы получены из сравнения свойств разрывов и волн малой амплитуды. Проверим выполнение этих же условий для удар-

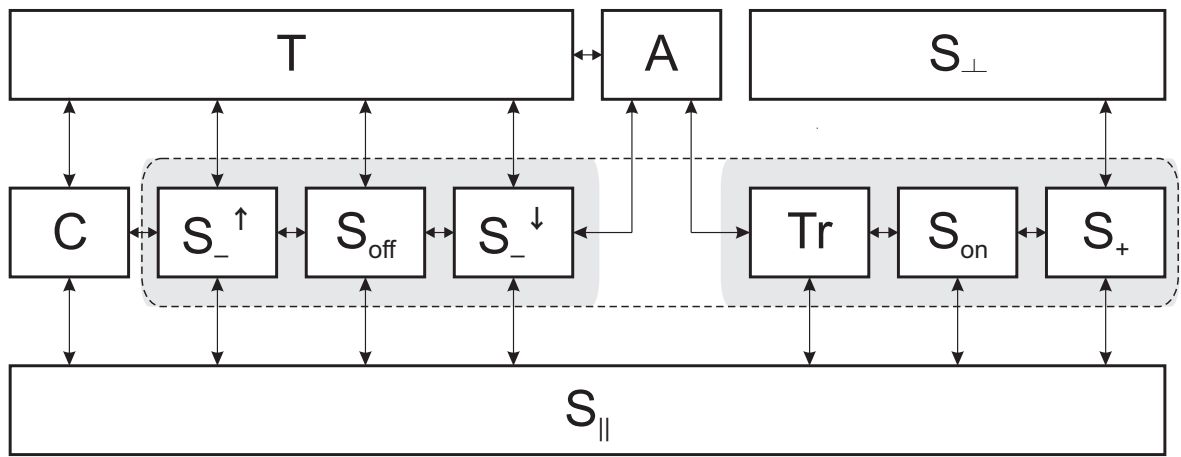


Рис. 10: Обобщенная схема непрерывных переходов между МГД разрывами. Для сравнения пунктирной линией обведен набор разрывов, соответствующий блоку наклонных ударных волн из Сыроватский, 1956 [6]. Заливкой внутри контура выделены “медленный” (слева) и “быстрый” (справа) блоки из Somov, 1994 [67].

ных волн.

Сначала рассмотрим переход от наклонных ударных волн к альвеновскому разрыву. Заметим, что в уравнении (12) выражение $-\{p\}/\{r\}$ пропорционально потоку массы, движущемуся со скоростью звука. Действительно,

$$-\frac{\{p\}}{\{r\}} = \rho_1 \rho_2 \frac{\{p\}}{\{\rho\}} \propto \rho^2 \frac{\partial p}{\partial \rho} = (\rho V_s)^2. \quad (42)$$

Переход наклонных ударных волн к альвеновскому разрыву, в соответствии с новой обобщенной схемой переходов, происходит при $m^2 \rightarrow m_A^2$; причем вблизи значения m_A^2

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} < 1$$

для случая (13) и

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} > 1$$

для случая (14). Тогда, используя уравнения (12) и (42), получаем, что как и на рис. 9, переход к альвеновскому разрыву осуществляется при $V_s > V_A$ для “медленного” блока (14) и при $V_A > V_s$ для “быстрого” блока (13).

Теперь рассмотрим переход от наклонных ударных волн к параллельной ударной волне. При стремлении $m^2 \rightarrow 0$ и $m^2 \rightarrow \infty$ получаем соответственно $V_s \rightarrow 0$ и $V_s \rightarrow \infty$. Таким образом, при переходе от наклонных волн к параллельной, действительно, $V_A > V_s$ для (14) и $V_s > V_A$ для (13), что и требовалось доказать.

На рис. 9 также присутствует переход между параллельной ударной волной и альвеновским разрывом. Подставив условие альвеновского разрыва $\{\rho\} = 0$ в граничные условия параллельной ударной волны (34), имеем равенство нулю всех скачков. Таким образом, смена параллельной волны на альвеновскую осуществляется лишь при устранении разрыва и не может быть трактована, как непрерывный переход между разрывными течениями.

Отметим также невозможность непрерывного перехода попарно между медленной, быстрой ударными волнами и альвеновским разрывом, на что обращалось внимание в Половин, 1960 [4]. Переход возможен только от плоского альвеновского разрыва к неэволюционным транс-альвеновской и медленной, обращающей тангенциальную компоненту поля, ударным волнам. И лишь затем существует переход к быстрой и медленной ударным волнам через волны включения и выключения соответственно.

Объединяя вышесказанное, можно утверждать, что предлагаемая схема непрерывных переходов между разрывными решениями уравнений идеальной МГД является корректным обобщением и дополнением двух более ранних неполных схем.

Следует отметить, что обобщенная схема содержит в себе разрывы неэволюционные не только в диссипативной МГД (например, альвеновский разрыв и волна включения), но и в идеальной МГД (транс-альвеновская ударная волна) (Ахиезер, Любарский, Половин, 1958; Сыроватский, 1958; Ройхваргер, Сыроватский, 1974 [68–70]). В совре-

менных численных МГД расчетах зачастую наблюдаются (без учета их специфики) области неэволюционности. В связи с этим появляется необходимость аккуратного рассмотрения условий возникновения подобных разрывных течений, в том числе и возможность перехода эволюционного разрыва к неэволюционному при непрерывном изменении параметров течения. Обобщенная схема позволяет устанавливать возможность подобных переходов при тех или иных условиях в плазме с магнитным полем. Такой переход в частности наблюдается в аналитической модели магнитного пересоединения (Безродных, Власов, Со-мов, 2007, 2011 [36, 37]). К его анализу мы вернемся в параграфе 4.2. Однако сначала рассмотрим вопрос о нагреве плазмы на разрывных МГД течениях.

3 Нагрев плазмы на МГД разрывах

3.1 Скачок внутренней энергии

Многие явления в космической и лабораторной плазме связаны с процессами быстрого изменения конфигурации магнитного поля. Они могут сопровождаться формированием целого набора МГД разрывных течений различных типов, существующих одновременно и изменяющихся с течением времени. Ярким примером служит эффект магнитного пересоединения в сильном магнитном поле. В этом процессе за счет энергии магнитного поля происходит ускорение направленных потоков плазмы (джетов), ускорение заряженных частиц до высоких энергий, нагрев плазмы в области пересоединения и вне нее. Важным оказывается вопрос о влиянии образующихся разрывных течений на распределение тепловой энергии плазмы.

Чтобы установить способность разрыва к нагреву плазмы, обратимся к граничному условию (8), представляющему собой закон сохранения энергии. Используя уравнение (2), найдем из (8) скачок внутренней энергии

$$\{ \epsilon \} = - \left\{ \frac{v^2}{2} \right\} - \frac{1}{m} \{ v_x p \} - \frac{1}{4\pi m} \{ B^2 v_x - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) B_x \}. \quad (43)$$

Правая часть уравнения (43) состоит из трех слагаемых. Используя средние величины скоростей \tilde{v}_x , \tilde{v}_y и \tilde{v}_z , представим первое слагае-

мое в виде

$$-\left\{\frac{v^2}{2}\right\} = -\tilde{v}_x \{v_x\} - \tilde{v}_y \{v_y\} - \tilde{v}_z \{v_z\}.$$

Скачки тангенциальных компонент скорости выразим через скачки тангенциальных компонент магнитного поля при помощи уравнений (5) и (6) вместе с условиями (1)–(2). Получим

$$\{v_y\} = \frac{B_x}{4\pi m} \{B_y\}, \quad \{v_z\} = \frac{B_x}{4\pi m} \{B_z\}.$$

Теперь первое слагаемое в правой части уравнения (43) выглядит следующим образом

$$-\left\{\frac{v^2}{2}\right\} = -\tilde{v}_x \{v_x\} - \frac{\tilde{v}_y B_x}{4\pi m} \{B_y\} - \frac{\tilde{v}_z B_x}{4\pi m} \{B_z\}. \quad (44)$$

Во второе слагаемое, записанное в виде

$$-\frac{1}{m} \{v_x p\} = -\frac{\tilde{p}}{m} \{v_x\} - \frac{\tilde{v}_x}{m} \{p\},$$

подставим скачок давления из уравнения (7), а именно

$$\{p\} = -m \{v_x\} - \frac{\tilde{B}_y}{4\pi} \{B_y\} - \frac{\tilde{B}_z}{4\pi} \{B_z\}.$$

Здесь, как и в (43), использовано условие (2). Второе слагаемое в правой части уравнения (43) в итоге принимает вид

$$\begin{aligned} -\frac{1}{m} \{v_x p\} = & -\frac{\tilde{p}}{m} \{v_x\} + \tilde{v}_x \{v_x\} + \\ & + \frac{\tilde{v}_x \tilde{B}_y}{4\pi m} \{B_y\} + \frac{\tilde{v}_x \tilde{B}_z}{4\pi m} \{B_z\}. \end{aligned} \quad (45)$$

В третьем слагаемом раскроем скалярное произведение $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})$:

$$-\frac{1}{4\pi m} \{B^2 v_x - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) B_x\} =$$

$$= -\frac{1}{4\pi m} \{ (v_x B_y - v_y B_x) B_y + (v_x B_z - v_z B_x) B_z \}.$$

Затем применим к полученному равенству условия (3) и (4):

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4\pi m} \{ B^2 v_x - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) B_x \} = \\ & = -\frac{v_x B_y - v_y B_x}{4\pi m} \{B_y\} - \frac{v_x B_z - v_z B_x}{4\pi m} \{B_z\}. \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, каждое из трех слагаемых в правой части уравнения (43) выражается через отдельные скачки нормальной компоненты скорости и тангенциальных компонент магнитного поля. Подставим (44)–(46) в (43), имеем

$$\begin{aligned} \{ \epsilon \} = & -\frac{\tilde{p}}{m} \{v_x\} + \frac{\tilde{v}_x \tilde{B}_y - \tilde{v}_y B_x}{4\pi m} \{B_y\} - \frac{v_x B_y - v_y B_x}{4\pi m} \{B_y\} + \\ & + \frac{\tilde{v}_x \tilde{B}_z - \tilde{v}_z B_x}{4\pi m} \{B_z\} - \frac{v_x B_z - v_z B_x}{4\pi m} \{B_z\}. \end{aligned}$$

Последнее уравнение значительно упрощается, если раскрыть входящие в него средние величины скоростей и магнитного поля:

$$\{ \epsilon \} = -\frac{\tilde{p}}{m} \{v_x\} - \frac{\{v_x\}\{B_y\}}{16\pi m} \{B_y\} - \frac{\{v_x\}\{B_z\}}{16\pi m} \{B_z\}.$$

Вынося $-\{v_x\}/m = -\{r\}$ за скобки, находим окончательное уравнение, выражающее скачок внутренней энергии на разрыве через скачки обратной плотности и тангенциальных компонент магнитного поля:

$$\{ \epsilon \} = -\{r\} \left(\tilde{p} + \frac{\{B_y\}^2 + \{B_z\}^2}{16\pi} \right). \quad (47)$$

Для двумерных разрывных течений уравнение (47) принимает совсем простой вид

$$\{ \epsilon \} = -\{r\} \left(\tilde{p} + \frac{\{B_y\}^2}{16\pi} \right). \quad (48)$$

Очевидно, что нагрев, производимый параллельной ударной волной не будет зависеть от магнитного поля, так как в формулу (48) входят только тангенциальные компоненты поля, а они в параллельной ударной волне (34) отсутствуют. Альвеновский разрыв (32), в свою очередь, и вовсе оставит величину внутренней энергии плазмы неизменной, так как на нем $\{\rho\} = 0$. Для определения эффективности нагрева плазмы, осуществляемого другими типами разрывных течений, понадобится информация о конфигурации магнитного поля.

3.2 Зависимость нагрева от типа разрыва

Уравнение (47) позволяет сделать определенные общие выводы относительно изменения внутренней энергии плазмы при пересечении поверхности разрыва. Во-первых, внутренняя энергия плазмы растет, так как $-\{r\} > 0$ по теореме Цемплена, а \tilde{p} и $\{B_y\}^2$ суть положительные величины. Во-вторых, изменение внутренней энергии складывается из двух частей: термодинамической, зависящей от давления плазмы, и магнитной, связанной с изменением структуры магнитного поля вблизи поверхности разрыва.

Рассмотрим адиабатическое приближение $p \sim \rho^\gamma$, где γ - показатель адиабаты. Термодинамическая часть скачка внутренней энергии увеличивается с ростом скачка плотности на разрыве:

$$\{\epsilon\} = -\{r\} \tilde{p} \sim \{\rho\}^\gamma.$$

Характер зависимости от ρ_1 определяется величиной показателя γ , а

именно

$$\{\epsilon\} = -\{r\}\tilde{p} \sim \rho_1^{\gamma-2}.$$

Для идеального газа $\gamma = (i + 2)/i$, где i - число степеней свободы частиц плазмы (см. Ландау, Лифшиц, 1976 [71]). Скачок внутренней энергии увеличивается с ростом ρ_1 при $\gamma > 2$ ($i < 2$) и уменьшается при $\gamma < 2$ ($i > 2$). Число степеней свободы, таким образом, влияет на характер нагрева вещества.

Магнитная часть скачка внутренней энергии зависит от конфигурации магнитного поля, а значит, и от типа разрыва. Для того чтобы использовать полученные ранее зависимости между углами наклона магнитного поля (см. рис. 6) преобразуем уравнение (48):

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} &= -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{\{B_y\}^2}{16\pi} = -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{B_x^2}{16\pi}\frac{\{B_y\}^2}{B_x^2} = \\ &= -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{B_x^2}{16\pi}(\operatorname{tg}\theta_2 - \operatorname{tg}\theta_1)^2. \end{aligned}$$

Термодинамическую часть нагрева, не зависящую от типа разрыва, примем за нулевой отсчет, а сам скачок внутренней энергии будем измерять в единицах $-\{r\}B_x^2/16\pi$. Чтобы этого достичь произведем замену

$$\{\epsilon\}' = -\frac{16\pi}{\{r\}B_x^2}(\{\epsilon\} + \{r\}\tilde{p}).$$

Получим уравнение

$$\{\epsilon\}' = (\operatorname{tg}\theta_2 - \operatorname{tg}\theta_1)^2. \quad (49)$$

Построим графики уравнения (49) для ранее полученных распределений углов θ (рис. 11).

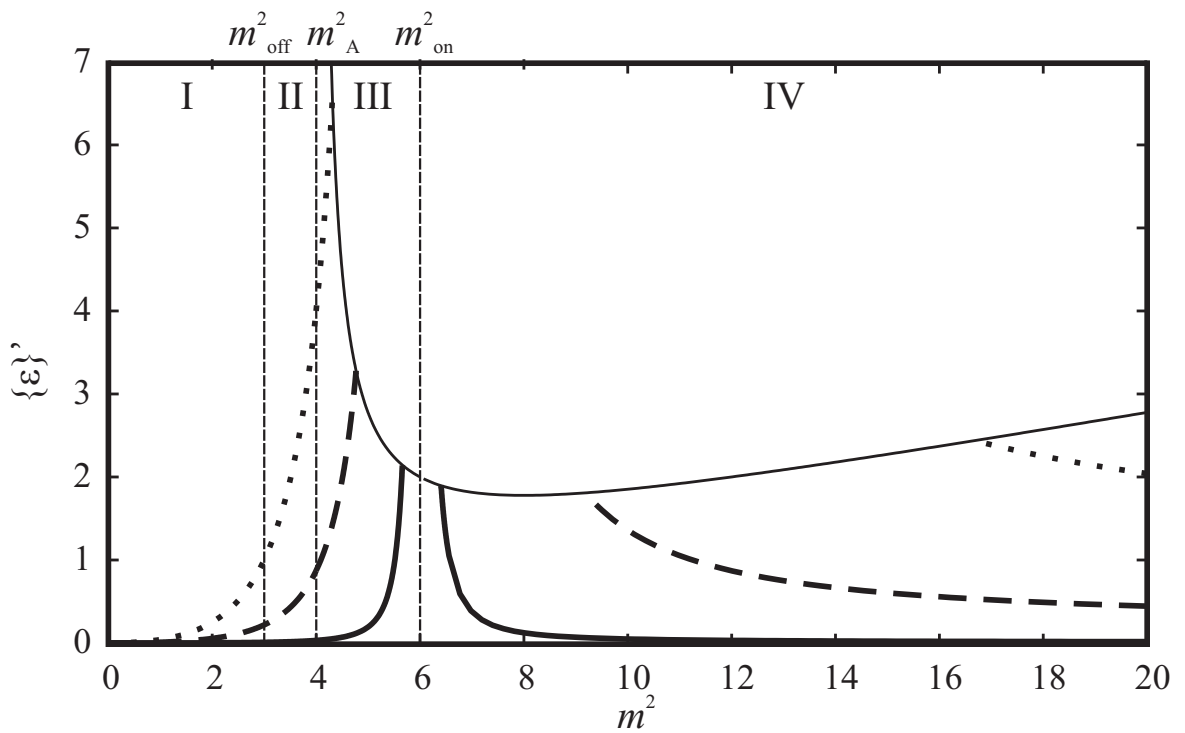


Рис. 11: Зависимости скачка внутренней энергии $\{\epsilon\}'$ от потока массы вещества через поверхность разрыва при различных значениях угла θ_1 : 5° - сплошная линия, 25° - штриховая, 45° - пунктирная.

Аналогично тому, как это было сделано в параграфе 2.1, найдем уравнение кривой, на которой лежат наиболее сильные транс-альвеновские и быстрые ударные волны. Для этого сначала выразим из уравнения (18) $\text{tg } \theta_1$ и подставим его в уравнение (49):

$$\{\epsilon\}' = \left(\frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - m^2/m_{\text{on}}^2}{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1} \text{tg } \theta_2 \right)^2. \quad (50)$$

Затем в полученное уравнение подставим выражение (25):

$$\{\epsilon\}' = \frac{(m^2/m_{\text{off}}^2 - m^2/m_{\text{on}}^2)^2}{m^2/m_A^2 - 1}. \quad (51)$$

На рис. 11 график искомой кривой (51) нанесен тонкой линией.

На рис. 11 видно, что максимальный скачок внутренней энергии при заданных параметрах плазмы осуществляется наиболее сильной транс-альвеновской ударной волной, причем его величина быстро растет с увеличением угла падения магнитного поля θ_1 . Соотношения между эффективностью нагрева плазмы другими типами наклонных ударных волн зависят от конкретных условий течения. Так нагрев медленными ударными волнами может быть как ниже нагрева быстрыми ударными волнами, так и выше. Для того чтобы сравнить нагрев перпендикулярной ударной волной с рис. (11), в формуле (50) в качестве B_x примем величину нормальной компоненты магнитного поля на наклонных волнах, а компоненту B_{y1} перпендикулярной ударной волны найдем из соотношения $B_{y1} = B_x \text{tg } \theta_1$. Компонента B_{y2} следует из формулы (27). Величины нагрева перпендикулярными ударными волнами будут соответствовать асимптотам, к которым стремятся графики на рис. 11 при $m \rightarrow \infty$. Скачок внутренней энергии на параллель-

ной ударной волне, как было показано в параграфе 3.1, не имеет магнитной составляющей, а на альвеновской и вовсе отсутствует. Через контактный и тангенциальный разрывы не происходит перетекания плазмы, а значит, и отсутствует процесс ее нагрева.

В любом случае величина нагрева естественным образом зависит от силы ударной волны. Чем больше изменение плотности магнитной энергии на разрыве, тем до более высоких температур нагреется плазма.

4 Проблемы интерпретации численных моделей

4.1 Разрывы вблизи области магнитного пересоединения

В работах Марковский, Сомов, 1989; Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36–38] построена двумерная аналитическая модель стационарного пересоединения в плазме с сильным магнитным полем, включающая тонкий токовый слой (CL) и четыре присоединенные к его концам МГД разрывные течения конечной длины R . На рис. 12 показана правая половина токовой структуры, левая – достраивается симметрично оси y . Плазма втекает в пересоединяющий токовый слой сверху и снизу, а вытекает слева и справа. Конкретная геометрия токовой структуры задается ее свободными параметрами в зависимости от астрофизических приложений.

На рис. 13 показан частный случай магнитного пересоединения ($L = 1$, $R = 1$, угол наклона между плоскостью разрыва в первом квадранте и осью x равен 45°), который может быть взят за основу для сравнения со многими другими возможными режимами пересоединения. Рис. 13 демонстрирует, что результатом решения задачи в главной (центральной) части области пересоединения является токовый слой (CL). Его “пересекают” две симметрично расположенные линии магнитного поля; “точки пересечения” (подробнее об их свойствах см.

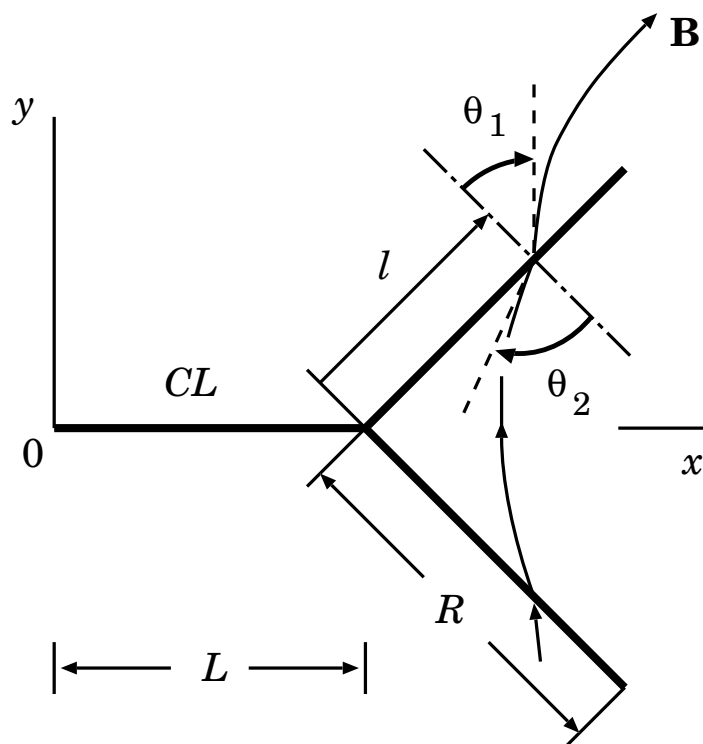


Рис. 12: Конфигурация электрических токов (жирные прямые отрезки) состоит из токового слоя (CL) и присоединенных к его торцам поверхностей разрыва конечной длины R . L - полуширина пересоединяющего токового слоя. Электрические токи параллельны оси z декартовой системы координат.

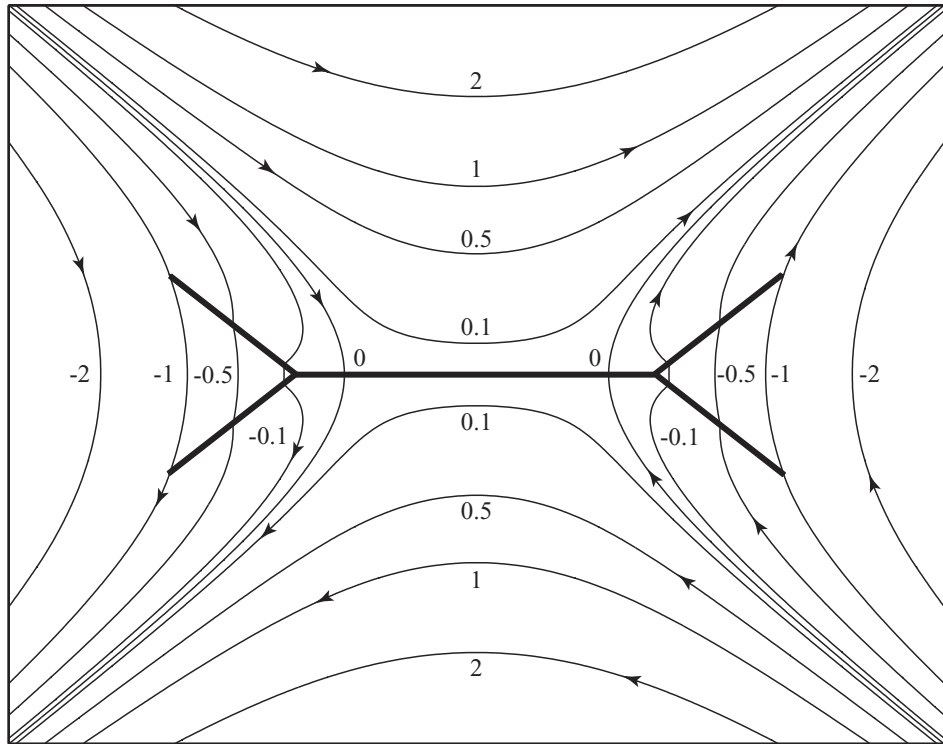


Рис. 13: Линии магнитного поля (тонкие кривые линии со стрелками) с указанием значений векторного потенциала. Видны области прямого и обратного тока внутри токового слоя (отрезок толстой горизонтальной прямой). На присоединенных поверхностях разрыва (наклонные отрезки прямой) магнитное поле претерпевает скачок.

Сомов, Сыроватский, 1971 [72]) отделяют участки токового слоя, циркуляция поля относительно которых имеет противоположные знаки. Таким образом в центральной части области пересоединения действительно находится токовый слой типа токового слоя Сыроватского, который состоит из прямого тока и двух присоединенных обратных токов.

В конкретных астрофизических приложениях, в частности, в солнечных вспышках, для определения физических параметров этой области следует воспользоваться моделью так называемого “сверхгорячего” турбулентного токового слоя (Somov, 2013б [26]). Преимуществом аналитической модели, однако, является возможность исследовать более общие закономерности, не зависящие от детальных предположений физической модели пересоединения. Рассмотрим некоторые свойства разрывных течений в окрестности токового слоя, предсказуемые аналитической моделью (Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37]. Одним из результатов расчета магнитного поля служат значения углов θ_1 и θ_2 наклона линий магнитного поля (см. рис. 12). При смещении по координате l вдоль поверхности разрыва от токового слоя к свободному краю ударной волны происходит изменение их величин, что приводит к смене типа МГД разрыва.

В параграфе 1.3 получено графическое представление возможных зависимостей между углами в виде рис. 5. Его можно использовать для идентификации типа разрывных МГД течений по известной конфигурации магнитного поля в двумерном численном моделиро-

вании процесса магнитного пересоединения. Действительно, графики функции $\theta_2 = \arctg(a \cdot \operatorname{tg} \theta_1)$ при различных значениях коэффициента a не имеют точек пересечения внутри области $\theta_1 \in (0; \pi/2)$. По этой причине величина a (следовательно, и тип разрывного течения) однозначно определяется углами θ_1 и θ_2 . При $a > 1$ имеет место быстрая ударная волна. Величина $a = 1$ соответствует контактному разрыву. Если $-1 < a < 1$, то имеет место медленная ударная волна. Значение $a = -1$ отвечает альвеновской ударной волне. Наконец, $a < -1$ отвечает транс-альвеновской волне. Волны выключения и включения реализуются при $a = 0$ и $a \rightarrow \infty$ соответственно. Каждое значение коэффициента a определяется тремя физическими параметрами: ρ_1 , ρ_2 и m .

Характеристики перетекающей через разрыв плазмы меняются в зависимости от расстояния, отсчитываемого от точки присоединения к токовому слою вдоль поверхности разрыва. Различным режимам течения отвечают различные типы разрывных МГД решений. На рис. 14 показано постепенное изменение углов наклона магнитного поля при смещении l вдоль присоединенной поверхности разрыва, начиная от точки $l = 0$ присоединения к токовому слою и заканчивая ее “свободным краем” $l = R, R = 1$, где углы θ_1 и θ_2 равны между собой.

В соответствии с графическим представлением, построенным в параграфе 1.3, вблизи точки присоединения ударной волны к токовому слою ударная волна является транс-альвеновской. Действительно, углы θ_1 и θ_2 не равны между собой и имеют противоположные

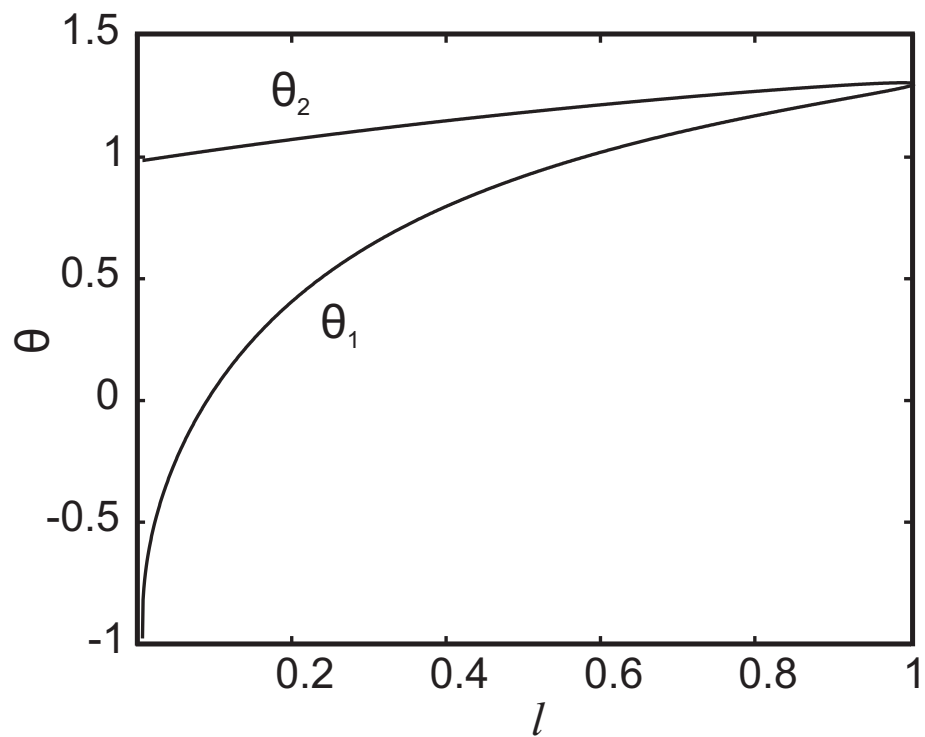


Рис. 14: Распределение углов θ_1 и θ_2 на присоединенной поверхности разрыва. Переменная l - расстояние, отсчитываемое от торца токового слоя вдоль поверхности разрыва.

знаки, причем $-\theta_2 > \theta_1$. Ситуация меняется, когда угол θ_1 обращается в ноль. В этой точке образуется волна включения ($\theta_2 \neq 0$). Далее, при бóльших значениях l , разрывное течение переходит в режим быстрой ударной волны. Условия этого перехода детально рассмотрены в параграфе 4.2.

В рамках той же аналитической модели пересоединения получено и иное распределение углов наклона магнитного поля (Безродных, Власов, Сомов, 2011 [37]), характерное для других значений параметров модели. На рис. 15 представлен результат расчета, в котором "внешние" (т.е. заканчивающиеся на свободных краях присоединенных разрывных течений) ударные волны являются медленными. Подробнее этот режим магнитного пересоединения будет рассмотрен в параграфе 4.2. Отметим лишь, что наличие медленных МГД ударных волн в окрестности компактной области пересоединения характерно для классического течения Петчека (Petschek, 1964 [17]).

Напомним, что двумерное МГД течение Петчека соответствует модельной постановке задачи о пересоединении противоположно направленных магнитных полей, которые однородны на больших расстояниях от области пересоединения, т.е. формально на бесконечности. Однако в рассматриваемой здесь аналитической модели асимптотика магнитных полей на больших расстояниях другая – поле становится гиперболическим. При этом режим пересоединения, по-видимому, является типичным для случая, когда область пересоединения (сепаратор магнитного поля в короне) расположена не очень высо-

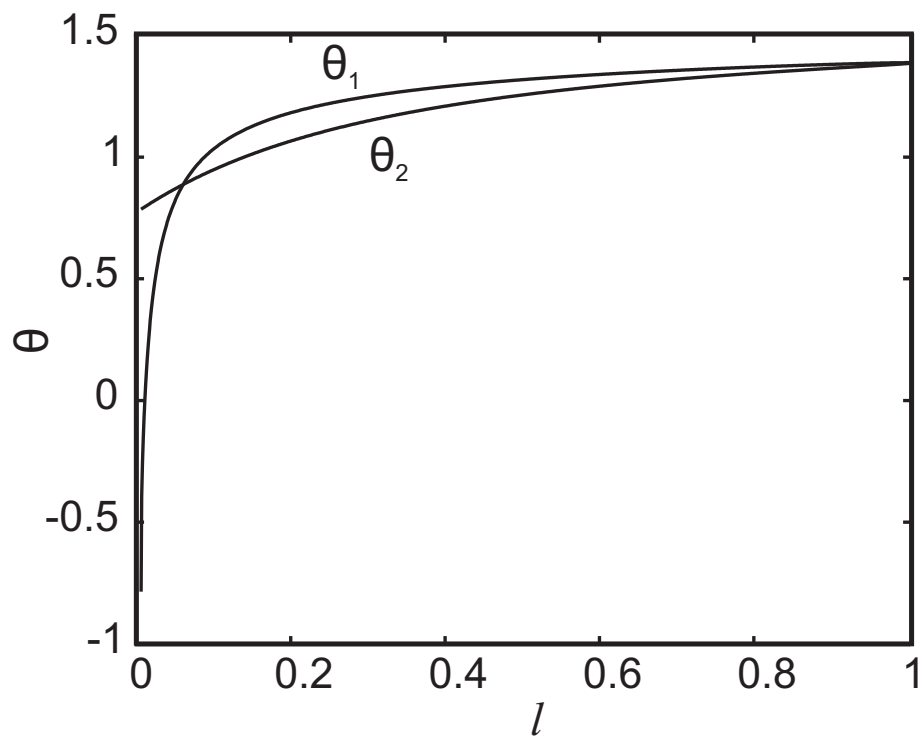


Рис. 15: Распределение углов θ_1 и θ_2 на присоединенной поверхности разрыва по переменной l - расстоянию, отсчитываемому от торца токового слоя вдоль поверхности разрыва.

ко, на сравнительно небольшом расстоянии от “магнитного препятствия”, т.е. аркады вспышечных петель в короне (см. Somov, 2013b [26]). Аналогичная ситуация возникает в нестационарной МГД модели, в которой точка быстрого пересоединения внутри бесконечного токового слоя расположена вблизи массивного медленно движущегося “магнитного острова” (Kondoh, Ugai, Shimizu, 2005 [45]).

Как известно, транс-альвеновские ударные волны являются неэволюционными как в идеальной, так и в диссипативной МГД (Todd, 1965; Ройхваргер, Сыроватский, 1974; Markovskii, Skorokhodov, 2000 [70, 73, 74]). Более того, они, по-видимому, остаются неэволюционными и в слабостолкновительной замагниченной плазме в окрестности сверх-горячих турбулентных токовых слоев в солнечных вспышках. Исходя из этого мы предполагаем, что вблизи торцов такого слоя структура разрывных течений становится более сложной. Возможно она напоминает квазистационарную картину, устанавливающуюся в численных экспериментах в рамках диссипативной МГД (см., например, Ugai, 2008 [33]). Однако возможна и существенно нестационарная картина разрывных течений, обусловленная так называемой осцилляторной дезинтеграцией транс-альвеновских ударных волн (Markovskii, Skorokhodov, 2000 [74]).

4.2 Переходы между разрывами в модели пересоединения

Поверхность разрыва, поведение углов на которой показано на рис. 15, можно разделить на три области в соответствии с присутст-

вующими на ней типами разрывных течений. Непосредственно к токовому слою примыкает транс-альвеновская ударная волна. На рис. 15 это - область отрицательных значений угла θ_1 . При удалении от токового слоя имеет место быстрая ударная волна ($\theta_2 > \theta_1$) вплоть до точки пересечения кривых θ_1 и θ_2 . Оканчивается разрыв медленной ударной волной ($\theta_2 < \theta_1$), плавно переходящей в непрерывное течение ($\theta_2 = \theta_1$) на краю поверхности разрыва, т.е. при $l = 1$.

Смена типа ударной волны при постепенном изменении параметров течения плазмы должна происходить через переходные разрывы. В рассматриваемом здесь случае первый переход осуществляется между транс-альвеновской и быстрой ударными волнами. В роли переходного разрыва, как было показано в параграфе 2.3, выступает волна включения (33). Действительно, на рис. 15 видим, что в точке перехода между транс-альвеновской и быстрой ударными волнами магнитное поле в набегающем потоке плазмы перпендикулярно к поверхности разрыва ($\theta_1 = 0$), а в убегавшем – имеет тангенциальную составляющую ($\theta_2 > 0$).

Этот переход невозможно осуществить только лишь постепенным изменением потока массы через разрыв. Необходимо одновременно уменьшать угол падения магнитного поля, чтобы уменьшить разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрой и транс-альвеновской волн (см. рис. 6). Кроме того, и транс-альвеновская, и быстрая ударные волны удовлетворяют неравенству (20). Значит, для плавного изменения параметров среды поток массы волны

включения, через которую происходит переход, также должен удовлетворять этому неравенству:

$$m_{\text{off}}^2 > m_{\text{A}}^2 + m_{\perp}^2,$$

или

$$\frac{B_x^2}{4\pi r_2} > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}}.$$

Упростив последнее соотношение, получим ограничение на возможное значение наклона магнитного поля за плоскостью разрыва:

$$\text{tg}^2 \theta_2 < \frac{2\{\rho\}}{\rho_1}. \quad (52)$$

Для присутствующей на рис. 15 смены быстрой ударной волны на медленную не существует переходного решения. Области допустимых потоков массы для этих двух типов разрывов не имеют смежных точек (см. рис. 6). Более того, пересечение кривых на рис. 15 говорит об отсутствии скачка магнитного поля в точке, разделяющей быструю и медленную ударные волны. Такую структуру поля имеет только контактный разрыв. Однако в быстрой ударной волне в соответствии с соотношением (26) $\text{tg} \theta_2 \rightarrow \text{tg} \theta_1$ лишь при $\{\rho\} \rightarrow 0$. Это же условие должно было бы налагаться на переходное решение, если бы таковое существовало. Между тем, подстановка $\{\rho\} = 0$ в граничные условия контактного разрыва (29) не оставляет никаких изменений в параметрах среды и магнитного поля. Скачки плотности, скорости, магнитного поля и давления в рассматриваемой точке равны нулю. Разрыв в точке соприкосновения быстрой и медленной ударных волн отсутствует.

Таким образом, поверхность разрыва оказывается физически разделенной на две области: внутренняя часть состоит из транс-альвеновской и быстрой ударных волн, а внешняя представляет собой медленную ударную волну. При изменении свободных параметров модели можно получить режим пересоединения, в котором разрыв оканчивается быстрой ударной волной, а внешняя часть разрыва отсутствует вообще. Это говорит о том, что внутренняя часть разрыва обусловлена самим процессом пересоединения и тесно связана с наличием обратных токов на торцах токового слоя, что хорошо продемонстрировано в работе (Безродных, Власов, Сомов, 2007 [36]). В то же время, внешняя часть сильно зависит от факторов, влияющих на общую топологию токовых слоев: наличие или отсутствие “магнитного препятствия”, неоднородности распределения плазмы вне области пересоединения.

Можно проследить некоторые аналогии приведенных выше выводов с результатами современного численного МГД моделирования процесса быстрого пересоединения. Неэволюционность присутствующих в аналитической модели Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37], транс-альвеновских волн и волн включения указывает на область распада разрывного течения разрывного течения на совокупность взаимодействующих разрывов. Расчеты численных моделей в этой области должны быть особенно аккуратны. От этого зависит возможность правильной интерпретации сложной системы ударных волн наблюдаемых вблизи областей обратных токов (Shimizu, Kondoh, Ugai, 2005; Ugai 2008; Zenitani, Miyoshi, 2011 [31, 33, 34]). Характерис-

тики внешней части поверхности разрыва в работе Безродных, Власов, Сомов, 2011 [37], образованной медленными ударными волнами, зависят от геометрии аналитической модели, а значит, от условий протекания процесса пересоединения.

Численные эксперименты говорят также, что плазма, выбрасываемая из пересоединяющего токового слоя, собирается в сгустки – так называемые “плазмоиды”. Как правило, они отделены от окружающей плазмы системой медленных ударных волн. Структура и интенсивность последних зависят от размеров и плотности “плазмоидов”.

В целом, взаимосвязь процессов магнитного пересоединения и формирования системы сопутствующих разрывных течений требует всестороннего дальнейшего исследования.

4.3 Нагрев вблизи области магнитного пересоединения

Наибольшего нагрева вещества на разрывах можно ожидать от плазмы, претерпевающей большой скачок плотности в магнитном поле с резко меняющейся геометрией (см. параграф 3.2). Именно такие условия выполняются в области магнитного пересоединения. При слиянии двух противоположно направленных магнитных потоков образуется токовый слой, который в условиях высокой проводимости плазмы замедляет процесс пересоединения и накапливает в своей окрестности свободную магнитную энергию. В дальнейшем эта энергия реализуется при разрыве токового слоя (см., например, Сыроватский, 1962; Somov, 2013b [20, 26]). При этом магнитное пересоединение осуществ-

ляет быстрое преобразование свободной магнитной энергии в энергию частиц плазмы и сопровождается формированием сложной картины МГД разрывов в областях с резкими изменениями магнитного поля и поля скоростей. Такие системы разрывов наблюдаются как в лабораторных, так и в численных экспериментах (Biskamp, 1997; eds. Büchner, Dum, Scholer, 2003 [11, 13]).

В аналитической модели магнитного пересоединения (Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37]) эти разрывные структуры внесены в качестве самостоятельного элемента. Типы присутствующих в них разрывов и условия на переходах между разрывами различных типов были предметом изучения в параграфах 4.1 и 4.2. Теперь коснемся вопроса дополнительного нагрева плазмы вне области пересоединения, а именно на ударных волнах, присоединенных к пересоединяющему токовому слою. Прежде всего следует обратить внимание на следующие обстоятельства. Во-первых, вблизи торцов токового слоя, где образуются обратные токи, ударные волны являются транс-альвеновскими. Во-вторых, скачок плотности велик вблизи токового слоя и уменьшается до нуля по мере приближения к свободному краю разрыва. В параграфе 3.2 нами показано, что все эти факторы способствуют увеличению скачка внутренней энергии вещества на разрыве. Таким образом, наилучшие условия для нагрева плазмы в рассматриваемой модели пересоединения осуществляются вблизи области обратных токов. Этот вывод согласуется с представлениями о наличии “сверхгорячей” (с электронной температурой больше 10 кэВ) плазмы в солнечных

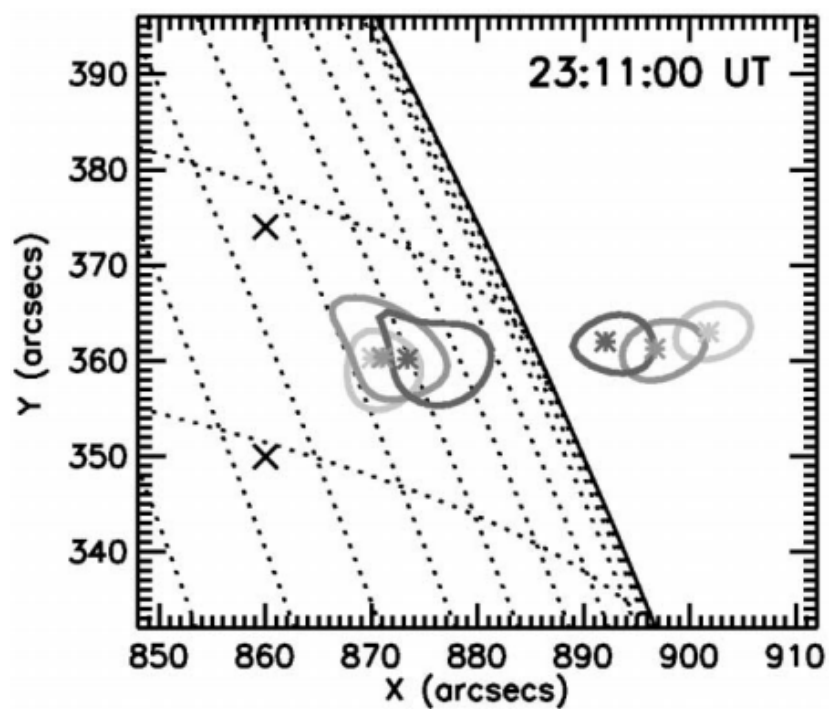


Рис. 16: Изображения солнечной вспышки, полученные на спутнике RHESSI, в нескольких энергетических диапазонах. На замкнутых контурах оттенками серого отмечены диапазоны эффективной электронной температуры, измеренной в кэВ, от светлого к темному: 6-8, 10-12, 14-16 (на фоне диска Солнца) и 10-12, 12-14, 14-16 (за лимбом). Sui, Holman, 2003 [75].

вспышках (Somov, 2013*b* [26]).

Наблюдения солнечных вспышек в рентгеновском диапазоне подтверждают наличие сверх-высоких температур плазмы. Рост температуры указывает на область основного энерговыделения (см. рис 16 из Sui, Holman, 2003 [75]). Современные представления о структуре солнечной вспышки (см. Shibata, 1998 [76]) однозначно ассоциируют эту область с процессом магнитного пересоединения. Жесткое рентгеновское излучение на рис. 16 показывает положение “сверхгорячей” плазмы, прошедшей через турбулентный токовый слой. Наличие разрывных течений плазмы на границе областей повышенной температуры осуществляет дополнительный нагрев, поступающей через разрыв плазмы.

Заключение

В работе установлено соответствие между стандартной классификацией двумерных разрывных течений в МГД среде (Сыроватский, 1957 [3]) и графическим представлением (рис. 5) зависимости углов наклона магнитного поля к нормали поверхности разрыва по обе стороны от этой поверхности. Соответствие установлено на основе полученного в работе аналитического выражения (18), связывающего между собой углы наклона магнитного поля по разные стороны поверхности разрыва через характерный параметр течения – величину потока массы. Это позволило в рамках упрощенной аналитической модели магнитного пересоединения (Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37]) отождествить различные участки присоединенных к токовому слою поверхностей разрывов с различными типами МГД ударных волн. В частности, вблизи торцов токового слоя (при наличии в нем обратных токов) обнаружены области транс-альвеновских ударных волн и волн включения, которые, как известно, неэволюционны.

Рассмотрены граничные условия для уравнений идеальной МГД на поверхности разрывов различных типов. При использовании найденных связей конфигурации магнитного поля с параметрами течения плазмы через разрыв установлен непосредственный вид переходных решений для всех возможных пар разрывных течений. На их осно-

ве построена обобщенная схема непрерывных переходов между разрывными течениями в МГД (рис. 10). Схема содержит в себе разрывы, не представленные на более ранних схемах, а именно: контактный разрыв, волны включения и выключения, транс-альвеновская ударная волна. Некоторые типы разрывы являются неэволюционными: волна включения, альвеновская и транс-альвеновская ударные волны. Они тоже включены в обобщенную схему переходов. При интерпретации результатов численного интегрирования уравнений МГД это позволяет видеть области, требующие более аккуратного расчета и дополнительного исследования.

На примере ударных волн, присутствующих в аналитической модели пересоединения (Безродных, Власов, Сомов, 2007, 2011 [36, 37]), показаны возможные ограничения, налагаемые на параметры течения условиями непрерывных переходов. Установлено разделение присоединенных к токовому слою поверхностей разрыва на две области, имеющие, по-видимому, различные причины появления. Квазистационарная внутренняя область связана с обратными токами в токовом слое, а внешняя – обусловлена преимущественно граничными условиями, в которых реализуется процесс магнитного пересоединения, и его скоростью.

Получено аналитическое уравнение (47), описывающее изменение внутренней энергии плазмы при переходе через МГД разрыв. Установлена его зависимость как от термодинамических параметров плазмы, так и от типа МГД разрыва. Нагрев тем сильнее, чем больше

скачки плотности плазмы и плотности магнитной энергии на разрыве. Наибольший нагрев осуществляется транс-альвеновским типом течения. Подобные условия реализуются вблизи области обратных токов в процессе магнитного пересоединения. Результат полезен для объяснения распределения температуры в плазме солнечных вспышек, наблюдаемых на современных космических рентгеновских обсерваториях (Sui, Holman, 2003 [75]).

Список литературы

- [1] Alfven H., Cosmic electrodynamics. (New York: Oxford University Press, 1950).
- [2] Hoffmann F., Teller E., Magneto-hydrodynamic shocks. Phys. Rev., **80**, 692, (1950).
- [3] Сыроватский С.И., Магнитная гидродинамика. УФН, **62**, 247 (1957).
- [4] Половин Р.В., Ударные волны в магнитной гидродинамике. УФН, **72**, 33 (1960)
- [5] Anderson J.E., Magnetohydrodynamic shock waves. (Massachusetts, Cambridge, US: M.I.T. Press, 1963).
- [6] Сыроватский С.И., Некоторые свойства поверхностей разрыва в магнитной гидродинамике. Труды Физического ин-та им. П.Н. Лебедева АН СССР, том **8**, 13 (1956).
- [7] Сомов Б.В., Космическая электродинамика и физика Солнца. (М.: Изд-во Московского университета, 1993).
- [8] Sutton G.W., Sherman A., Engineering magnetohydrodynamics. (New York, San Francisco, Toronto: McGraw-Hill Book Co., 1965).

- [9] Лукьянов С.Ю., Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. (М.: Наука, 1975).
- [10] Морозов А.И., Введение в плазмодинамику. (М.: Физматлит, 2006).
- [11] Biskamp D., Nonlinear magnetohydrodynamics. (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1997).
- [12] Имшенник В.С., Боброва Н.А., Динамика столкновительной плазмы. (М.: Энергоатомиздат, 1997).
- [13] Büchner J., Dum C.T., Scholer M. (Eds.), Space plasma simulation. (Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2003).
- [14] Giovanelli R.G., A theory of chromospheric flares. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, **158**, 81 (1946).
- [15] Dungey J.W., Cosmic electrodynamics. (England, Cambridge: Cambridge Univ. Press., 1958).
- [16] Orta J.A., Huerta M.A., Boynton G.C., Magnetohydrodynamic shock heating of the solar corona. *Astrophys. J.* **596**, 646 (2003).
- [17] Petschek H.E., Magnetic field annihilation. / In: Hess W.N. (Ed.) AAS-NASA Symposium on the Physics of Solar Flares, NASA SP-50, P. 425. (Washington: NASA, Sci. and Tech. Info. Division, 1964).
- [18] Hones E.W.Jr. (Ed.), Magnetic reconnection in space and laboratory plasmas. (Washington, D.C.: American Geophys. Union, 1984).

- [19] Hoshino M., Stenzel R.L., Shibata K. (Eds.), Magnetic reconnection in space and laboratory plasmas. (Tokyo: Terra Scientific Publishing Co., 2001).
- [20] Сыроватский С.И., К вопросу об устойчивости плазмы в неоднородном магнитном поле и о механизме солнечных вспышек. *Астроном. журн.*, **39**, 987 (1962).
- [21] Сыроватский С.И., Динамическая диссипация магнитного поля и ускорение частиц. *Астроном. журн.*, **43**, 340 (1966).
- [22] Сыроватский С.И., О возникновении токовых слоев в плазме с замороженным сильным магнитным полем. *ЖЭТФ*, **60**, 1726 (1971).
- [23] Сыроватский С.И., Нейтральные токовые слои в лабораторной и космической плазме. *Труды Физического ин-та им. П.Н. Лебедева АН СССР*, том **74**, 3 (1974).
- [24] Syrovatskii S.I., Pinch sheets and reconnection in astrophysics. *Annual Rev. Astron. Astrophys.*, **19**, 162 (1981).
- [25] Somov B.V., Physical processes in solar flares. (Dordrecht, Boston: Kluwer Academ. Publ., 1992).
- [26] Somov B.V., Plasma astrophysics, Part II: Reconnection and flares, Second edition. (New York: Springer SBM, 2013б).
- [27] Svestka Z., Jackson B.V., Machado M.E. (Eds.), Eruptive solar flares. (Berlin: Springer-Verlag, 1992).

- [28] Hanslmeier A., Veronig A., Messerotti M. (Eds.), Solar magnetic phenomena. (Dordrecht: Springer, 2005).
- [29] Hanslmeier A., The Sun and Space Weather. (Dordrecht: Springer, 2007).
- [30] Shimizu T., Ugai M., Magneto-hydrodynamic study of adiabatic supersonic and subsonic expansion accelerations in spontaneous fast magnetic reconnection. *Phys. Plasmas*, **15**, 082306 (2003).
- [31] Shimizu T., Kondoh K. , Ugai M., MHD shock wave structure in supersonic magnetic reconnection. Proceedings of the International Scientific Conference on Chromospheric and Coronal Magnetic Fields (ESA SP-596) (Eds.: D.E. Innes, A. Lagg and S.K. Solanki. Published on CD-ROM), 25.1 (2005).
- [32] Ugai M., Kondoh K., Shimizu T., Spontaneous fast reconnection model in three dimensions. *Phys. Plasmas*, **12**, 042903 (2005).
- [33] Ugai M., The evolution of fast reconnection in a three-dimensional current sheet system. *Phys. Plasmas*, **15**, 082306 (2008).
- [34] Zenitani S., Miyoshi T., Magneto-hydrodynamic structure of a plasmoid in fast reconnection in low-beta plasmas. *Phys. Plasmas*, **18**, 022105 (2011).
- [35] Lax P., Hyperbolic systems of conservative laws. *Comm. Pure Appl. Math.*, **10**, 537 (1957).

- [36] Безродных С.И., Власов В.И., Сомов Б.В., Аналитическая модель магнитного пересоединения при наличии присоединенных к токовому слою ударных волн, Письма в Астрон. журн., **33**, 153 (2007).
- [37] Безродных С.И., Власов В.И., Сомов Б.В., Обобщенные аналитические модели токового слоя Сыроватского, Письма в Астрон. журн., **37**, 133 (2011).
- [38] Марковский С.А., Сомов Б.В., Некоторые свойства магнитного пересоединения в токовом слое с ударными волнами. Физика солнечной плазмы. С. 45. (М.: Наука, 1989).
- [39] Марковский С.А., Сомов Б.В., Критерий эволюционности для пересоединяющего токового слоя, ЖЭТФ, **104**, 2736 (1993).
- [40] Markovskii S.A., Somov B.V., A criterion for splitting of a reconnecting current sheet into MHD discontinuities, J. Plasma Physics, **55** (No. 3), 303 (1996).
- [41] Брушлинский К.В., Заборов А.М., Сыроватский С.И., Численное моделирование двумерного течения плазмы в окрестности магнитной нулевой линии. Физика плазмы. 1980. **6**. С. 297.
- [42] Biskamp D., Magnetic reconnection via current sheets. Phys. Fluids **29**, 1520 (1986).
- [43] Yokoyama T., Shibata K., Magnetic reconnection coupled with heat conduction. Astrophys. J. **474**, L61 (1997).

- [44] Chen P.F., Fang C., Tang Y.H., et al., Simulation of magnetic reconnection with heat conduction. *Astrophys. J.* **513**, 516 (1999).
- [45] Kondoh K., Ugai M., Shimizu T., Three dimensional analysis of shock structure around magnetic loop associated with spontaneous fast magnetic reconnection. Proceedings of the International Scientific Conference on Chromospheric and Coronal Magnetic Fields (ESA SP-596) (Eds.: Innes D.E., Lagg A., Solanki S.K. Published on CD-ROM), 72.1 (2005).
- [46] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., О разрывных течениях плазмы в окрестности пересоединяющих токовых слоев в солнечных вспышках. Сборник тезисов 6-ой Конференции “Физика плазмы в солнечной системе”. Москва, ИКИ РАН, 129 (2011).
- [47] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., О разрывных течениях плазмы в окрестности пересоединяющих токовых слоев. Сборник тезисов VIII Конференции молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, 49 (2011).
- [48] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Evolutionarity of discontinuous flows near reconnecting current layers in solar flares. European Week of Astronomy and Space Science (JENAM 2011). Book of abstracts. St. Petersburg, GAO RAS, (2011).
- [49] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., О разрывных течениях плазмы в окрестности пересоединяющих токовых слоев. Сборник тезисов

- XII Конференции молодых ученых “Взаимодействие полей и излучения с веществом”. Иркутск, ИСЗФ СО РАН, 21 (2011).
- [50] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Непрерывные переходы между разрывными МГД течениями. Сборник тезисов IX Конференции молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, 49 (2012).
- [51] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Непрерывные переходы между МГД течениями. Сборник резюме докладов научной конференции “Астрономия в эпоху информационного взрыва: результаты и проблемы”. Москва, ГАИШ, МГУ им. М.В. Ломоносова, 11 (2012).
- [52] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Разрывные МГД течения: непрерывные переходы и нагрев плазмы в солнечных вспышках. Сборник тезисов 8-ой Конференции “Физика плазмы в солнечной системе”. Москва, ИКИ РАН, 160 (2013).
- [53] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Разрывные МГД течения: непрерывные переходы и нагрев плазмы в солнечных вспышках. Сборник тезисов X Конференции молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. Москва, ИКИ РАН, 70 (2013).
- [54] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Некоторые свойства разрывных течений вблизи области магнитного пересоединения. Вестник МГУ, Серия 3, Физика, Астрономия. **65**, 58. (2010).

- [55] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., О разрывных течениях плазмы в окрестности пересоединяющих токовых слоев в солнечных вспышках. Письма в Астрон. журн. **37**, 151. (2011).
- [56] Somov B.V., Bezrodnykh S.I., Ledentsov L.S., Overview of open issues in the physics of large solar flares. *Astronomical and Astrophysical Transactions*. **27**, 60 (2011).
- [57] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., О непрерывных переходах между разрывными МГД решениями в задаче о магнитном пересоединении. Письма в Астрон. журн. **38**, 831. (2012).
- [58] Ledentsov L.S., Somov B.V., Evolutionary of discontinuous plasma flows in the vicinity of reconnecting current layers. *The Sun: New Challenges. Astrophysics and Space Science Proceedings* (Eds. Obridko V.N., Georgieva K., Nagovitsyn Y.A.). **30**, 117 (2012).
- [59] Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Нагрев плазмы на разрывных МГД течениях вблизи области магнитного пересоединения. Вестник МГУ, Серия 3, Физика, Астрономия. **68**, 76 (2013).
- [60] Tideman D.A., Krall N.A., *Shock waves in collisionless plasma*. (New York, London, Sydney: Wiley-Interscience, 1971).
- [61] Сиротина Е.П., Сыроватский С.И., Structure of low intensity shock waves in МНД.ЖЭТФ. **39**, 746 (1960).
- [62] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П., *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. (М.: Наука, 1966).

- [63] Шерклиф Дж., Курс магнитной гидродинамики. (М.: Мир, 1967).
- [64] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Электродинамика сплошных сред. Т. 8 (М.: Наука, 1982).
- [65] Somov B.V., Plasma astrophysics, Part I: Fundamental and practice, Second edition. (New York: Springer SBM, 2013a).
- [66] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Гидродинамика. Т. 6. (М.: Наука, 1986).
- [67] Somov B.V., Fundamentals of cosmic electrodynamics. (Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 1994).
- [68] Ахиезер А.И., Любарский Г.Я., Половин Р.В., Об устойчивости ударных волн в магнитной гидродинамике. *ЖЭТФ*. **35**, 731 (1958).
- [69] Сыроватский С.И., Об устойчивости ударных волн в магнитной гидродинамике. *ЖЭТФ*. **35**, 1466 (1958).
- [70] Ройхваргер З.Б., Сыроватский С.И., Об эволюционности магнитогидродинамических разрывов при учете диссипативных волн. *ЖЭТФ*. **66**, 1338 (1974).
- [71] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Статистическая физика. Т. 5. Ч. 1. (М.: Наука, 1976).
- [72] Сомов Б.В., Сыроватский С.И., Возникновение токового (нейтрального) слоя при движении плазмы в поле плоского магнитного диполя. *ЖЭТФ*. **61**, 1864 (1971).

- [73] Todd L., The evolution of trans-Alfvénic shocks in gases of finite electrical conductivity. *J. Fluid Mech.* **21**, 193 (1965).
- [74] Markovskii S.A., Skorokhodov S.L., Disintegration of trans-Alfvénic shocks due to variable viscosity and resistivity. *J. Geophys. Res.*, **105**, N. A6, 12705 (2000).
- [75] Sui L., Holman G.D., Evidence for the formation of a large-scale current sheet in a solar flare. *Astrophys. J.*, **596**, L251 (2003).
- [76] Shibata K., Evidence of magnetic reconnection in solar flares and a unified model of flares. *Astrophysics and Space Science*, **264**, 129 (1998).