

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

на правах рукописи

Сафонов Борис Сергеевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ УВЕЛИЧЕНИЯ УГЛОВОГО
РАЗРЕШЕНИЯ 2.5 М ТЕЛЕСКОПА ПО ДАННЫМ
ИЗМЕРЕНИЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА
МЕСТЕ ЕГО УСТАНОВКИ**

специальность 01.03.02 – астрофизика и звездная астрономия

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доцент Корнилов В.Г.

Москва – 2012 г.

Содержание

Введение	5
1 Методы моделирования	13
1.1 Аналитическое моделирование АО	14
1.1.1 Расчет длинноэкспозиционной ОПФ системы АО . .	14
1.1.2 Спектр мощности флуктуаций фазы после коррекции	15
1.1.3 Случай замкнутой петли обратной связи	19
1.1.4 Учет эффекта конуса	20
1.1.5 Верификация аналитического моделирования	21
1.2 Моделирование методом Монте-Карло	22
1.2.1 Алгоритм моделирования	22
1.2.2 Верификация результатов моделирования	26
2 Исходные данные для моделирования	31
2.1 Модель ОТ для Шатджатмаза	31
2.1.1 Построение типичных профилей	33
2.1.2 Построение случайных выборок	38
2.1.3 Обсуждение	42
2.2 Данные ОТ для Майданака	43
2.2.1 Построение типичных профилей	44
2.3 Параметры 2.5 м телескопа КГО	47
3 Адаптивная оптика с естественной опорной звездой	50
3.1 Морфология ФРТ: дифракционный режим и режим ча- стичной коррекции	52
3.2 Эффективность NGS АО при наблюдении опорной звезды	55
3.2.1 Зависимость характеристик изображения от пара- метров прибора	55
3.2.2 Критерии оптимизации	58
3.2.3 Оптимизируемые параметры	59
3.2.4 Эффективность системы NGS АО при оптимизации	63
3.3 Эффективность NGS АО при несовпадении научного объ- екта и опорной звезды	65
3.3.1 Поле зрения системы	70

3.4	Результаты для Майданака	70
3.5	Обсуждение	72
4	Адаптивная оптика с лазерной опорной звездой	77
4.1	Определение оптимального размера субапертуры и яркости LGS	78
4.2	Определение высоты фокусировки LGS	80
4.3	Эффективность системы LGS АО	82
4.4	Обсуждение	84
5	Компенсация наклонов волнового фронта	87
5.1	Определение рабочей частоты системы компенсации наклонов	87
5.2	Эффективность системы при наблюдениях опорной звезды.	89
5.3	Анизопланатизм и покрытие неба	91
5.4	Компенсация наклонов в видимом диапазоне	94
5.5	Обсуждение	95
6	Селекция изображений	97
6.1	Моделирование селекции изображений	98
6.2	Определение оптимального масштаба	99
6.3	Анизопланатизм при селекции изображений	102
6.4	Обсуждение	104
7	Дифференциальная спекл-поляриметрия	108
7.1	Теоретический анализ свойств величины $\mathcal{R}$	112
7.1.1	Смещение $\mathcal{R}$	112
7.1.2	Дисперсия $\mathcal{R}$	114
7.2	Моделирование ДСП методом Монте-Карло	116
7.3	Восстановление распределения поляризованного потока. .	118
7.4	Параметрический анализ $\mathcal{R}$	122
7.4.1	Точечный объект, положение фотоцентра которого меняется в зависимости от пропускаемой поляризации	123
7.4.2	Экзозодиакальный диск	125
7.5	Практические аспекты ДСП	129

7.6	Сравнение возможностей ДСП с существующими и плани-	
	руемыми поляриметрами	131
7.7	Обсуждение	133
Заключение		136
А Поляризация в фокальной плоскости телескопа		149
В Расчет среднего значения $\mathcal{R}$		156
С Оценка дисперсии $\mathcal{R}$		158
Список литературы		160

Введение

Угловое разрешение оптических телескопов оказывает решающее влияние на два аспекта наблюдений: возможность изучения по отдельности тесно расположенных объектов и возможность обнаружения и измерения потока от слабых точечных источников. В процессе развития телескопических наблюдений, а особенно в последние десятилетия, увеличение углового разрешения как правило приводило к получению совершенно новых, часто непредвиденных, астрономических результатов.

Для наземных оптических телескопов задача повышения углового разрешения связана в первую очередь с преодолением искажений световой волны, возникающих при ее распространении через земную атмосферу. Для этой цели были разработаны множество методов, доводящих угловое разрешение вплоть до дифракционного. С помощью этих методов интересные результаты были получены и на телескопах сопоставимых по размеру с будущим 2.5 м телескопом ГАИШ (далее 2.5 м телескоп) [1, 2, 3]. Простые оценки показывают, что даже при таком диаметре выигрыш по разрешению в сравнении с обычными наблюдениями может составить 15 – 30 раз. Поэтому применение этих методов на 2.5 м телескопе представляется весьма перспективным. Дополнительным подтверждением этого является то, что сейчас активно развиваются около десятка проектов, в которых использование дифракционного разрешения небольших телескопов позволит получить принципиально новые астрономические данные [4, 5, 6].

Методы увеличения углового разрешения можно условно разделить на пассивные и активные. Первые основаны на анализе искаженных изображений постфактум, вторые же предполагают исправление флуктуаций волнового фронта в реальном времени. Применение активных методов, известных под общим названием адаптивная оптика (АО) оказалось наиболее плодотворно и их влияние на развитие наблюдательной астрономии очень велико. Однако использование пассивных методов увеличения разрешения, таких как спекл-интерферометрия, селекция изображений, апертурное маскирование более предпочтительно при решении ряда задач, кроме того, эти методы намного проще в реализации. Поэтому для реализации на 2.5 м телескопе целесообразно рассматривать как

активные, так и пассивные методы увеличения разрешения.

Применение методов увеличения углового разрешения, как правило, связано с созданием довольно сложных инструментов, эффективность которых определяется множеством факторов — конструкцией, параметрами телескопа, характеристиками атмосферной турбулентности, свойствами излучения источника. Часто не существует простого способа предсказать эффективность системы при данных обстоятельствах, в этих случаях применяют численное моделирование всего процесса распространения света в атмосфере, телескопе, приборе, а также формирования и регистрации изображения в фокальной плоскости. Расчеты такого типа обычно используются для решения следующих практических задач:

1. На этапе проектирования моделирование позволяет сравнить эффективность системы при разных параметрах, характеризующих ее конструкцию, а также для различных вариантов реализации этой конструкции. Эта возможность является довольно ценной, т.к. позволяет находить оптимальные решения и проверять новые идеи без необходимости создания реальных устройств и без использования наблюдательного времени, что значительно упрощает, ускоряет и удешевляет проектирование [7, 8, 9].
2. С помощью моделирования можно оценивать возможности прибора до его создания, чтобы определить, удовлетворяет ли он спецификациям [10, 11].
3. После создания прибора моделирование применяется для автоматизированного принятия решения о наблюдениях, с помощью него можно определить, выполнима ли данная задача при данных условиях турбулентности (для этого требуется одновременный мониторинг турбулентности) [12].
4. Также при планировании наблюдений моделирование позволяет узнать, выполнима ли данная задача с данным прибором в принципе.

Для моделирования АО и пассивных методов разработано несколько подходов, первым из них появился метод Монте-Карло (МК) [13]. Метод МК заключается в генерации случайных фазовых экранов с заданным спектром мощности и в дальнейшем распространении волнового фронта через них, а затем и в приборе. Данный метод позволяет моделировать практически любые физические процессы, происходящие со светом, но при этом требует больших объемов вычислений (принципы см. в статьях [13, 14], примеры использования [8, 15]). Позже в статье [16] был предложен метод, который позволяет рассчитывать характеристики эффективности АО на ≈ 3 порядка быстрее. Этот метод основан на оценке остаточного спектра мощности флуктуаций фазы и дальнейшем расчете соответствующей функции рассеяния точки. В литературе для этого метода принято название “аналитический”, что не совсем корректно, т.к. он все-таки предусматривает численные расчеты, например, быстрое преобразование Фурье. Однако мы будем пользоваться этим названием, чтобы не вводить новых терминов там, где в этом нет необходимости. Существует еще несколько методов моделирования АО, но для решения наших задач достаточно двух упомянутых.

Моделирование методов увеличения разрешения требует знания свойств атмосферной оптической турбулентности в месте установки телескопа. Основной характеристикой, описывающей атмосферную турбулентность, является зависимость структурного коэффициента показателя преломления от высоты или вертикальный профиль оптической турбулентности (ОТ). Изменение профиля ОТ — это нестационарный случайный процесс, имеющий признаки сезонности, поэтому его измерения необходимо проводить в режиме мониторинга в течение 2-3 лет с достаточным временным разрешением. Измерения профиля ОТ активно ведутся как в существующих обсерваториях [17, 18], так и в предполагаемых местах установки новых телескопов [19, 20], всего около 30 вершин. Для горы Шатджатмаз — места установки 2.5 м телескопа — такие измерения выполняются с помощью полностью автоматизированного прибора MASS-DIMM для измерения профиля турбулентности начиная с 2007 г. [21]. Этот прибор представляет собой многоапертурный датчик звездных мерцаний (Multi-Aperture Scintillation Sensor — MASS) и датчик диф-

ференциальных дрожаний (Differential Image Motion Monitor — DIMM), интегрированные в одном устройстве [22].

Не менее важной для моделирования характеристикой атмосферной турбулентности является профиль ветра — зависимость скорости ветра от высоты. Эта характеристика обычно оценивается либо с плохим временным разрешением (по данным NCEP/NCAR [23]), либо в режиме коротких кампаний (SCIDAR [24], SODAR [25], метеозонды [26]). Однако недавно было показано [27], что профиль ветра может быть оценен из данных MASS одновременно с профилем турбулентности. Таким образом, для Шатджатмаза мы получили массив профилей ОТ и ветра объемом 95000 измерений с временным разрешением 1 мин. Профили заданы на стандартной логарифмически равномерной сетке высот MASS: 0, 0.5, 0.7, 1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8.0, 11.3, 16.0, 22.6 км.

Мы не можем использовать индивидуальные профили ОТ для моделирования, т.к. даже в наилучшем случае обработка всего массива профилей заняла бы несколько месяцев. Поэтому мы построим модель атмосферы, сводящую разнообразие измеренных профилей ОТ и ветра к небольшому количеству профилей. При этом будет использовано два подхода. В первом подходе по всему массиву измерений ОТ конструируется несколько *типичных профилей*, которые в самом грубом приближении описывают разнообразие условий в атмосфере. Более точной моделью является случайная *бесповторная репрезентативная выборка* из полного массива измерений. Первая модель будет использоваться для предварительных оценок и расчета сложных случаев, а вторая — для оценки метрик эффективности АО в статистическом смысле, т.е. путем построения их распределений.

Целью данной работы было, пользуясь упомянутыми моделями атмосферы, оценить эффективность применения следующих методов увеличения углового разрешения на 2.5 м телескопе: АО с естественной опорной звездой, АО с лазерной опорной звездой, компенсация наклонов волнового фронта, селекция изображений, дифференциальная спекл-поляриметрия.

Большая часть моделирования будет выполнена для фотометрических полос R и I видимого диапазона, эффективность компенсации на-

клонов будет также оценена для полос ближнего ИК-диапазона J , H , K . В моделировании мы будем учитывать собственные аберрации телескопа, ожидаемый уровень которых известен из измерений формы зеркал, выполненных производителем телескопа.

Первые три метода используют достаточно яркую звезду — *опорную звезду* — для измерения искажений, вызванных атмосферой, а затем компенсируют их в реальном времени. Таким образом, в качестве результата они дают изображение, исправленное до определенной степени. Для характеристики степени компенсации и оценки эффективности работы системы мы будем использовать два параметра: число Штреля и полуширину исправленного изображения точечного объекта. Здесь число Штреля — это отношение максимума интенсивности в реальном изображении точечного объекта (искаженного атмосферой и аберрациями телескопа) к максимуму интенсивности дифракционного изображения для данного телескопа. Число Штреля хорошо подходит для описания изображения, близкого к дифракционному, мы будем называть этот случай дифракционный режим. В тех ситуациях, когда изображение далеко от дифракционного, в режиме частичной коррекции, более адекватной мерой эффективности является полуширина — размер изображения на уровне интенсивности, составляющем половину от максимального.

Для оценки эффективности АО-компенсации при наблюдениях определенного объекта большую роль играет то, может ли этот объект сам быть использован в качестве опорной звезды. Для этого он должен быть достаточно яркий, а при применении некоторых типов датчиков волнового фронта — иметь малый угловой размер, меньше или порядка дифракционного разрешения телескопа. Эти условия выполняются далеко не для всех астрономических объектов, но зато в этом случае АО-коррекция будет весьма эффективна. Для остальных объектов необходимо использовать в качестве опорного источника достаточно яркую звезду, находящуюся неподалеку. Качество коррекции научного объекта при этом будет хуже, чем опорной звезды, что вызвано тем, что свет, идущий по разным направлениям, проходит различные объемы атмосферы. Это явление называется анизопланатизм, а характеризующий его угол — угол изопланатизма, он определяет “поле зрения”, доступное методу.

Эффективность работы системы АО в этих двух ситуациях отличается кардинально, поэтому мы будем исследовать их по отдельности, следуя приведенной ниже программе с небольшими вариациями:

1. Рассмотреть случай, когда наблюдаемый объект может использоваться как опорная звезда, и оценить для него оптимальные значения основных параметров прибора, а также сравнить разные варианты его реализации и определить наиболее эффективный из них. Оценить его эффективность в смысле распределений параметров восстановленного изображения.
2. Рассмотреть случай, когда опорный источник находится на расстоянии от объекта и оценить эффективность прибора исходя из вероятности найти подходящий опорный источник.
3. Оценить поле зрения — т.е. размер области вокруг опорной звезды, где коррекция осуществляется на приемлемом уровне.

Приведенная программа будет также выполнена в урезанном виде в применении к селекции изображений. Этот метод хоть и не предполагает коррекции волнового фронта в реальном времени, но, тем не менее, похож на АО в том, что также использует опорную звезду, а в качестве результата дает изображение.

Совершенно иная ситуация с дифференциальной спекл-поляризацией (ДСП) — пассивным методом, позволяющим восстановить информацию о распределении поляризованного потока с дифракционным разрешением. Этот метод существенно отличается от трех предыдущих как по инструментарию, так и по выходным данным, поэтому мы будем изучать его возможности отдельно. Задачей в данном случае будет определить возможности этого метода в предположении наличия инструментальной поляризации, атмосферной турбулентности и фотонного шума.

Положения, выносимые на защиту

1. Построены две модели типичной оптической турбулентности (ОТ) и скорости ветра на основе измерений с прибором MASS-DIMM в 2007-2011 гг на месте установки 2.5 м телескопа. Для сравнения

также построена модель типичных профилей для Майданакской обсерватории.

2. На основе моделей типичной ОТ для 2.5 м телескопа выполнено моделирование адаптивной оптики (АО) с естественной и искусственной опорной звездой. В первом случае при размере субапертуры 35 см коррекция волнового фронта дает близкое к дифракционному разрешение для опорной звезды. При наблюдении в произвольном направлении на небе медианы полуширин скорректированных изображений составляют $0.37''$ и $0.27''$ в фотометрических полосах R и I , соответственно. Во втором случае при размере субапертуры 22.5 см и высоте фокусировки лазера 8 км медианы распределений полуширины скорректированных изображений равны $0.28''$ и $0.26''$ в полосах R и I , соответственно. Медиана распределения размера поля зрения системы составляет $2.5'$ в полосе I .
3. Показано, что в ближнем ИК-диапазоне для достижения дифракционного разрешения достаточно компенсации наклонов волнового фронта. При использовании двух гидировочных звезд доля наблюдаемого времени на 2.5 м телескопе, когда скорректированное изображение в центре поля $< 0.3''$, составит 40% и 70% для полос H и K , соответственно. В видимом диапазоне рассмотрена компенсация наклонов постфактум, методом селекции изображений. Показано, что при медианных условиях на 2.5 м телескопе оптимальный масштаб ПЗС камеры составляет $0.066''/\text{пкс}$. При этом с детектором формата 512×512 пкс обеспечивается поле зрения $34''$ и изображения с полушириной $< 0.1''$ по всему полю.
4. Показано, что на 2.5 м телескопе весьма перспективно применение метода дифференциальной спекл-поляриметрии для получения информации о распределении поляризованного излучения от астрономических объектов (например, околозвездного окружения) с дифракционным разрешением.

Структура работы В разделе 1 приведены используемые нами методы моделирования, описаны модификации, которые мы в них внесли. В

разделе 2 описываются исходные данные атмосферной турбулентности и строятся модели атмосферы. Разделы 3, 4, 5, 6, 7 посвящены численному моделированию методов: АО с естественной опорной звездой, АО с лазерной опорной звездой, компенсация наклонов волнового фронта, селекция изображений, дифференциальная спекл-поляриметрия, соответственно. Некоторые вспомогательные выкладки, используемые в разделе 7, даны в приложениях А–С. Основные результаты, обобщающие выводы, практические предложения и благодарности приведены в заключении.

1 Методы моделирования

Обычно для моделирования методов увеличения углового разрешения, в т.ч. адаптивной оптики, используются следующие методы (с небольшими вариациями):

1. **Линейный анализ бюджета ошибок волнового фронта** заключается в сложении дисперсий флуктуаций фазы, обусловленных различными факторами, ухудшающими эффективность АО [28]. Данный метод довольно легок в использовании, однако в ряде ситуаций его нельзя применять, или можно, но с существенным усложнением (в то время как применение других методов моделирования оказывается гораздо эффективнее). Например, с помощью этого метода трудно оценить такие характеристики функции рассеяния точки (ФРТ) как полуширина, особенно в тех случаях, когда изображение далеко от дифракционного.
2. **Моделирование методом Монте-Карло.** Этот метод сводится к генерации случайных фазовых экранов с заданным спектром мощности и в дальнейшем распространении соответствующих волновых фронтов в атмосфере, а затем и в приборе (принципы см. в статьях [13, 14], примеры использования [8, 15]). Данный метод позволяет моделировать практически любые физические эффекты, но при этом требует больших объемов вычислений. Существует также похожий метод, заключающийся в генерации волнового фронта, как суммы полиномов Цернике, имеющих определенные статистические свойства [29]. Алгоритм метода подробно описан в подразделе 1.2, мы реализовали его на языке программирования MATLAB.
3. **Аналитическое моделирование АО.** Расчет остаточного спектра фазы путем умножения исходного спектра на определенные спектральные фильтры и последующая оценка длинноэкспозиционной ФРТ [30, 31]. Этот метод позволяет получить длинноэкспозиционную ФРТ на ≈ 3 порядка быстрее, чем в методе Монте-Карло, и, в тоже время, достаточно хорошо описывает различные эффекты,

влияющие на работу АО. В следующем подразделе мы кратко опишем, как он работает и перечислим его ограничения.

1.1 Аналитическое моделирование АО

1.1.1 Расчет длинноэкспозиционной ОПФ системы АО

Основной задачей моделирования АО является расчет длинноэкспозиционной функции рассеяния точки (ФРТ), или, что эквивалентно, оптической передаточной функции (ОПФ) системы [32]. Рассмотрим схему расчета длинноэкспозиционной ОПФ оптической системы, на апертуру которой падает световая волна с постоянной амплитудой и случайной фазой, имеющей спектр мощности $W_\phi(\boldsymbol{\rho})$ [30].

Как известно [32], оптическая передаточная функция (ОПФ) — это автокорреляция комплексной амплитуды световой волны на апертуре. Следовательно, мгновенная ОПФ системы телескоп + турбулентная атмосфера задается выражением

$$T_I(\mathbf{f}', t) = \frac{1}{S_p} \iint \exp \{i[\phi(\mathbf{r}, t) - \phi(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}', t)]\} P(\mathbf{r}) P(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}') d\mathbf{r}, \quad (1.1)$$

где интегрирование производится во всей плоскости входного зрачка, $\mathbf{r}$ — вектор положения в плоскости входного зрачка, $\phi(\mathbf{r}, t)$ — фаза световой волны в момент времени t , $P(\mathbf{r})$ — функция зрачка, S_p — площадь зрачка, λ — длина волны света и $\mathbf{f}'$ — угловая частота. Чтобы получить длинноэкспозиционную ОПФ, нужно усреднить это выражение по времени:

$$T(\mathbf{f}') = \langle T(\mathbf{f}', t) \rangle = \frac{1}{S_p} \iint \exp \{ -\langle [\phi(\mathbf{r}, t) - \phi(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}', t)]^2 \rangle / 2 \} \times \quad (1.2) \\ P(\mathbf{r}) P(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}') d\mathbf{r}.$$

Здесь использован тот факт, что $\langle \exp \{ \phi \} \rangle = \exp \{ \langle \phi^2 \rangle / 2 \}$ при условии, что случайная величина ϕ имеет нормальное распределение [33]. Усредняемое во времени выражение в уравнении (1.2) представляет собой структурную функцию фазы $D_\phi(\mathbf{r}, \lambda \mathbf{f}')$. В предположении, что флуктуации фазы — это однородный стационарный случайный процесс, ее

структурная функция не зависит от $\mathbf{r}$ и ее можно вынести за интеграл [33]:

$$T(\mathbf{f}') = \frac{1}{S_p} \exp \{ -D_\phi(\lambda \mathbf{f}')/2 \} \iint P(\mathbf{r}) P(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}') d\mathbf{r}. \quad (1.3)$$

В этом уравнении множитель $\exp \{ -D_\phi(\lambda \mathbf{f}')/2 \}$ — это т.н. атмосферная ОПФ, а подинтегральное выражение — по определению ОПФ телескопа. Таким образом, результирующая ОПФ представима в виде произведения ОПФ телескопа $T_0(\mathbf{f}')$ и атмосферы $T_A(\mathbf{f}')$. Структурная функция фазы связана со спектром мощности фазы $W_A(\mathbf{f})$ следующим образом:

$$D_\phi(\lambda \mathbf{f}') = 2 \iint [1 - \cos(2\pi \lambda \mathbf{f}' \mathbf{f})] W_A(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \quad (1.4)$$

Если в последнее выражение вместо атмосферного спектра мощности флуктуаций фазы подставить спектр после АО-коррекции, а затем полученную структурную функцию подставить в выражение (1.3), то мы получим длинноэкспозиционную ОПФ АО-системы. Длинноэкспозиционная ФРТ может быть получена из нее преобразованием Фурье.

1.1.2 Спектр мощности флуктуаций фазы после коррекции

Воспроизведем соображения, позволяющие записать выражение для спектра флуктуаций фазы после АО-коррекции [31, 34, 30]. Сначала рассмотрим случай АО с открытой петлей обратной связи, т.е. при отборе света, по которому измеряется волновой фронт ∂o деформируемого зеркала. В этом случае мгновенная фаза на зрачке для объекта, наблюдаемого в направлении θ_0 , которую мы получим на выходе системы ϕ_e , равна разности мгновенной атмосферной фазы ϕ_a и АО-коррекции ϕ_c :

$$\phi_e(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}_0, t) = \phi_a(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}_0, t) - \phi_c(\mathbf{r}, t). \quad (1.5)$$

При этом АО-коррекция является функцией измерений атмосферной фазы в N_s направлениях и шума этих измерений $\eta(\mathbf{r}, t)$:

$$\phi_c(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=1}^{N_s} \mathcal{R} \mathcal{M} \tilde{\phi}_a(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}_s, t) + \mathcal{R} \eta(\mathbf{r}, t). \quad (1.6)$$

Тильда над атмосферной фазой $\tilde{\phi}_a$ обозначает то, что она усреднена за время экспозиции Δt . Буквы $\mathcal{M}$ и $\mathcal{R}$ символизируют операторы измерения и восстановления волнового фронта, вид которых зависит от типа датчика волнового фронта (WFS).

Самый распространенный на данный момент тип WFS — это датчик Шака-Гартмана (SH-WFS) [28]. Для SH-WFS с размером субапертуры d операторы $\mathcal{M}$ и $\mathcal{R}$ выглядят следующим образом [34]:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \mathcal{M}\tilde{\phi}_a = d^2 2\pi i \left[\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \tilde{\phi}_a(\mathbf{f}) \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \right] \otimes \text{III}(d\mathbf{f}), \quad (1.7)$$

$$\tilde{\phi}_a(\mathbf{f}) = \mathcal{R}\mathbf{m} = \frac{m_x f_x + m_y f_y}{2\pi i f^2 \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y)}, \quad (1.8)$$

где $\mathbf{m}$ — измерения, $\text{III}(x, y)$ — т.н. гребень Дирака, в данном случае двумерный:

$$\text{III}(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(x - k, y - l) \quad (1.9)$$

Одной из альтернатив SH-WFS является датчик типа “пирамида” (P-WFS), предложенный в работе [35]. В этом WFS изображение звезды падает на вершину четырехгранной пирамиды, затем на детекторе строятся 4 изображения выходного зрачка, анализ этих изображений позволяет восстановить форму волнового фронта. При исследовании свойств P-WFS было обнаружено, что эффективность датчика может быть существенно увеличена, если перемещать изображение звезды по круговой траектории вокруг вершины пирамиды. Радиус этой траектории, называемый амплитудой модуляции α (измеряется в угловой мере), обычно выбирается порядка размеров изображения звезды. α и размер пикселя детектора d (в проекции на входной зрачок) являются главными параметрами, характеризующими P-WFS.

P-WFS намного эффективнее, чем SH-WFS, он позволяет продвигаться по предельной звездной величине на $1.5 - 2^m$ [36], поэтому его применение в системах АО, в т.ч. рассматриваемые нами в данной работе, весьма перспективно.

В случае P-WFS выражения для операторов $\mathcal{M}$ и $\mathcal{R}$ выразятся так

[36]:

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \mathcal{M}\tilde{\phi}_a = \left[\begin{pmatrix} \theta(f_x) \\ \theta(f_y) \end{pmatrix} \tilde{\phi}_a(\mathbf{f}) \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \right] \otimes \text{III}(d\mathbf{f}), \quad (1.10)$$

$$\tilde{\phi}_a(\mathbf{f}) = \mathcal{R}\mathbf{m} = \frac{m_x\theta(f_x) + m_y\theta(f_y)}{[\theta^2(f_x) + \theta^2(f_y)]\text{sinc}(df_x)\text{sinc}(df_y)}, \quad (1.11)$$

где

$$\theta(f_x) = \begin{cases} -i\text{sgn}(f_x), & |f_x| > \alpha/\lambda \\ -i(\lambda/\alpha)f_x, & |f_x| < \alpha/\lambda. \end{cases} \quad (1.12)$$

Теперь подставим выражение (1.6) в уравнение (1.5), перейдем в частотную область, и, следуя [34], разделим спектр на низкочастотную и высокочастотную части: $\hat{\phi} = \hat{\phi}_{LF} + \hat{\phi}_{HF}$. При этом для всех точек, лежащих в области ($|f_x| < f_c; |f_y| < f_c$) выполняется $\hat{\phi}_{HF} = 0$, и, наоборот, при ($|f_x| > f_c; |f_y| > f_c$) справедливо $\hat{\phi}_{LF} = 0$. Здесь $f_c = 1/d$. Отметим, что такое выделение низкочастотной области соответствует квадратным субапертурам.

Далее совершим следующие операции: возведем модуль обеих частей в квадрат; усредним его во времени; учтем, что атмосфера состоит из N_l бесконечно тонких слоев, вклад которых статистически независим. Все эти шаги подробно описаны для случая открытой петли обратной связи в статье [34]. На выходе получаем спектр мощности остаточных флуктуаций фазы

$$W_r(\mathbf{f}) = \sum_{l=1}^{N_l} W_{FT,l}(\mathbf{f}) + \sum_{l=1}^{N_l} W_{AL,l}(\mathbf{f}) + \sum_{l=1}^{N_l} W_{AS,l}(\mathbf{f}) + W_{NS,l}(\mathbf{f}). \quad (1.13)$$

Равенство нулю корреляционных членов в этом выражении подробно обосновано в [34]. Обсудим подробнее каждое из слагаемых в этом уравнении. При этом по умолчанию мы будем считать, что речь идет об одном турбулентном слое.

1. Fitting error — шум сглаживания — представляет собой высокочастотную часть исходного атмосферного спектра мощности, полностью проходящую через АО-систему, потому что высокочастотная часть спектра не регистрируется WFS и не может быть исправлена

деформируемым зеркалом. Она записывается как

$$W_{FT}(\mathbf{f}) = W_{HF,a}(\mathbf{f}). \quad (1.14)$$

2. Aniso-servo error (ASE) моделирует явления анизопланатизма, конечности экспозиции и задержки. Эффекты, которые они дают, значительно коррелированы, поэтому и имеет смысл рассматривать их одновременно:

$$W_{AS}(\mathbf{f}) = \langle |\phi_{LF,a}(\mathbf{f}, \theta_0, t) - \sum_{s=1}^{N_s} \tilde{\phi}_{LF,a}(\mathbf{f}, \theta_s, t)|^2 \rangle_t. \quad (1.15)$$

Здесь тильда символизирует тот факт, что измерение фазы происходит за конечное время, равное времени экспозиции. В статье [37] приведено следующее выражение для ASE:

$$\begin{aligned} W_{AS}(\mathbf{f}) = & W_{LF,a}(\mathbf{f}) \times \frac{1}{N_s^2} \times \\ & \left(\sum_{s=1}^{N_s} \left[1 - 2\text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_s) + t_{lag} \mathbf{v}]) + \text{sinc}^2(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \right] + \right. \\ & + 2 \sum_{s=1}^{N_s-1} \sum_{r=s+1}^{N_s} \left[1 - \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \right. \\ & \left. \left(\cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_s) + t_{lag} \mathbf{v}]) + \cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_r) + t_{lag} \mathbf{v}]) \right) + \right. \\ & \left. \left. + \text{sinc}^2(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \cos(2\pi \mathbf{f} h(\boldsymbol{\theta}_s - \boldsymbol{\theta}_r)) \right] \right), \end{aligned} \quad (1.16)$$

здесь Δt — экспозиция, t_{lag} — задержка, h — высота турбулентного слоя и $\mathbf{v}$ — вектор скорости ветра в слое.

3. Третье слагаемое моделирует явление aliasing'a, суть которого заключается в следующем. Дискретность процесса регистрации волнового фронта приводит к тому, что высокочастотная часть спектра ($|f_x| > f_c; |f_y| > f_c$) копируется в низкочастотную область и дает дополнительный вклад в остаточный спектр флуктуаций фа-

зы, который можно выразить, как [34]

$$W_{AL}(\mathbf{f}) = \mu_{LF}(\mathbf{f}) \frac{f_x^2 f_y^2}{f^4} \text{sinc}^2(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \times \sum_{k,m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left(\frac{f_x}{f_y - m/d} + \frac{f_y}{f_x - k/d} \right)^2 W_a \left(f_x - \frac{k}{d}, f_y - \frac{m}{d} \right) \right\}, \quad (1.17)$$

здесь $\mu_{LF}(\mathbf{f})$ — это низкочастотный фильтр.

4. Четвертое и последнее слагаемое учитывает шум датчика волнового фронта, соответственно, оно не зависит от атмосферного спектра фазы и добавляется сразу ко всем слоям:

$$W_{NS}(\mathbf{f}) = \frac{\mu_{LF}(\mathbf{f}) d^2 \sigma_{\text{NEA}}^2}{4\pi^2 f^2 \text{sinc}^2(df_x) \text{sinc}^2(df_y)}, \quad (1.18)$$

здесь σ_{NEA}^2 — это т.н. noise equivalent angle, т.е. дисперсия флуктуаций измеряемого угла прихода пучка в одной субапертуре, вызванных фотонным шумом и шумом считывания детектора.

1.1.3 Случай замкнутой петли обратной связи

Рассмотрим кратко, как приведенный формализм изменяется в случае замкнутой петли обратной связи. В этом случае АО-коррекция (уравнение (1.6)) преобразуется следующим образом [30] (перейдем сразу в частотную область):

$$w_c(\mathbf{f}, t) = g \sum_{s=1}^{N_s} \mathcal{RM}[\tilde{w}_a(\mathbf{f}, \boldsymbol{\theta}_s, t) - w_c(\mathbf{f}, t)] + g \mathcal{R}\eta(\mathbf{f}, t) + w_c(\mathbf{f}, t - \Delta t), \quad (1.19)$$

где g — коэффициент усиления, который, в принципе, может зависеть от частоты. Отсюда можно выразить w_c :

$$w_c(\mathbf{f}, t) = g\mathcal{R}\eta(\mathbf{f}, t) + \frac{g \operatorname{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \exp[2\pi i(\Delta t/2 + t_{lag}) \mathbf{f} \mathbf{v}]}{1 + g \operatorname{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \exp[2\pi i(\Delta t/2 + t_{lag}) \mathbf{f} \mathbf{v}] - \exp[2\pi i \Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}]} \times \sum_{s=1}^{N_s} \mathcal{R}\mathcal{M}w_a(\mathbf{f}, \theta_s, t). \quad (1.20)$$

Это уравнение аналогично (1.6) с той только разницей, что оно записано в частотной области. Мы не будем здесь приводить дальнейшие процедуры, позволяющие определить вклад четырех основных ошибок для случая замкнутой петли обратной связи вследствие их объемности (они приведены в статье [30]).

Весь описанный формализм запрограммирован в пакете **PAOLA v.7.0.2** для `idl` [30], который мы и будем использовать в дальнейшем. Однако в этом пакете отсутствует очень важный эффект, который будет играть большую роль при моделировании АО с лазерной опорной звездой (LGS) — это эффект конуса.

1.1.4 Учет эффекта конуса

Эффект конуса проявляется в тех случаях, когда в качестве опорного источника используется LGS, находящаяся на конечной высоте h_* , подробнее см. раздел 4. Волновой фронт, распространяющаяся от LGS имеет сферическую форму. Для описания этого эффекта мы воспользуемся оценочным подходом, развитым в статье [31].

Участок волнового фронта от LGS, по которому производится измерение фазы, при пересечении турбулентного слоя на высоте h имеет размер в $\gamma = 1 - h/h_*$ раз меньший, чем он будет иметь на апертуре телескопа. Поэтому выражение для ASE (1.16) модифицируется следующим

образом:

$$\begin{aligned}
W_{AS}(\mathbf{f}) = & W_{LF,a}(\mathbf{f}) \times \frac{1}{N_s^2} \times \\
& \left(\sum_{s=1}^{N_s} \left[1 - 2\gamma A(\mathbf{f}) \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_s) + t_{lag} \mathbf{v}]) + \gamma^2 \text{sinc}^2(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \right] + \right. \\
& + 2 \sum_{s=1}^{N_s-1} \sum_{r=s+1}^{N_s} \left[1 - \gamma A(\mathbf{f}) \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) (\cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_s) + t_{lag} \mathbf{v}]) + \right. \\
& \left. \left. \cos(2\pi \mathbf{f} [h(\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_r) + t_{lag} \mathbf{v}])) + \gamma^2 \text{sinc}^2(\Delta t \mathbf{f} \mathbf{v}) \cos(2\pi \mathbf{f} h(\boldsymbol{\theta}_s - \boldsymbol{\theta}_r)) \right] \right). \tag{1.21}
\end{aligned}$$

Обратите внимание на появившиеся множители $A(\mathbf{f})$, который представляет собой апертурный фильтр

$$A(\mathbf{f}) = 2 \frac{J_1(\pi |f| Dh/h_\star)}{\pi |f| Dh/h_\star}. \tag{1.22}$$

При наличии центрального экранирования ϵ апертурный фильтр изменится следующим образом:

$$A(\mathbf{f}) = \frac{1}{1 - \epsilon^2} \left(\frac{2J_1(\pi |f| Dh/h_\star)}{\pi |f| Dh/h_\star} - \epsilon^2 \frac{2J_1(\pi |f| \epsilon Dh/h_\star)}{\pi |f| \epsilon Dh/h_\star} \right) \tag{1.23}$$

Также множитель γ^2 появится у выражения для aliasing error турбулентного слоя на высоте h . Эти изменения были включены нами в код PAOLA.

1.1.5 Верификация аналитического моделирования

Инструмент аналитического моделирования PAOLA неоднократно верифицировался путем сравнения результатов с другими методами моделирования, как аналитическими, так и методами Монте-Карло (см. например, [38]). Более того, в статье [12] было показано, что рассмотренный аналитический метод моделирования АО с данными MASS/DIMM на входе дает результаты, очень хорошо согласующиеся с реальными АО-наблюдениями.

Единственный не верифицированный ранее участок модели — это моделирование эффекта конуса в случае существенного центрального экра-

нирования. Верификация этого случая описана в разделе 1.2.

1.2 Моделирование методом Монте-Карло

1.2.1 Алгоритм моделирования

В отличие от аналитического моделирования, моделирование методом Монте-Карло заключается в генерации конкретных реализаций случайных атмосферных возмущений световой волны, расчета их влияния на интересующую характеристику системы и последующем усреднении этой характеристики по множеству реализаций. Рассмотрим подробнее алгоритм работы этой модели на примере расчета длинноэкспозиционной ФРТ системы АО [39]. Как обычно, в качестве модели атмосферы берется набор бесконечно тонких слоев, каждому из которых соответствует определенная высота, интенсивность турбулентности, скорость и направление ветра. Для каждого слоя выполним следующие действия:

1. Генерация случайного спектра фазы.
2. Добавление субгармоник.
3. Расчет фазового экрана.

Так для каждого турбулентного слоя мы получаем случайный фазовый экран. Далее производится последовательное распространение изначально плоского волнового фронта через эти фазовые экраны, начиная с верхнего слоя:

4. Сдвиг фазового экрана.
5. Внесение чисто фазовых искажений в волновой фронт.
6. Распространение волнового фронта.

Действия 4-6 повторяются последовательно для всех турбулентных слоев, пока волновой фронт не достигнет поверхности Земли. Этот волновой фронт можно использовать в дальнейшем моделировании. Например, чтобы построить изображение точечного объекта в фокальной плоскости некоторого телескопа, нужно пропустить свет через его апертуру, произвести преобразование Фурье и возвести результат в квадрат.

Обсудим теперь подробнее стадии моделирования.

Генерация случайного спектра фазы Спектр искажений фазы генерируется в виде массива $N \times N$ круговых Гауссовых случайных комплексных чисел. Амплитуда этих комплексных чисел подчиняется общепринятой на данный момент модели — закону фон Кармана [40]:

$$F_\phi(p, q) = \sqrt{0.0229} r_0^{-5/6} (f^2 + L_0^{-2})^{-11/12}, \quad (1.24)$$

где f — модуль пространственной частоты, r_0 — радиус Фрида, соответствующий мощности ОТ, заключенной в данном слое, L_0 — внешний масштаб турбулентности. Мы приняли типичное значение $L_0 = 25$ м [41]¹.

Добавление субгармоник Если теперь к полученному спектру применить дискретное преобразование Фурье (расчет по алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ)), то на выходе мы получим случайный фазовый экран. Фазовый экран — это способ моделирования турбулентного слоя как оптического элемента, вносящего чисто фазовые искажения в проходящий волновой фронт; он представляет собой зависимость задержки фазы от координат в плоскости перпендикулярной направлению распространения волнового фронта.

Особенности алгоритма БПФ приводят к тому, что полученный фазовый экран будет иметь период, равный его размеру, и, следовательно, его спектр также будет отклоняться от ожидаемой зависимости на частотах, сопоставимых с размерами экрана. В задаче оценки длинноэкспозиционной ФРТ низкие частоты играют важную роль и неправильный их учет приводит к неверным результатам.

Для борьбы с этим явлением обычно применяется метод генерации очень больших фазовых экранов, размеры которых гораздо больше, чем размеры апертуры моделируемой оптической системы (применение смотрите, например, в [42]). Этот метод требует существенного увеличения времени вычислений, поэтому мы использовали другой подход — метод

¹Нужно заметить, что по результатам той же статьи внешний масштаб может отклоняться от 25 м в 2-3 раза как в сторону увеличения, так и уменьшения, поэтому данный вопрос нуждается в отдельном анализе, который однако выходит за рамки данной работы.

добавления к спектру фазы *субгармоник* [39]. В этом методе к спектру добавляются *случайные*, но определенным образом *коррелированные* величины (подробнее см. статью [39]). Упомянем здесь лишь то, что мы использовали 5 уровней субгармоник. Как мы скоро увидим, верификация показывает, что этот метод работает хорошо. Важной особенностью получаемых таким образом фазовых экранов является то, что они *не периодические*.

Расчет фазового экрана Итак, теперь мы можем применить в спектре искажений БПФ

$$\Delta\phi(m, n) = \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{\phi}(p, q) \exp\left(-2\pi i \frac{mp + nq}{N}\right), \quad (1.25)$$

и получить случайный фазовый экран.

Сдвиг фазового экрана Текущий фазовый экран сдвигается в горизонтальной плоскости на величину

$$\mathbf{S} = h\boldsymbol{\theta}_0 + \mathbf{v}(t - t_0), \quad (1.26)$$

где h — высота соответствующего турбулентного слоя, $\boldsymbol{\theta}_0$ — отклонение текущего направления наблюдения от некоторого исходного, $\mathbf{v}$ — скорость ветра в данном слое, $t - t_0$ — время прошедшее с некоторого исходного момента. Первое слагаемое в этом уравнении позволяет учесть явление анизопланатизма, а второе — перенос ОТ ветром.

Внесение чисто фазовых искажений в волновой фронт Волновой фронт, пришедший от предыдущего слоя, либо исходный, испытывает чисто фазовые искажения на текущем фазовом экране:

$$\phi_n = \phi_0 + \Delta\phi \quad (1.27)$$

Распространение волнового фронта Мы будем моделировать распространение волнового фронта между турбулентными слоями одним из

двух методов, в зависимости от ситуации. В первом методе используется приближение геометрической оптики, т.е. фаза и амплитуда световой волны не меняется в процессе распространения.

Второй метод учитывает дифракцию света, распространение света в нем моделируется с помощью фильтра Френеля: спектр световой волны умножается на величину $\exp(i\pi z \lambda f^2)$, где f — модуль пространственной частоты, λ — длина волны света, z — дистанция распространения. Этот метод мы будем применять только в тех случаях, когда флуктуации амплитуды играют большую роль, например, при числе Штреля изображения, даваемого некоторой системой АО, более 0.85. Во всех других случаях (которых будет большинство), будет применяться приближение геометрической оптики.

Приведенный алгоритм предполагает, что источник света располагается бесконечно далеко. В тех случаях, когда это не так, например, для моделирования распространения света от лазерной звезды (другими словами, для моделирования *эффекта конуса*), в алгоритм нужно внести следующие изменения в зависимости от того, в каком приближении мы моделируем распространение света

1. В приближении геометрической оптики перед добавлением чисто фазовых искажений на турбулентном слое на высоте h мы будем растягивать соответствующий фазовый экран в $h_*/(h_* - h)$ раз. Для растяжения будем использовать алгоритм билинейной интерполяции. В данном случае простая интерполяция оправдана, т.к. изменение фазы между соседними пикселями мало. Также заметим, что фазовые экраны не имеют скачков фазы, т.е. она меняется непрерывно и в пределах больших, чем $[-\pi, \pi]$.
2. При учете дифракции достаточно учесть, что волновой фронт, распространяющийся от близкорасположенного источника, сферический.

При моделировании распространения света необходимо, чтобы перепад фазы от пикселя к пикселю был не больше π , иначе результаты не будут соответствовать реальности. При моделировании распространения

плоского фронта это условие выполняется с большим запасом. Действительно, размер пикселя обычно порядка 1-3 см, т.е. значительно меньше радиуса Фрида в оптическом диапазоне. Это также справедливо и при расчете распространения света от близкорасположенного источника в приближении геометрической оптики. Однако учете дифракции требуется добавление к волновому фронту “сферической составляющей”, которая значительно увеличивает перепад фаз между соседними пикселями. Из-за этого ограничения на размер пикселя становятся гораздо более жесткими: $s < \lambda h_*/D$. Так, при $h_* = 12$ км, $D = 2.5$ м и $\lambda 806$ нм (середина полосы I) пиксель должен быть не больше 0.4 мм, что приводит к тому, что размеры фазовых экранов и волновых фронтов, с которыми мы оперируем становятся довольно большими, соответственно возрастает и время моделирования.

И наконец заметим, что для фазы сравнение результатов моделирования для приближения геометрической оптики и с учетом дифракции показало хорошее совпадение.

1.2.2 Верификация результатов моделирования

Изложенные принципы моделирования распространения света в турбулентной атмосфере широко применяются начиная с 1980-х гг., и были неоднократно проверены путем прямого сравнения с наблюдательными данными. Тем не менее, код, написанный нами, необходимо проверить, чтобы быть полностью уверенными в правильности результатов, которые он дает. Для этого мы провели несколько тестов, результаты которых описаны в этом разделе.

Сначала мы убедились в том, что наша модель дает правильную статистику полиномов Цернике. Мы рассмотрели чисто Колмогоровский спектр мощности, положив внешний масштаб $L_0 = \infty$. В этом предположении мы рассчитали 300 фазовых экранов размерами 1024×1024 пкс, при масштабе 2.5 см/пкс. Для каждого из этих экранов мы рассчитали полиномы Цернике до 21 порядка на круглой области диаметром 100 пкс и их дисперсию, результаты представлены на рис. 1.1 (темно-серые квадраты). На этом же рисунке показаны ожидаемые из теории [43] дисперсии полиномов Цернике (сплошная линия). Как видно, дисперсии,

оцененные по результатам моделирования, согласуются с ожидаемыми в пределах ошибок.

Также для сравнения приведена статистика полиномов Цернике для фазовых экранов, рассчитанных без добавления субгармоник (черные кружки). В этом случае дисперсия двух самых низких мод (тип/тилт) явно меньше ожидаемой. Т.о. добавление субгармоник действительно необходимо.

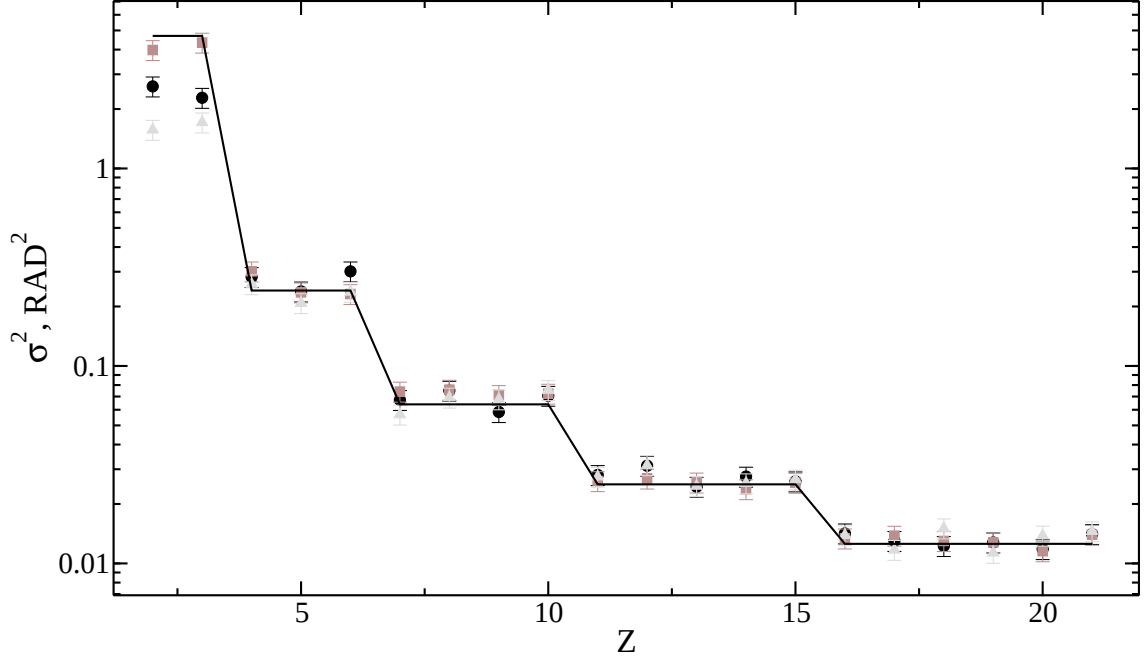


Рис. 1.1: Зависимость дисперсии моды Цернике σ^2 от ее номера Z (порядкового в соответствии со статьей [43]). Темно-серые квадраты — Колмогоровский спектр мощности, с добавлением субгармоник; черные кружки — то же, но без субгармоник; светло-серые треугольники — спектр мощности фон Кармана; сплошная линия — ожидаемые из теории [43].

Далее мы сравнили длинноэкспозиционные ФРТ, рассчитанные методом Монте-Карло и аналитическим методом. Параметры моделирования были следующие: в качестве модели ОТ мы взяли один фазовый экран с интенсивностью турбулентности $6.8 \times 10^{-13} \text{ м}^{1/3}$, $L_0 = \infty$, $D = 2.5 \text{ м}$ (без центрального экранирования), $\lambda = 806 \text{ нм}$, размеры фазового экрана $1536 \times 1536 \text{ пкс}$, масштаб 2.5 см/пкс , итоговая ФРТ получена усреднением 400 случайных реализаций. На рис. 1.2 в виде черных линий показаны сечения 5 независимых реализаций этой ФРТ. Для сравнения на том же графике проведено сечение длинноэкспозиционной ФРТ (жирная черная линия), рассчитанной с помощью пакета PAOLA (см. раздел 1.1).

Также мы сравнили полуширины получающихся ФРТ¹, результаты приведены в табл. 1.1. Там же представлены результаты полученные при $L_0 = 25$ м. Как видно из таблицы и рисунка, совпадение результатов моделирования методом Монте-Карло и аналитического моделирования неплохое.

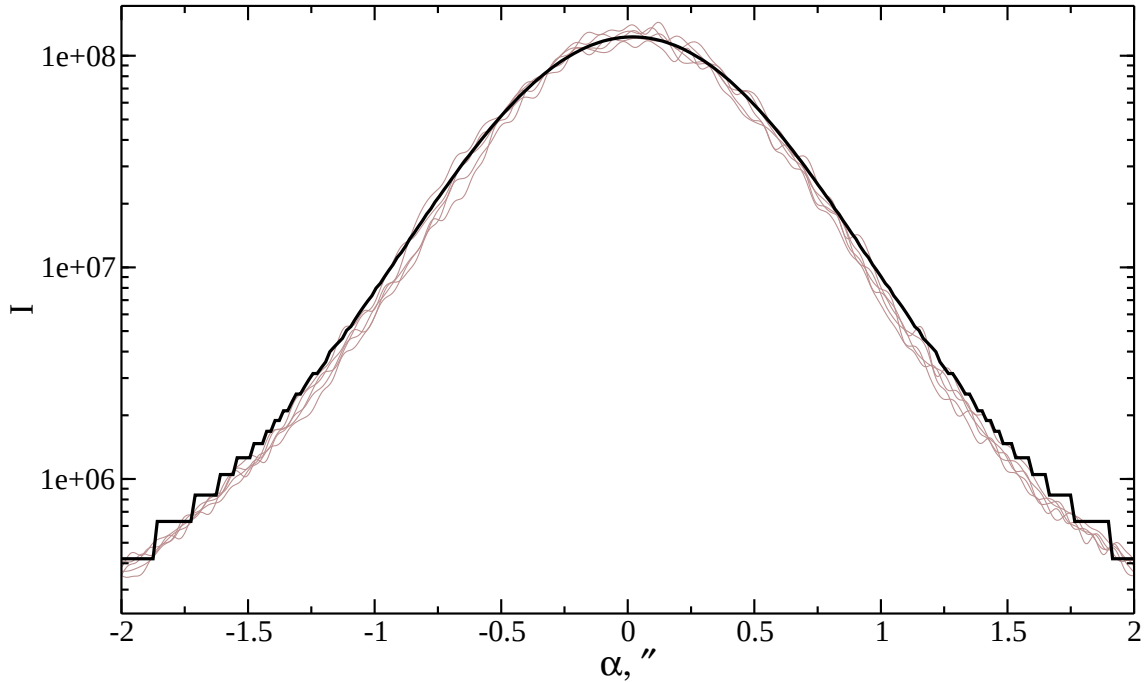


Рис. 1.2: Сечение длинноэкспозиционной ФРТ в отсутствии какой-либо коррекции, обстоятельства описаны в тексте. По вертикальной оси отложена интенсивность в произвольных единицах, по горизонтальной — угол. Тонкие светло-серые линии соответствуют 5 независимым реализациям методом Монте-Карло, толстая черная линия — расчет с помощью пакета PAOLA.

Наконец, чтобы проверить работоспособность моделирования эффекта конуса мы рассмотрели следующую идеализированную ситуацию с помощью метода Монте-Карло и аналитического моделирования инструментом PAOLA. Мы предположили, что на высоте 12 км находится неподвижный точечный источник света, по которому с бесконечной точностью измеряется волновой фронт. Затем этот волновой фронт вычитается из волнового фронта, идущего от бесконечно удаленного точечного источника, находящегося в том же направлении, что и источник на ко-

¹Из рисунка 1.2 видно, что даже после усреднения 400 случайных реализаций ФРТ все равно остается спекл-шум, который приводит к смещению оценки максимума ФРТ вверх. Это может приводить к занижению оценки полуширины, поэтому для оценки максимума мы использовали сглаженную ФРТ.

Таблица 1.1: Сравнение полуширины изображения, рассчитанной аналитическим методом (раздел 1.1), методом Монте-Карло, и ожидаемой (формула (19) из [44]).

параметры турбулентности	$r_0 = 18.0$ см, $r_0 = 18.0$ см, $L_0 = \infty$ $L_0 = 25$ м	
ожидаемое (формула (19) из [44])	0.91''	0.72''
рассчитанное (аналитическая модель)	0.93''	0.75''
рассчитанное (метод Монте-Карло)	0.86''	0.74''

нечной высоте. Получающийся волновой фронт используется для получения изображения на 2.5 м телескопе с центральным экранированием 0.43. В качестве модели атмосферы мы взяли один турбулентный слой интенсивностью $3 \times 10^{-13} \text{ м}^{1/3}$ и с внешним масштабом 25 м на переменной высоте (мы рассмотрели высоты 3, 5, 8 и 11 км). Остальные параметры моделирования были взяты такими же, как в предыдущем случае. Таким образом для каждой высоты турбулентного слоя было получено 6 независимых ФРТ, каждая из которых является суммой 400 реализаций мгновенной ФРТ. Зависимость полуширины полученных ФРТ от высоты турбулентного слоя представлена на рис. 1.3.

На этом же рисунке представлена аналогичная зависимость, рассчитанная с помощью аналитического моделирования (сплошная кривая). Как видно, значения полуширины, полученные с помощью двух разных подходов показывают хорошее совпадение, что можно считать подтверждением их правильности. Однако для точки, соответствующей высоте 8 км, совпадение не совсем полное, что вызвано тем, что аналитическое моделирование не совсем корректно учитывает эффект, даваемый центральным экранированием.

Итак, можно сделать вывод, что используемые нами методы дают адекватные результаты, согласующиеся с представленными в литературе, и их можно использовать, как инструмент оценки эффективности системы АО, в т.ч. и с лазерным опорным источником.

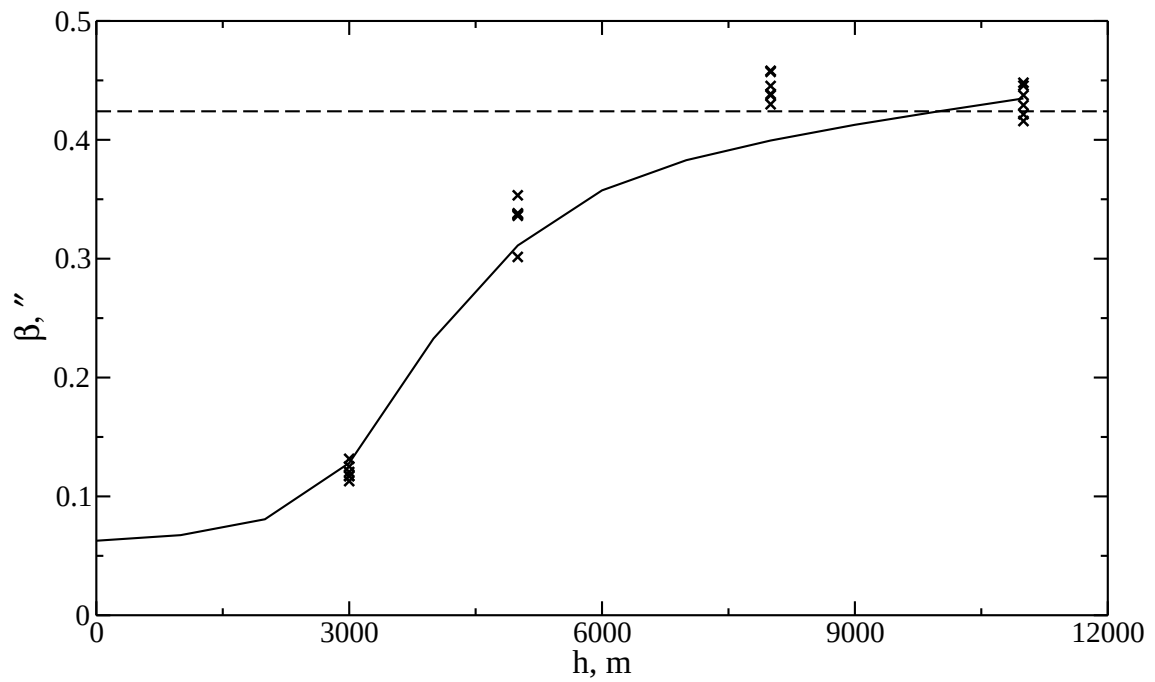


Рис. 1.3: Зависимость полуширины LGS-корректированного изображения β от высоты турбулентного слоя h при высоте опорного источника 12 км (подробнее см. текст). Черные крестики — моделирование методом Монте-Карло, сплошная кривая — аналитическое моделирование с помощью пакета PAOLA, прерывистая кривая — полуширина некорректированного изображения.

2 Исходные данные для моделирования

При моделировании адаптивной оптики методами, описанными в разделе 1, атмосфера рассматривается как совокупность бесконечно тонких турбулентных слоев. Т.е. состояние атмосферной турбулентности описывается некоторой *моделью атмосферной турбулентности*, которая представляет собой набор параметров, заданных для каждого турбулентного слоя: высота, интенсивность турбулентности и скорость ветра. Эта модель может быть легко построена по известным профилям ОТ и скорости ветра.

Основная трудность, которая возникает при построении модели атмосферы — это значительная переменность профиля ОТ и скорости ветра во времени. Поэтому, в принципе, для адекватной оценки эффективности АО необходимо 1) проводить длительные измерения профиля ОТ и скорости ветра с достаточным временным разрешением 2) выполнять моделирование для каждого измеренного профиля. К сожалению, в такой формулировке выполнение задачи займет слишком много времени, поэтому обычно прибегают к построению модели, состоящей из небольшого числа профилей, в той или иной степени описывающей разнообразие реально наблюдаемых профилей. В этом разделе мы построим такие модели для Шатджатмаза и Майданака.

Также здесь приведены некоторые основные параметры и аберрации оптической системы будущего 2.5 телескопа КГО, ожидаемые по результатам тестов на заводе-изготовителе оптики.

2.1 Модель ОТ для Шатджатмаза

В качестве исходных данных для построения модели атмосферы над Шатджатмазом мы взяли данные, полученные с помощью оборудования астроклиматического поста КГО: комбинированного прибора MASS-DIMM и анемометра [21, 45, 46]. Рассматриваемый нами массив измерений был получен в период с мая 2009 года по октябрь 2011. Заметим, что мы отбросили ранние измерения 2007-2009 годов, т.к. в них отсутствовали данные, позволяющие восстанавливать профиль ветра.

Данные MASS-DIMM были обработаны программой `atmos v. 2.97.3`.

Эта версия дает на выходе 13-слойный профиль турбулентности, восстановленный методом NNLS [47, 21]. Как было недавно показано, по измерениям MASS также можно оценивать и профиль скорости ветра [27]. Соответствующий алгоритм реализован в программе `atmos v.2.98.8`. Недостатком этой версии является то, что данные DIMM не принимаются во внимание, следовательно, значение C_n^2 в приземном слое не может быть корректно восстановлено (в отличие от версии `v. 2.97.3`). В перспективе возможности этих программ будут объединены, а пока мы взяли профиль C_n^2 , рассчитанный `atmos v. 2.97.3`, и профиль ветра, рассчитанный `atmos v. 2.98.8`. Ветер в приземном слое был получен умножением на два показаний штатного анемометра, интерполированных на моменты времени измерений MASS-DIMM. Также к этим данным была добавлена высота Солнца, которая требовалась для дальнейшей фильтрации.

Фильтрация, т.е. отбор профилей для дальнейшей обработки, осуществлялась по следующим критериям:

1. Высота Солнца при наблюдениях $h_{\odot} < -12^{\circ}$, таким образом мы отбросили сумеречные наблюдения [48]. Это было сделано по двум причинам: во-первых, в сумерках фон слишком велик для получения надежных оценок профиля турбулентности с помощью автоматической обработки (для аккуратного учета фона требуется ручная обработка). Во-вторых, данные полученные в сумерки не должны включаться в общую ночную статистику измерений. Этому критерию не удовлетворяют 5.2% измерений.
2. Фон в апертуре $D < 25$. Отбрасываются данные полученные при аномальном фоне. Ночью (см. предыдущий пункт) таких измерений было 0.13%.
3. Воздушная масса < 1.3 . Отбрасываются звезды, наблюдавшиеся по программе оценки экстинкции [49]. Эти звезды слишком слабые, и наблюдались на заведомо неприемлемой для адекватной обработки воздушной массе. Не удовлетворяют 0.9% измерений.
4. Поток от звезды в апертуре $D > 100$. Отбрасываются моменты

больших флуктуаций прозрачности (полупрозрачные облака). Не удовлетворяют 0.15% измерений.

5. Погрешность потока от звезды в апертуре $D > 0.05$, также отбрасываются моменты больших флуктуаций прозрачности. Не удовлетворяют 0.32% измерений.
6. $\chi^2 < 15$, отбрасываются сбои процедуры восстановления профиля турбулентности. Не удовлетворяют 3.2% измерений.

Всего отброшено 9.6% измерений, для дальнейшей обработки было взято 95514 профиля.

2.1.1 Построение типичных профилей

В тех случаях, когда моделирование для одного профиля ОТ занимает несколько часов, обычно прибегают к построению типичных профилей. Типичный профиль призван заменить множество индивидуальных профилей, сохранив при этом их особенности. Эта задача значительно усложняется вследствие сильной переменности индивидуальных профилей ОТ.

В первых модельных исследованиях эффективности АО на конкретной вершине использовались послойные медианы профиля ОТ (см. например [50]). Однако построенный таким образом профиль сильно недооценивал реальные характерные профили для данного места, что вполне ожидаемо, если учесть, что распределение интенсивности ОТ в одном слое сильно скошено в сторону больших значений. Кроме того, судя по такому профилю нельзя было ничего сказать о переменности профиля ОТ.

Для избавления от этих недостатков авторами [17] была предложена следующая схема построения типичных профилей. Сначала для каждого профиля рассчитывается некоторый количественный параметр, в данном случае это было качество изображения в свободной атмосфере β_{FA} . Затем составляется несколько подвыборок профилей, так, чтобы в каждой подвыборке качество изображения β_{FA} попадало в определенный интервал $\beta_{Li} < \beta_{FA} < \beta_{Ui}$. В качестве границ интервала берутся

квантили распределения $\beta_{\text{ФА}}$. В статье [17] рассматривались три группы, условно соответствующие плохим, средним и хорошим изображениям; в качестве границ $\beta_{\text{ФА}}$ для первой группы были взяты 20% и 30% квантили $\beta_{\text{ФА}}$, для второй — 45% и 55%, для третьей — 70% и 80%. Затем для каждой группы рассчитываются медианные или усредненные профили. Таким образом на выходе получаются несколько профилей (обычно 3) более адекватно описывающих разнообразие профилей ОТ. Авторы [51] применили подобный метод для анализа переменности профилей, причем в качестве количественного параметра они брали полное качество изображения β_0 , угол изопланатизма θ_0 и атмосферное время когерентности τ_0 .

Логичным развитием этого метода является выделение подгрупп не по одному параметру, а по двум, что было сделано в статьях [17, 38]. Авторы этих статей построили две отдельные модели приземного слоя и свободной атмосферы по три типичных профиля в каждой. При построении первой модели параметром отбора была интегральная интенсивность ОТ в приземном слое J_{GL} . Для второй модели использовалась интегральная интенсивность ОТ в свободной атмосфере $J_{\text{ФА}}$. Далее, опираясь на известный факт, что интенсивность ОТ в приземном слое и свободной атмосфере являются статистически независимыми [17], были построены 9 типичных профилей, путем комбинирования типичных профилей для приземного слоя и свободной атмосферы.

Мы применили такой же подход, однако выбор подгрупп профилей осуществлялся *одновременно* по двум параметрам: J_{GL} и $J_{\text{ФА}}$. Опишем алгоритм, использованный нами для этой цели.

1. Для каждого из 95514 профилей вычислим J_{GL} и $J_{\text{ФА}}$.
2. Рассчитаем квантили распределений J_{GL} и $J_{\text{ФА}}$: 25%, 75%.
3. Выделим девять групп профилей, закодированных двумя буквами XX, каждая из которых пробегает три значения А, В, С. Первая буква определяет, попадает ли интенсивность ОТ J_{GL} в определенный интервал величин: А — J_{GL} в интервале от 0 до квантиля 25%, В — J_{GL} в интервале от квантиля 25% до 75%, С — J_{GL} в интервале

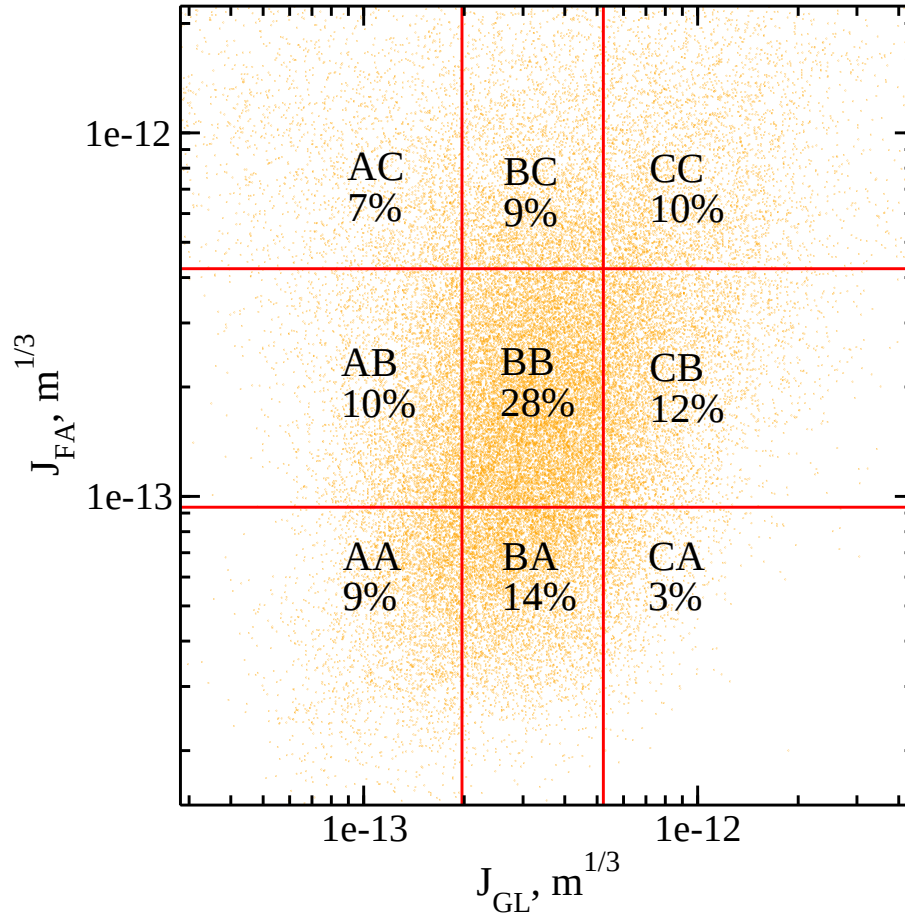


Рис. 2.1: По горизонтальной оси отложена интенсивность турбулентности в приземном слое J_{GL} , по вертикальной — в свободной атмосфере J_{FA} . Каждому профилю соответствует одна точка. Линиями показано деление профилей на группы, описанное в тексте. Также представлены метки групп и процент попадающих в них профилей.

от квантиля 75% до бесконечности. Вторая буква аналогичным образом кодирует состояние атмосферы в смысле интенсивности турбулентности в свободной атмосфере J_{FA} . Рисунок 2.1 иллюстрирует эту методику.

4. Для каждой группы рассчитаем послойный медианный профиль.

Результирующие профили интенсивности турбулентности и ветра представлены на рис. 2.2, а их интегральные характеристики приведены в таблице 2.1. В качестве веса типичного профиля мы взяли долю исходных профилей, попадающих в соответствующую группу. Грубо говоря, этот вес имеет смысл вероятности, с которой в атмосфере реализуются условия похожие на этот типичный профиль.

Как видно из таблицы 2.1, качество изображения, соответствующее

медианному профилю ВВ, $\beta_0 = 0.77''$ несколько ниже, чем медианное качество изображения $0.91''$. Это происходит вследствие того, что расчет медианного профиля — нелинейная процедура, а распределение интенсивности в отдельном слое сильно асимметрично. Авторы статьи [38] борются с этим явлением, масштабируя медианные профили так, чтобы их качество изображения совпало с медианным качеством изображения, оцененным по всем профилям, попавшим в соответствующую группу. Мы не стали применять эту процедуру, т.к. в нашем случае в ней нет особой необходимости.

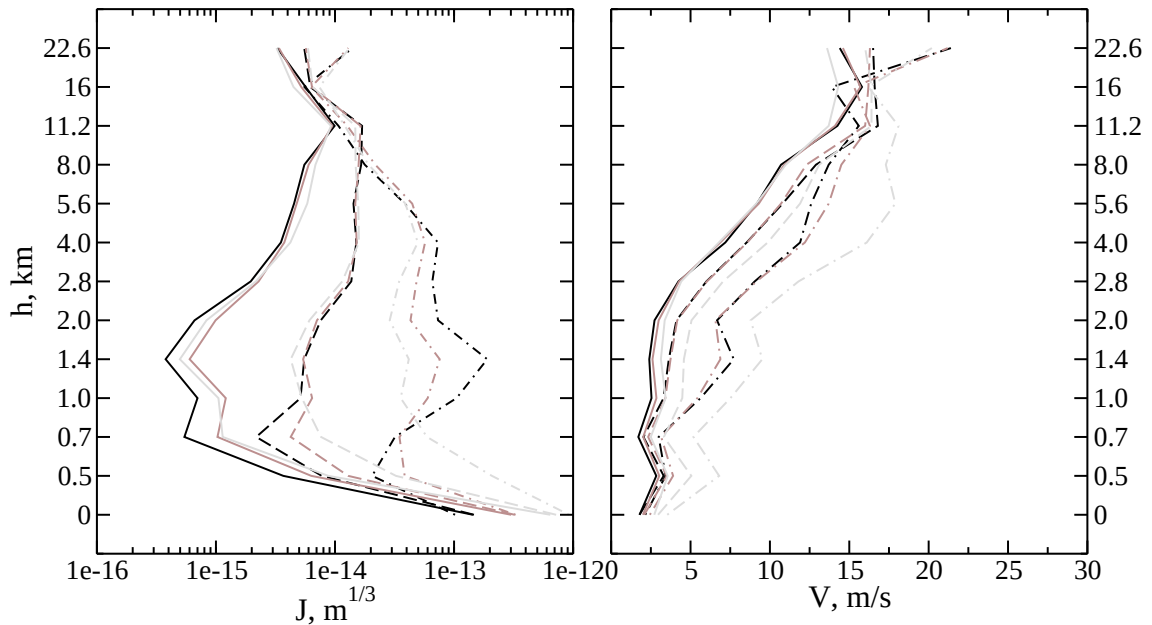


Рис. 2.2: Типичные профили интенсивности турбулентности (слева) и скорости ветра (справа). Черные — хорошие условия по приземному слою, темно-серые — средние, светло-серые — плохие. Сплошные линии — хорошие условия по свободной атмосфере, прерывистые — средние, штрихпунктирные — плохие.

Чтобы проверить, насколько хорошо 9 типичных профилей описывают все многообразие профилей, построим распределение основных интегральных характеристик атмосферы — $\beta_0, \theta_0, \tau_0$ по ним (с учетом их весов) и по всему набору данных (см. рис. 2.3). Как видно, набор типичных профилей неплохо передает основные свойства распределений без больших систематических отклонений. Особенно это неожиданно в отношении распределения времени когерентности τ_0 , которое вовсе не обязано было получиться близким к правильному, т.к. выбор типичных профилей был направлен на получение разнообразия величин β_0 и θ_0 , а

Таблица 2.1: Некоторые интегральные характеристики типичных профилей: качество изображения β_0 , угол изопланатизма θ_0 , атмосферное время когерентности τ_0 , скорость ветра $V_{5/3}$, статистический вес профиля. Величины приведены для $\lambda = 0.5$ мкм

метка профиля	β ["]	θ_0 ["]	τ_0 [мс]	$V_{5/3}$ [м/с]	вес
АА	0.46	3.35	13.82	5.63	0.086
АВ	0.56	2.36	8.12	7.50	0.099
АС	1.06	1.63	3.61	8.51	0.065
ВА	0.67	3.37	12.30	4.34	0.135
ВВ	0.77	2.36	7.80	5.78	0.278
ВС	1.09	1.69	4.01	7.67	0.087
СА	1.01	3.44	8.88	3.74	0.029
СВ	1.15	2.38	5.89	5.02	0.124
СС	1.59	1.73	2.91	7.27	0.098

не τ_0 .

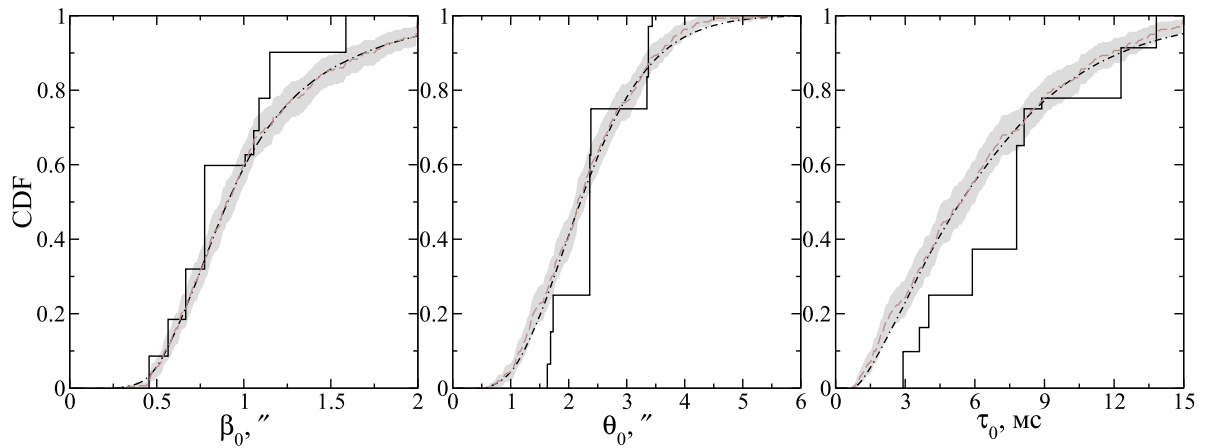


Рис. 2.3: Функции распределения интегральных характеристик ОТ: слева — качество изображения β_0 , посередине — угол изопланатизма θ_0 , справа — время когерентности τ_0 . Штрих-пунктирными линиями обозначены распределения, построенные по всему массиву данных, сплошными — по типичным профилям с учетом весов, серые прерывистые линии — распределения, рассчитанные по случайной выборке, серая полоса — их 95%-доверительный интервал (см. следующий подраздел). Величины приведены для $\lambda = 0.5$ мкм.

Наконец, в качестве интересного наблюдения, приведем послойные относительные среднеквадратические отклонения интенсивности турбулентности σ_J/μ_J и ветра σ_V/μ_V , определенные по всей выборке и в пределах групп, соответствующих типичным профилям (см. рис. 2.4). Бро-

сается в глаза тот факт, что относительная дисперсия в группах мало отличается от аналогичной величины, рассчитанной по всей выборке. Это значит, что группы на самом деле являются довольно “рыхлыми” образованиями и, несомненно, сильно пересекаются в полном 13-мерном пространстве.

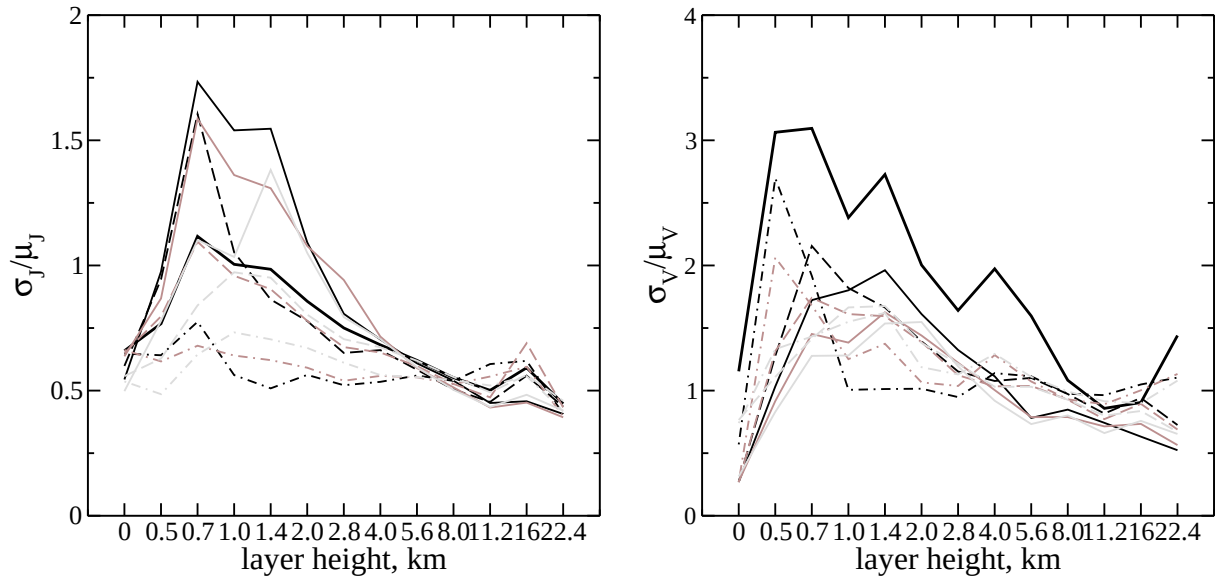


Рис. 2.4: Послойные относительные среднеквадратические отклонения интенсивности турбулентности (слева) и ветра (справа), определенные по всей выборке (толстая черная кривая) и по типичным профилям (обозначения такие же, как на рис. 2.2).

Итак, можно сделать вывод, что полученные 9 типичных профилей довольно грубо, но отражают разнообразие массива исходных профилей. В следующем разделе мы расскажем, как получить более точную модель атмосферы.

2.1.2 Построение случайных выборок

Существуют методы моделирования АО, позволяющие обрабатывать один профиль на обычном ПК менее чем за минуту (см. раздел 1.1). Такого быстрого действия еще не достаточно для обработки полного массива профилей объемом 95514 шт., но, тем не менее, возникает возможность отойти от концепции типичных профилей, избавившись от ее недостатков, с помощью достаточно очевидного компромисса — нужно выбрать некоторое количество профилей из полного массива. Эти выборки, благодаря своему размеру, лучше описывают разнообразие исходного массива,

в том числе, и хвосты распределений. К тому же, каждый профиль из выборки наблюдался в реальности, в отличие от характерных профилей, обсуждавшихся в предыдущем подразделе. Такой подход широко используется в статистических исследованиях, и в терминах статистики такая процедура называется построение бесповторной выборочной совокупности (или просто выборки) из генеральной совокупности [52].

При построении выборки очень важно, чтобы она была репрезентативна, т.е. адекватно отражала статистические свойства генеральной совокупности. Строго говоря, в нашем случае репрезентативность выборки обеспечивается предварительной фильтрацией данных и случайностью отбора и, в принципе, не зависит от объема выборки. Однако объем выборки влияет на точность оценивания статистических параметров генеральной совокупности по выборке. Данный раздел посвящен количественному исследованию этой зависимости.

Подавляющее большинство задач моделирования, которые мы будем решать, в наиболее общем виде можно представлять, как сопоставление каждому профилю из выборки некоторого числа X (в статистике т.н. количественный признак). Анализ результатов моделирования, выполненного для большого числа профилей, в свою очередь, можно представлять, как оценку статистических свойств X , относящихся к генеральной совокупности, по выборочной совокупности. Далее мы с позиций теории интервального оценивания установим, как именно от объема выборки n зависит точность определения значения функции распределения (Cumulative Density Function — CDF) $F(X_0)$ при фиксированном X_0 а также значения квантилей CDF. Это позволит нам, с одной стороны, впоследствии указывать адекватные доверительные интервалы для оцененных выборочных статистик, а с другой — определить необходимый объем выборки.

Рассмотрим сначала функцию распределения $F(X_0)$ параметра X . Эмпирическое CDF $F_n(X_0)$ определяется, как отношение числа профилей $r(X_0)$, для которых параметр $X < X_0$, к объему выборки n . Легко понять, что $r(X_0)$ имеет биномиальное распределение $\text{Bin}(n, F(X_0))$, которое в предположении больших n и $F_n(X_0)$ переходит в нормальное $N(nF(X_0), nF(X_0)(1 - F(X_0)))$, где $F(X_0)$ — генеральное CDF, т.е. ве-

роятность того, что у случайно выбранного профиля $X < X_0$. Для практической оценки границ доверительного интервала для $F(X_0)$ в первом приближении можно предположить, что $F(X_0) = F_n(X_0)$ (см. [53], стр. 171). Следовательно, 95% доверительный интервал для генеральной CDF:

$$\left[F_n(X_0) - 2\sqrt{C(X_0)(1 - C(X_0))/n}, F_n(X_0) + 2\sqrt{C(X_0)(1 - C(X_0))/n} \right]. \quad (2.1)$$

В качестве пояснения к сказанному приведем рисунок 2.5, на котором изображены эмпирическая (объем выборки $n = 1000$) и генеральная функция распределения качества изображения, также приведен доверительный интервал, рассчитанный по только что описанной схеме. Видно, что эмпирическая CDF колеблется около генеральной, но редко отходит достаточно далеко для того, чтобы генеральная CDF вышла за пределы доверительного интервала.

Перейдем к процедуре построения доверительных интервалов для квантилей распределения X . Напомним, что p -квантиль генерального распределения, это такое X_p , что $F(X_p) = p$. Также приведем определение порядковых статистики X_i — это измерение X за номером i в выборке, упорядоченной по возрастанию X . В книге [53] (стр. 177) приведено следующее выражение для вероятности того, что p -квантиль генерального распределения заключен в интервале $[X_r, X_s]$ (при $r < s$):

$$\alpha = I_p(r, n - r + 1) - I_p(s, n - s + 1), \quad (2.2)$$

где $I_p(i, j)$ — неполная бета-функция. Любопытно, что это уравнение также определяет вероятность того, что некоторая случайная величина, распределенная по биномиальному закону $\text{Bin}(n, p)$, попадает в интервал $[r, s]$. Таким образом, прослеживается полная аналогия с ситуацией для оценивания $F(X_0)$, т.е. можно утверждать, что для квантиля p 95% доверительный интервал можно оценить, как¹ $X_{n/p-m} < X_p < X_{n/p+m}$, где $m = 2\sqrt{np(1-p)}$. Примечательно, что ширина доверительного интервала зависит не только от p и n (как в случае с оцениванием $F(X_0)$),

¹Оговоримся, что X_i — это порядковые статистики, и, в принципе, i — это целые числа от 0 до n , однако если n велико, то можно более-менее безболезненно получать их округлением из заведомо нецелых n/p и m .

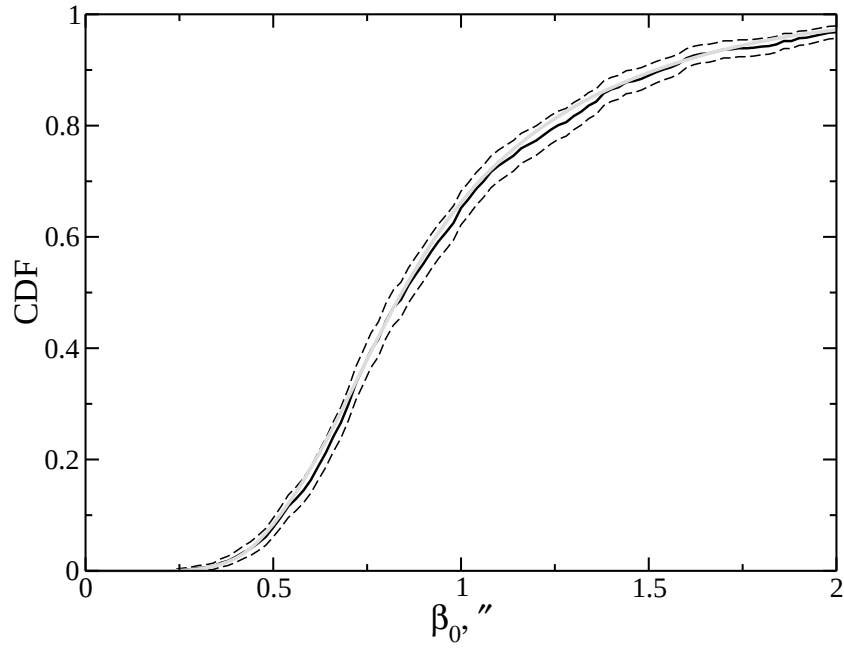


Рис. 2.5: Эмпирическая (объем выборки $n = 1000$, черная сплошная линия) и генеральная (серая линия) CDF качества изображения в полосе I . Также показаны 95% доверительные интервалы эмпирической CDF (черные прерывистые линии).

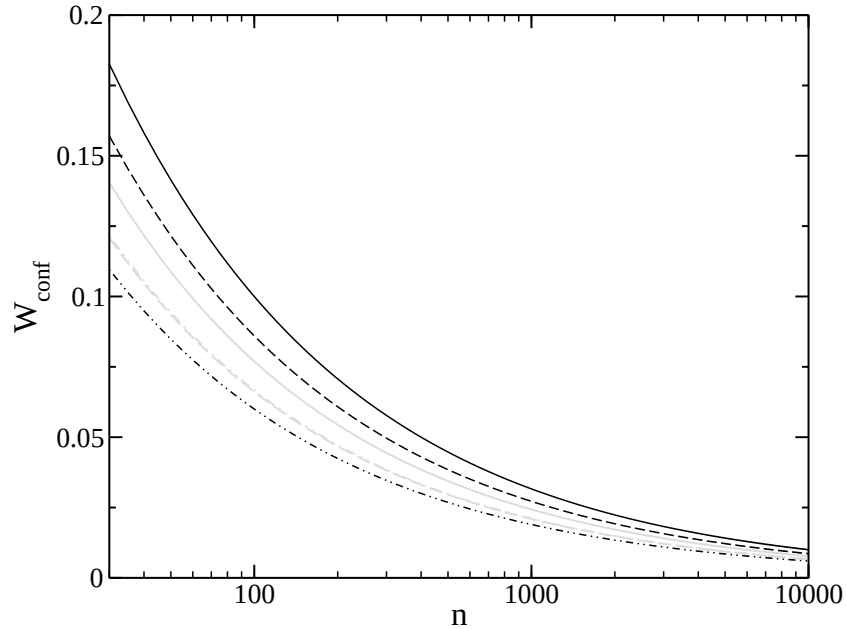


Рис. 2.6: Зависимость полуширин 95% доверительных интервалов для CDF $F(X_0)$ качества изображения (черные линии) от объема выборки: на уровне $\beta = 0.83''$ (сплошная), $\beta = 0.65''$ (прерывистая), $\beta = 0.51''$ (штрих-пунктирная). Серые линии обозначают полуширины 95% доверительных интервалов для квантилей качества изображения: $p = 0.5$ (сплошная), $p = 0.25$ (прерывистая), $p = 0.1$ (штрих-пунктирная)

но и от наклона $F_n(X_0)$ в точке, соответствующей квантилю.

Возьмем в качестве примера исследуемого параметра X качество изображения. На рисунке 2.6 приведены зависимости полуширин 95% доверительных интервалов для CDF $F(X_0)$ качества изображения и некоторых ее квантилей от объема выборки. Основываясь на этом графике, мы взяли объем выборки $n = 300$, как, с одной стороны, обеспечивающий приемлемую точность, а с другой — позволяющий провести вычисления за приемлемое время.

2.1.3 Обсуждение

Целью данного подраздела было построение модели ОТ над Шат-джатмазом, пригодной для использования в численном моделировании АО. В качестве исходных данных мы взяли данные измерений ОТ, полученные с помощью прибора MASS-DIMM, а также данные по приземной скорости ветра, полученной с помощью анемометра. Эти данные были подвергнуты фильтрации с тем, чтобы исключить заведомо ошибочные ситуации. На выходе мы получили массив из 95514 13-слойных профилей интенсивности турбулентности и ветра. Поэтому мы применили две методики для сокращения их количества при сохранении разнообразия:

1. Построение 9 типичных профилей, являющихся послойными медианами подвыборок профилей, отобранных по качеству изображения в приземном слое и свободной атмосфере. Профили, относящиеся к этой модели будем обозначать **sdzXX**, где XX — метка профиля, например, медианный профиль будем обозначать **sdzBB**.
2. Бесповторная случайная выборка 300 профилей из исходного массива. Эту модель будем обозначать **sdz300**.

И тот и другой метод имеют свои преимущества и недостатки. Главным преимуществом первого метода является то, что он более-менее успешно сводит все многообразие профилей к 9 типичным профилям. Малое число типичных профилей позволяет выполнять для них подробное моделирование АО (обычно это метод МК), занимающее несколько часов для одного профиля. Среди недостатков первого метода можно

назвать: 1) ни один типичный профиль не наблюдался в действительности 2) типичные профили плохо описывают хвосты распределений — т.е. очень плохие или очень хорошие условия (а последние представляют для нас особый интерес) 3) малое число типичных профилей не позволяет строить распределения величин с достаточной точностью (тем более эти распределения в любом случае будут отягощены упоминавшимися нелинейными эффектами). Все эти недостатки отсутствуют у модели, которая представляет собой случайную выборку большого числа профилей из исходного массива. Таким образом, во всех случаях, когда будет необходимо построение распределений каких-либо характеристик (в т.ч. определяющих эффективность применения, например, АО) и/или оценка параметров этих распределений, мы будем по мере возможности использовать вторую модель. В тех же случаях, когда статистическая оценка не важна или моделирование одного профиля занимает большое время, мы будем использовать модель типичных профилей.

2.2 Данные ОТ для Майданака

В качестве основы для построения модели ОТ для Майданака мы будем использовать данные MASS, полученные нами в 2005-2007 гг. [54]. Исходные данные были обработаны программой `atmos v.2.97.3`, на выходе после фильтрации были получены 46425 12-слойных профилей на стандартной сетке высот MASS. Были приняты следующие критерии фильтрации: 1) фон в апертуре D меньше 5 отсчетов; 2) поток в апертуре D больше 80 отсчетов; 3) относительная погрешность определения потока в D не больше 0.025; 4) абсолютная погрешность определения качества изображения меньше $1''$; 5) χ^2 меньше 25. Подробнее о фильтрации смотри предыдущий подраздел.

На Майданаке также установлен DIMM, который находится примерно в 100 м от телескопа, на котором был установлен MASS. Для некоторой доли времени наблюдений на MASS есть также одновременные наблюдения с DIMM, однако они имеют низкое качество, поэтому мы не будем их использовать. Вместо этого мы возьмем результаты, опубликованные в [55], полученные в другой период времени — 1996-1999 гг.

Неодновременность наблюдений с MASS и DIMM не позволяет нам

применить метод случайных выборок (подраздел 2.1.2) также как и метод построения типичных профилей напрямую (подраздел 2.1.1). Тем не менее второй метод все-таки может быть использован в модифицированном варианте в предположении, что интенсивности турбулентности в приземном слое и в свободной атмосфере являются независимыми случайными переменными. Заметим, что такая особенность атмосферы наблюдается во многих местах [56, 57].

2.2.1 Построение типичных профилей

Предположение независимости свободной атмосферы и приземного слоя позволяет построить модели типичных профилей по отдельности, а затем скомбинировать их во всех возможных сочетаниях, как это было сделано в статье [56]. Модель свободной атмосферы построим стандартным способом, использованным также в предыдущем разделе. Рассчитаем для каждого профиля MASS полную интенсивность турбулентности J_{FA} и вычислим квантили распределения J_{FA} : $q_{20\%}$, $q_{30\%}$, $q_{45\%}$, $q_{55\%}$, $q_{70\%}$, $q_{80\%}$. Выделим три группы профилей по значению J_{FA} : группа А $q_{20\%} < J_{FA} < q_{30\%}$, группа В $q_{45\%} < J_{FA} < q_{55\%}$, группа С $q_{70\%} < J_{FA} < q_{80\%}$. Внутри каждой группы вычислим послойную медиану, получившиеся профили будем считать хорошими, средними и плохими условиями в свободной атмосфере, соответственно.

Для построения простейшей модели приземного слоя необходимо знать лишь распределение его полной интенсивности J_{GL} . Мы не можем вычислить это распределение напрямую из измерений. Однако его можно получить из распределений полной интенсивности турбулентности во всей атмосфере (измеряется DIMM) и в свободной атмосфере (измеряется MASS). Используя предположение независимости турбулентности в приземном слое и свободной атмосфере, а также предполагая, что в 1996-1999 гг. и 2005-2007 гг. свойства атмосферы над Майданакком отличались незначительно, для этих распределений можно записать

$$P_{\text{tot}}(J) = P_{\text{GL}}(J) \otimes P_{\text{FA}}(J), \quad (2.3)$$

где $P_{\text{FA}}(J)$, $P_{\text{GL}}(J)$ и $P_{\text{tot}}(J)$ — плотность вероятности наблюдать интен-

сивность турбулентности J в свободной атмосфере, приземном слое и во всей атмосфере, соответственно.

Распределение $P_{\text{tot}}(J)$ можно вычислить из распределения качества изображения $P_{\text{tot}}(\beta)$, приведенного в статье [55], следующим образом:

$$P_{\text{tot}}(J) = \frac{3}{5}\beta^{-2/3}P_{\text{tot}}(\beta), \quad (2.4)$$

где β рассчитывается по известной формуле:

$$\beta^{5/3} = 0.409(2\pi)^2\lambda^{-1/3}J. \quad (2.5)$$

Теперь, зная $P_{\text{tot}}(J)$ и $P_{\text{FA}}(J)$ (последнее — из наших данных MASS), распределение $P_{\text{GL}}(J)$ найдем, разрешив уравнение (2.3) относительно него, что проще всего сделать в пространстве Фурье-образов. Результат представлен на рис. 2.7. Вследствие некорректности данной задачи, в распределении $P_{\text{GL}}(J)$ наблюдаются небольшие осцилляции, которые, однако, почти незаметны на CDF.

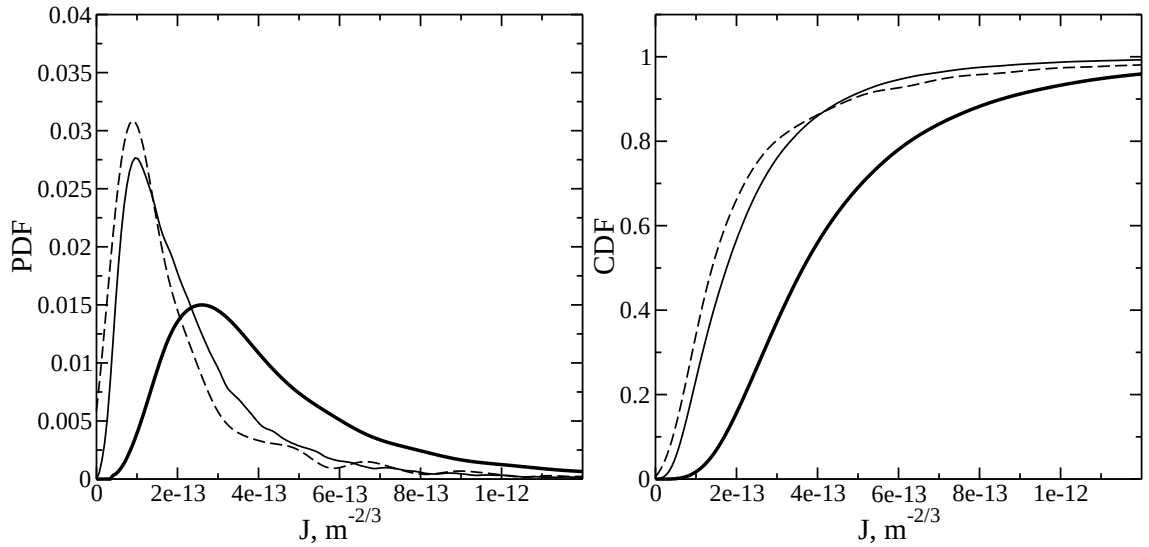


Рис. 2.7: Распределения интенсивности турбулентности, слева — плотность вероятности (PDF), справа — функции распределения (CDF). Толстые сплошные линии — полная интенсивность, тонкие сплошные — интенсивность в свободной атмосфере, прерывистые — в приземном слое.

Из рисунка видно, что для Майданак интенсивность турбулентности в приземном слое немного ниже, чем в свободной атмосфере. Это ситуация значительно отличается от того, что наблюдается на Шатджатмазе,

Таблица 2.2: Некоторые интегральные характеристики типичных профилей для Майданака: качество изображения β_0 , угол изопланатизма θ_0 , атмосферное время когерентности τ_0 , скорость ветра $V_{5/3}$. Величины приведены для $\lambda = 0.5$ мкм

метка профиля	β [arcsec]	θ_0 [arcsec]	τ_0 ms	$V_{5/3}$ m/s
AA	0.43	2.80	6.98	10.5
AB	0.50	2.42	5.76	10.8
AC	0.60	2.19	5.01	10.4
BA	0.51	2.80	6.76	9.02
BB	0.58	2.42	5.63	9.57
BC	0.67	2.19	4.92	9.49
CA	0.65	2.80	6.40	7.49
CB	0.71	2.42	5.40	8.14
CC	0.79	2.19	4.76	8.31

где приземный слой в ≈ 2 раза интенсивнее, чем свободная атмосфера. Однако сравнение с другими вершинами, известными хорошим астроклиматом, показывает, что слабый приземный слой — не редкость. Он наблюдается, например, на Чилийских вершинах — Толар, Армазонес и Толончар [58]. С другой стороны, в этой же статье показано, что для обсерваторий Сан Педро Мартир и Мауна Кеа, приземный слой, напротив, интенсивнее свободной атмосферы.

Нас интересуют квантили распределения $P_{GL}(J)$: $q_{25\%} = 7.96 \times 10^{-14} \text{ м}^{1/3}$, $q_{50\%} = 1.4 \times 10^{-13} \text{ м}^{1/3}$, $q_{75\%} = 2.51 \times 10^{-13} \text{ м}^{1/3}$. Будем считать, что они соответствуют хорошим, средним и плохим условиям в приземном слое. Скомбинируем эти значения с полученными ранее типичными профилями для свободной атмосферы всеми возможными способами и получим 9 типичных профилей. В дальнейшем профили, относящиеся к этой модели будем обозначать **mdkXX**, где XX — метка профиля определяется также, как в предыдущем подразделе. Некоторые интегральные параметры типичных профилей приведены в табл. 2.2.

Помесячные профили ветра для Майданака были извлечены из базы данных NCEP/NCAR [23] и интерполированы на сетку высот MASS. Затем они были взвешены на количество наблюдений по месяцам и усреднены, таким образом, мы получили некоторый типичный профиль ветра.

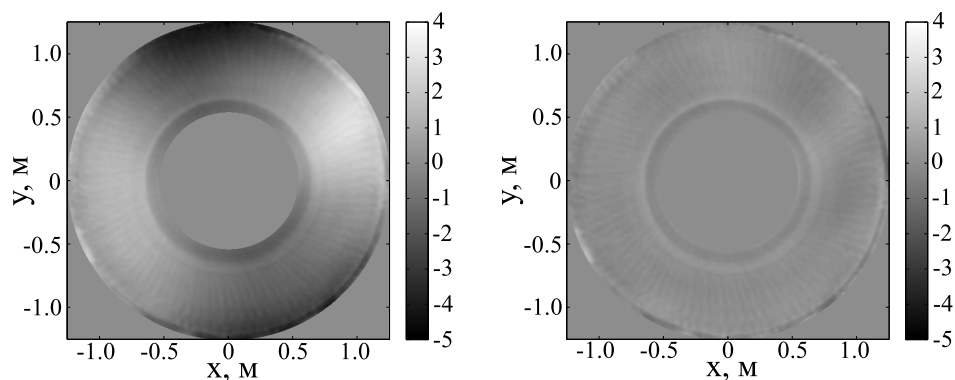


Рис. 2.8: Фазовые искажения, вносимые оптикой 2.5 м телескопа (измерения фирмы-изготовителя [60]). Фаза измеряется в радианах, при $\lambda = 658$ нм. Слева: полные, справа: за вычетом первых 15 полиномов Цернике.

2.3 Параметры 2.5 м телескопа КГО

Большая часть моделирования в данной работе будет выполнена для будущего 2.5 м телескопа, строящейся в данный момент Кавказской горной обсерватории (КГО) ГАИШ [59]. 2.5 м телескоп будет иметь оптическую систему Ричи-Кретьена, с относительным отверстием $F/8$ и центральным экранированием 0.43. Большое центральное экранирование обусловлено оптимизацией оптической системы для довольно большого поля зрения — $40'$ в диаметре.

Для моделирования некоторых методов увеличения углового разрешения некоторое значение имеет собственные аберрации оптики телескопа. Они были измерены фирмой-изготовителем оптики (SAGEM) для главного, вторичного и третичного зеркал [60]. Чтобы получить итоговое искажение волнового фронта, мы сложили аберрации всех трех зеркал. Заметим, что подавляющий вклад при этом вносит главное зеркало. Результат представлен на рис. 2.8, слева. Полное среднеквадратическое отклонение фазы составляет 163 нм, что соответствует 1.56 радиан фазы при $\lambda = 658$ нм. Большая часть этой дисперсии приходится на моды Цернике низкого порядка. Так, если исправить первые 15 мод Цернике (заданных на кольце [61]), см. рис. 2.8, справа, то остается среднеквадратическое отклонение фазы 32 нм, или 0.31 радиан фазы при $\lambda = 658$ нм.

Изображения, соответствующие фазе на рис. 2.8, представлены на рис. 2.9 для полосы R . После исправления 15 первых мод Цернике изоб-

Таблица 2.3: Собственное число Штреля оптической системы 2.5 м телескопа (расчет по результатам измерений [60]) для различных фотометрических полос. Вторая колонка — без компенсации, третья с компенсацией первых 15 мод Цернике.

фотом. полоса	число Штреля	
	$Z = 0$	$Z = 15$
V	0.1707	0.8740
R	0.1977	0.9099
I	0.2259	0.9390
J	0.4823	0.9728
H	0.6690	0.9847
K	0.8019	0.9914

ражение становится практически дифракционным. Это также видно из таблицы 2.3, где приведено собственное число Штреля для 2.5 м телескопа для различных фотометрических полос.

Данная нами оценка аберраций является приблизительной, т.к. после установки зеркал в оправе часть аберраций может измениться.

Вопрос о влиянии собственных аберраций телескопа на рассматриваемые методы увеличения разрешения будет решаться далее. А здесь мы ограничимся оценкой влияния на обычные наблюдения, без какой-либо коррекции. Для расчета полуширины воспользуемся аналитическим методом, описанным в подразделе 1.1. Результаты, в виде распределения полуширины изображения в полосах R и I приведены на рис. 2.10, для сравнения также представлен расчет для идеального 2.5 м телескопа. Как видно, в этом случае несовершенство оптики приводит к сдвигу распределений всего лишь на $0.02 - 0.03''$ в сторону ухудшения. Медиана распределений составляет $0.74''$ и $0.70''$ для полос R и I , соответственно, что заметно меньше оценки качества изображения из-за влияния внешнего масштаба турбулентности.

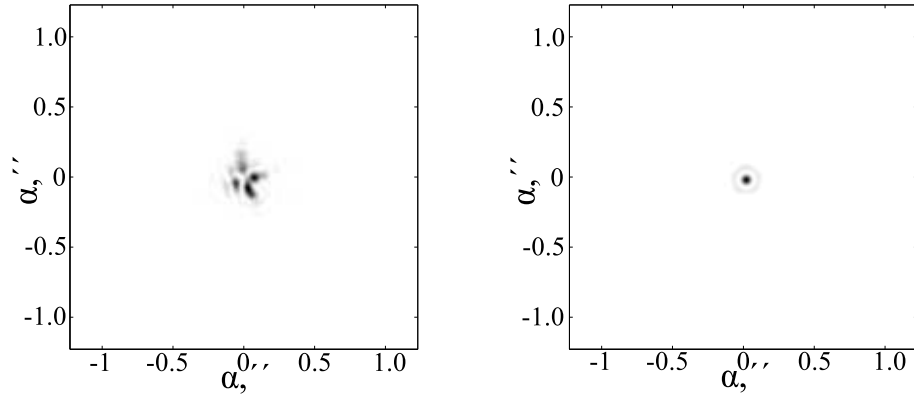


Рис. 2.9: Изображение, которое давала бы оптика телескопа в отсутствии атмосферы при $\lambda = 658$ нм. *Слева:* без компенсации, *справа:* за вычетом первых 15 полиномов Цернике.

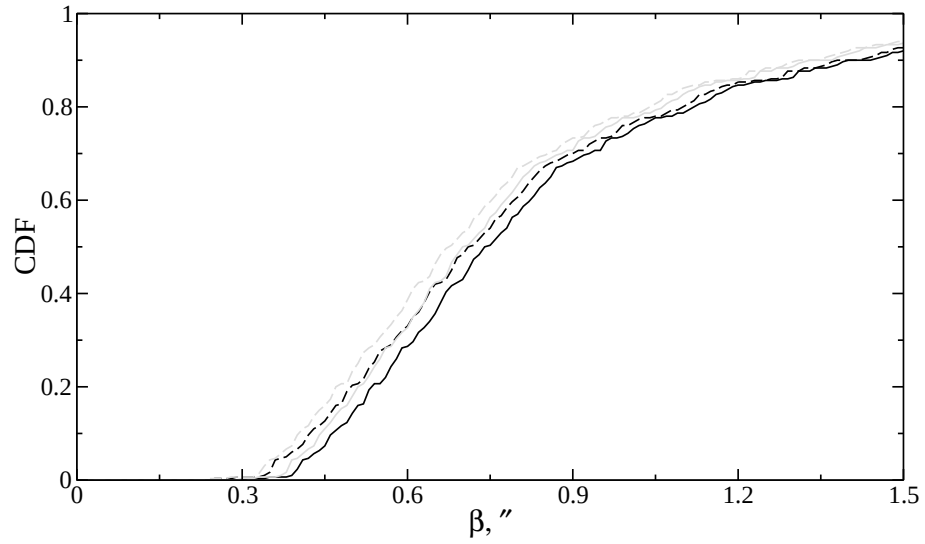


Рис. 2.10: Распределение полуширины некомпенсированного изображения, модель атмосферы **sdz300**, внешний масштаб $L_0 = 25$ м. Прерывистые линии — расчет для идеального 2.5 м телескопа, сплошные — с учетом фазовых искажений, вызываемых оптикой телескопа. Черные линии — полоса R, серые — полоса I.

3 Адаптивная оптика с естественной опорной звездой

Задачей данного раздела является модельное исследование эффективности работы системы адаптивной оптики с естественным опорным источником (Natural Guide Star Adaptive Optics — NGS AO) видимого диапазона. Большая часть расчетов была выполнена для 2.5 м телескопа, который будет установлен на вершине Шатджатмаз. Для сравнения некоторые результаты получены для телескопа АЗТ-22, располагающегося на вершине Майданак.

NGS AO, как следует из названия, использует в качестве опорного источника удаленный астрономический объект. Данная разновидность АО, с одной стороны, позволяет сравнительно легко достичь высокого числа Штреля вблизи от опорной звезды, но, в то же время, ее эффективность быстро падает с удалением от опорной звезды. Системы этого типа значительно дешевле, проще и надежнее, чем варианты АО с искусственными опорными звездами. Это делает их достаточно привлекательным способом увеличения эффективности 2.5 м телескопа, поэтому мы и решили более подробно оценить возможности NGS AO с помощью численного моделирования.

Это моделирование мы будем осуществлять аналитическим методом, с помощью модифицированного пакета **PAOLA v.7.0.2**, написанного на языке **idl** [30]. Краткое описание принципов аналитического моделирования и внесенных нами модификаций в **PAOLA** см. в разделе 1.1. Параметры моделирования перечислены в табл. 3.1. Обсудим некоторые из них. Во всех случаях, где не указано иное, мы будем использовать рабочую длину волны 658 нм, что соответствует полосе *R*. Некоторые расчеты также были выполнены для более красной полосы видимого диапазона *I* (806 нм).

Мы рассмотрим три варианта размера субапертур d деформируемого зеркала: 16.7 см, 22.5 см и 35 см, что соответствует 177, 97 и 37 субапертурам на весь зрачок. Такое число актюаторов встречается у деформируемых зеркал, имеющих в продаже.

Также будет выполнено сравнение датчиков волнового фронта (WFS)

двух типов. Первый — это широко распространенный датчик Шака-Гартмана (SH-WFS). Будем считать, что на каждую субапертуру приходится площадка 6×6 пикселей на детекторе. Вторым рассматриваемым нами WFS — это датчик типа пирамида [35] (P-WFS). P-WFS более перспективен, в [36] было показано, что его использование дает выигрыш в 1-2 звездные величины. Кроме того, он обладает большими возможностями подстройки под внешние условия (см. раздел 3.2.3), чем SH-WFS.

Для обоих WFS в качестве детектора оптимальным представляется использовать камеру **Andor iXon3 860**¹, имеющуюся в свободной продаже. В этой камере применяется технология электронного усиления (EMCCD), которая позволяет полностью избавиться от шума считывания даже при высоких скоростях считывания ценой увеличения фотонного шума в $\sqrt{2}$ раз (мультипликативный шум [62]). Это качество является важнейшим при работе со слабыми объектами. Максимальная частота, с которой может считываться полный кадр — 513 Гц, отсюда минимальная экспозиция WFS — 2 мс. Петлю обратной связи будем считать замкнутой, т.е. свет для измерения волнового фронта отбирается после деформируемого зеркала.

Мы будем использовать две модели атмосферы над Шатджатмазом (подробнее см. раздел 2), в зависимости от ситуации: 1) типичный медианный профиль **sdzBB** будет использоваться для иллюстраций и сравнительного анализа в сложных случаях (когда применение второй модели затруднено), 2) модель, состоящая из 300 случайным образом отобранных профилей **sdz300**, будет использоваться в тех случаях, когда важно учесть полное разнообразие наблюдающихся в атмосфере условий.

Структура раздела такова. В подразделе 3.1 обсуждаются параметры ФРТ, которые мы будем использовать в дальнейшем для характеристики эффективности системы. Мы начнем с анализа эффективности в том случае, когда наблюдаемый объект и опорная звезда совпадают. Затем мы покажем, что эффективность системы АО может быть существенно увеличена за счет оптимизации, рассмотрим различные варианты оптимизации и определим наиболее подходящий из них (подраздел 3.2). После этого мы рассмотрим анизопланатические свойства системы, а также по-

¹http://www.andor.com/scientific_cameras/ixon_emccd_camera/

Таблица 3.1: Параметры аналитического моделирования.

параметр	значение
длина волны	658 нм (R), 806 нм (I), 1.25 мкм (J)
блеск NGS	4 – 17 ^m (варьируется)
модель турбулентности	медианный профиль sdzBB случайная выборка объемом 300 sdz300
внешний масштаб	25 м
диаметр телескопа	2.5 м
центральное экранирование	0.43
пропускание системы	0.4
тип WFS	Шак-Гартманн SH-WFS (положение фотоцентра) 6 пикселей на субапертуру Пирамида P-WFS Подстройка модуляции под полуширину
шум считывания WFS	0.2 e^-
мультипликативный шум	$\times \sqrt{2}$
экспозиция WFS t	[2.0, ∞) мс (оптимизируется)
задержка в системе	2.0 мс
рабочая частота	жестко связана с экспозицией WFS ($1/t$)
размеры субапертуры WFS	[16.7, ∞) см (оптимизируется) [22.5, ∞) см (оптимизируется) [35.0, ∞) см (оптимизируется)
петля обратной связи	замкнутая
размеры актюатора DM	16.7, 22.5, 35.0 см (оптимизируется)
высота сопряжения DM	0 км

крытие неба для нее — подраздел 3.3. Расчет системы АО для АЗТ-22 на Майданаке, а также сравнение систем АО для двух телескопов даны в подразделе 3.4. Обсуждение полученных результатов для NGS АО приводятся в подразделе 3.5.

3.1 Морфология ФРТ: дифракционный режим и режим частичной коррекции

ФРТ, усредненная за длительный промежуток времени, — это самая общая характеристика любой системы АО, все дальнейшие меры эффективности АО являются производными от нее. Собственно, предмет данного раздела является анализ зависимостей ФРТ от различных

параметров АО. К сожалению, вследствие большого числа этих параметров не представляется возможным рассматривать в качестве конечного продукта саму ФРТ (хотя это заманчивое и бескомпромиссное решение), вместо этого мы охарактеризуем её двумя параметрами (отметим, что эти параметры не претендуют на однозначное описание ФРТ, они, скорее, являются удобными мерами, характеризующими возможности системы):

- **Число Штреля** S — это отношение максимума интенсивности в реальном изображении точечного объекта (искаженного атмосферой и aberrациями телескопа) к максимуму интенсивности дифракционного изображения для данного телескопа. Данный параметр характеризует, какая доля интенсивности источника содержится в дифракционном пике ФРТ, и удобен для описания в дифракционном режиме.
- **Полуширина** β — размер изображения на уровне интенсивности, составляющем половину от максимального. Служит для характеристики ширины ФРТ в тех случаях, когда число Штреля меньше 0.1.

Чтобы проиллюстрировать необходимость введения этих характеристик, мы построили серию разрезов ФРТ, рассчитанных для различных расстояний до опорной звезды — см. рис 3.1. Расчет выполнен для $\lambda = 500$ нм, $d = 16.7$ см, $t = 2$ мс, открытая петля обратной связи. Рисунок слева нормирован на максимальную интенсивность идеального изображения, он демонстрирует изменение S . Рисунок справа нормирован на свое центральное значение, на этом графике легко проследить изменение β . Представленную на рисунках серию ФРТ можно по их форме условно разделить на два режима: дифракционный режим и режим частичной коррекции. На качественном уровне можно сказать, что переход от первого режима ко второму происходит когда в центре ФРТ исчезает дифракционный максимум.

На рисунке 3.2 представлена зависимость используемых нами параметров ФРТ от расстояния до опорной звезды. Два режима коррекции здесь становятся очевидны, переход между ними происходит при рас-

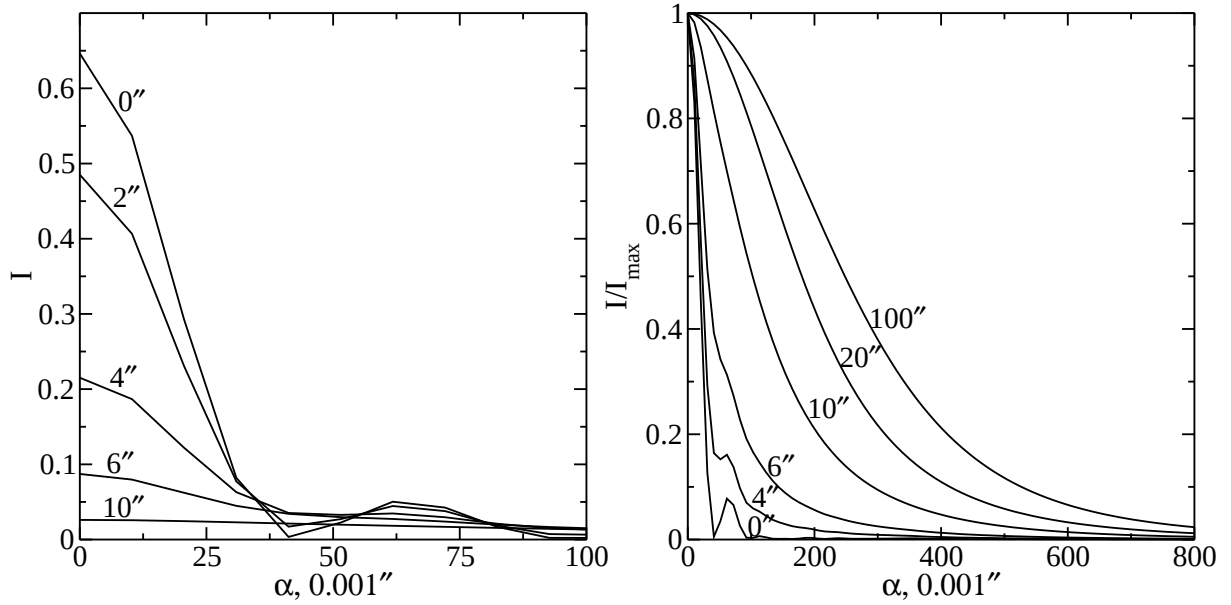


Рис. 3.1: Разрезы ФРТ для различных расстояний до опорной звезды, рассчитанные с помощью аналитической модели (параметры в табл. 3.1, модель атмосферы **sdzBB**). Кривые соответствуют следующим расстояниям до опорной звезды (значения подписаны у линий). *Слева*: по вертикальной оси отложена интенсивность, нормированная так, чтобы она равнялась единице в начале координат при дифракционном качестве изображения. *Справа*: по вертикальной оси отложена интенсивность, нормированная на свое центральное значение. Обратите внимание на разный масштаб по горизонтальной оси для левой и правой панели.

стоянии до опорной звезды 6 – 10". Число Штреля S бесполезно для характеристики режима частичной коррекции — там оно слишком мало и меняется незначительно; точно также полуширина изображения β практически не меняется в дифракционном режиме [38, 42]. Также видно, что даже если изображение, даваемое системой АО, далеко от дифракционного, все равно β может быть существенно (в разы) меньше, чем у исходного изображения. Это может быть полезно в ряде случаев, тем более учитывая, что такая коррекция возможна на гораздо больших расстояниях от опорной звезды (см. 3.3).

На ФРТ и, соответственно, ее характеристики оказывают влияние практически все параметры системы, среди них: размер субапертуры d , экспозиция WFS t , коэффициент усиления g , блеск опорной звезды, профиль ОТ и ветра и др. Далее мы исследуем эти зависимости.

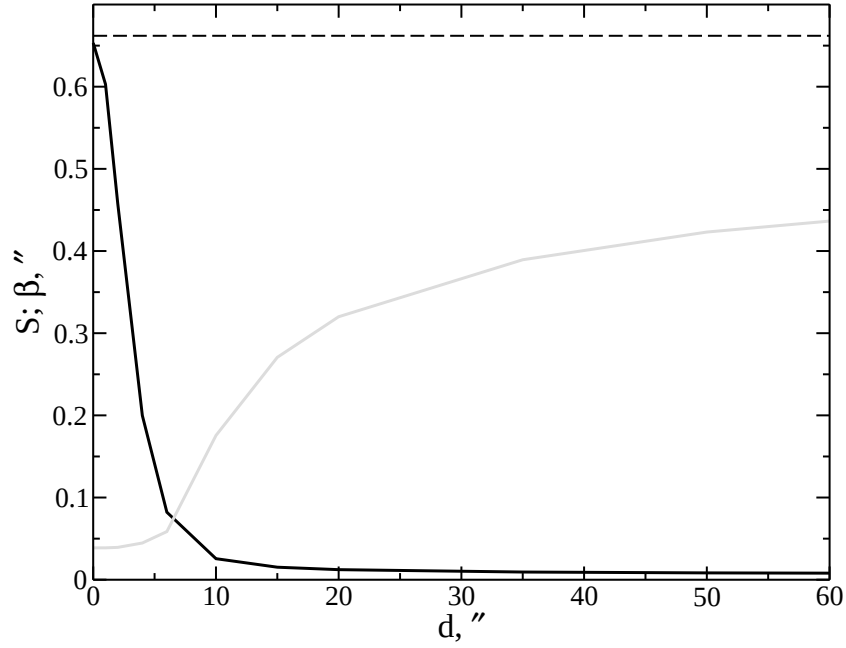


Рис. 3.2: Зависимость числа Штреля (черная линия), полуширины (серая линия) серии ФРТ, изображенной на рисунке 3.1, от расстояния до гидировочной звезды. Расчет выполнен с помощью аналитической модели (параметры в табл. 3.1, модель атмосферы `sdzBB`). Также для сравнения приведена полуширина изображения без АО-коррекции (прерывистая линия).

3.2 Эффективность NGS АО при наблюдении опорной звезды

3.2.1 Зависимость характеристик изображения от параметров прибора

Построим зависимость S и β изображения опорной звезды от экспозиции t для различных размеров актюаторов при медианном профиле ОТ и скорости ветра (модель `sdzBB`) — рис. 3.3.

Поведение графиков вполне ожидаемо — S уменьшается, а β увеличивается при увеличении размера субапертуры (из-за шума сглаживания) и увеличении экспозиции (из-за `aniso-servo error`). Из графиков видно, что предполагаемые параметры системы сильно зависят от того, в каком режиме мы хотим работать. Чтобы обеспечить $S > 0.5$ в дифракционном режиме, необходимо использовать субапертуру размером $d < 25$ см, а экспозицию < 15 мс. С другой стороны, для режима частичной коррекции, когда главным параметром становится полуширина, вполне достаточно размера субапертуры 50 см и экспозиции 50 — 60 мс.

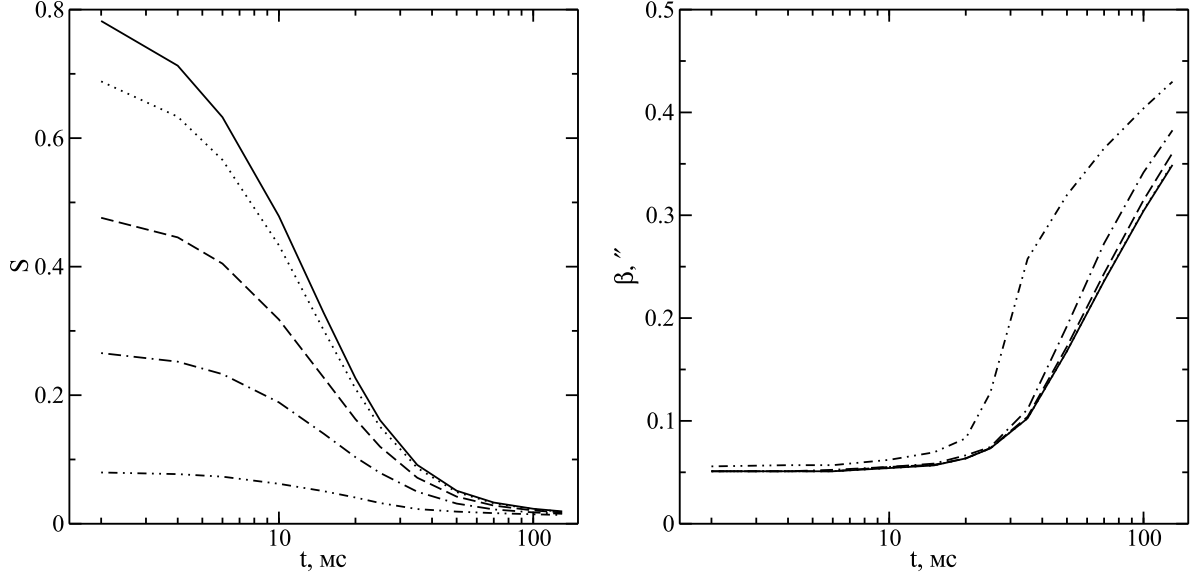


Рис. 3.3: Зависимость S (слева) и β (справа) изображения опорной звезды при различных размерах субапертур d от экспозиции WFS t . Сплошная линия соответствуют $d = 16.7$ см, пунктирная — $d = 22.5$ см, прерывистая — $d = 35$ см, штрих-пунктирная — $d = 50$ см, штрих-пунктирная с двумя точками — 75 см. Моделирование выполнено для бесконечно яркой опорной звезды, модель атмосферы **sdzBB**, P-WFS, полоса R.

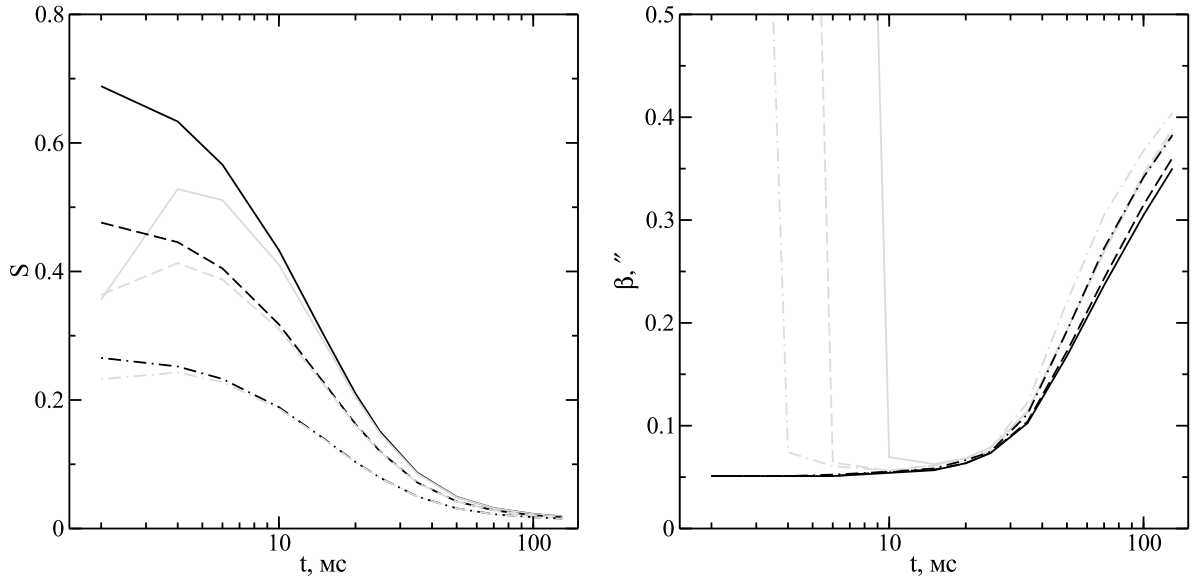


Рис. 3.4: Зависимость S (слева) и β (справа) изображения опорной звезды при различных d и блеске опорной звезды от t . Цвета линий соответствуют блеску NGS: на обоих графиках черные линии — бесконечно яркая опорная звезда, на левом графике серые линии соответствует блеску NGS 14^m , на правом — 18^m . Сплошная линия соответствует $d = 16.7$ см, прерывистая — $d = 22.5$ см, штрих-пунктирная — $d = 35$ см. Модель атмосферы **sdzBB**, P-WFS, полоса R.

Таким образом, в режиме частичной коррекции требования к системе существенно ослабляются.

Теперь изучим, как изменятся полученные результаты, если принять во внимание, что опорная звезда не бесконечно яркая, т.е. учтем влияние шума WFS. Для примера рассмотрим P-WFS. Результаты приведены на рис. 3.4, заметно, что требования к блеску опорной звезды в режиме частичной коррекции значительно слабее.

Учет шума WFS приводит к тому, что характеристики ФРТ перестают монотонно зависеть от размера субапертуры и экспозиции [63]. Действительно, слишком короткая экспозиция приводит к увеличению влияния фотонного шума и шума считывания детектора, используемое в WFS (в нашем случае шум считывания не учитывался). В тоже время слишком длинная экспозиция вызывает смазывание. И в том и в другом случае параметры выходной ФРТ ухудшаются: S падает, β возрастает. Это означает, что для конкретного профиля ОТ и ветра и блеска опорной звезды можно выбрать некую оптимальную экспозицию и размер субапертуры. Как увидим позднее, такая оптимизация имеет большое значение при оценке эффективности NGS АО.

Рассмотрим, как изменится ожидаемая эффективность если учесть собственные аберрации оптической системы телескопа. На рисунке 3.5 представлены зависимости числа Штреля и полуширины от экспозиции для различных размеров субапертуры при бесконечно яркой опорной звезде. Эти зависимости рассчитаны в предположении, что телескоп вносит фазовые искажения, их вид приведен в подразделе 2.3. АО-коррекция устраняет аберрации низких порядков, однако остающиеся аберрации высоких порядков приводят к некоторому снижению S . На β они не оказывают практически никакого влияния. В дальнейшем мы не будем их учитывать, т.к. нас будет интересовать, в основном, режим частичной коррекции. То же справедливо и для системы LGS АО, которую мы будем рассматривать в следующем разделе. В нем будет показано, что эта система работает в режиме частичной коррекции, а значит собственные аберрации оптической системы для нее не играют роли.

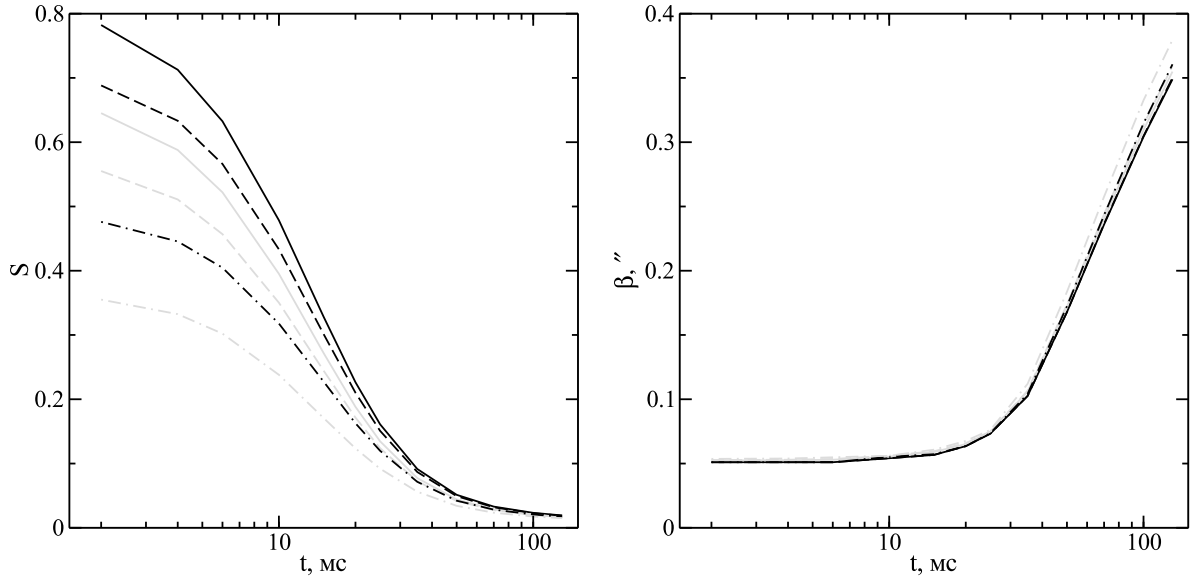


Рис. 3.5: Зависимость числа Штреля (слева) и полуширины (справа) изображения опорной звезды при различных размерах субапертур d от экспозиции WFS t , рассчитанная с учетом aberrаций, приведенных в подразделе 2.3. Сплошная линия соответствует $d = 16.7$ см, прерывистая — $d = 22.5$ см, штрих-пунктирная — $d = 35$ см. Черные линии — идеальный 2.5-м телескоп, серые — с учетом aberrаций. Моделирование выполнено для бесконечно яркой опорной звезды, модель атмосферы sdzBB, P-WFS, полоса R.

3.2.2 Критерии оптимизации

Под *критерием оптимизации* мы будем понимать максимум или минимум некоторой величины, который мы хотим найти, варьируя при этом *оптимизируемые параметры*. В литературе обычно рассматриваются три критерия оптимизации: остаточная дисперсия волнового фронта (минимум), число Штреля (максимум) и полуширина (минимум) скорректированного изображения.

Мы сравнили эффективность этих критериев. Как и ожидалось, максимизация S лучше всего работает в дифракционном режиме (для ярких объектов), а β — в режиме частичной коррекции (для слабых объектов) ее эффективность значительно ниже (см. рис. 3.6).

Введем величину $\beta + 1 - S$ и проверим, насколько эффективна ее минимизация. Строго говоря, это величина должна иметь вид $\beta/\beta_0 + 1 - S$ для корректной нормировки β , но мы для простоты записи будем считать, что $\beta_0 = 1''$. Результаты проверки приведены на рис. 3.6. Как видно, эта величина является надежным индикатором оптимальности коррек-

ции в обоих режимах. Оптимизация по остаточной дисперсии волнового фронта также довольно эффективна в обоих режимах, однако она немного отстает от оптимизации по величине $\beta + 1 - S$. Тем не менее, ее можно использовать для определения начальной точки, т.к. расчет только дисперсии волнового фронта примерно в 3 раза менее затратен по времени, чем полный расчет ФРТ.

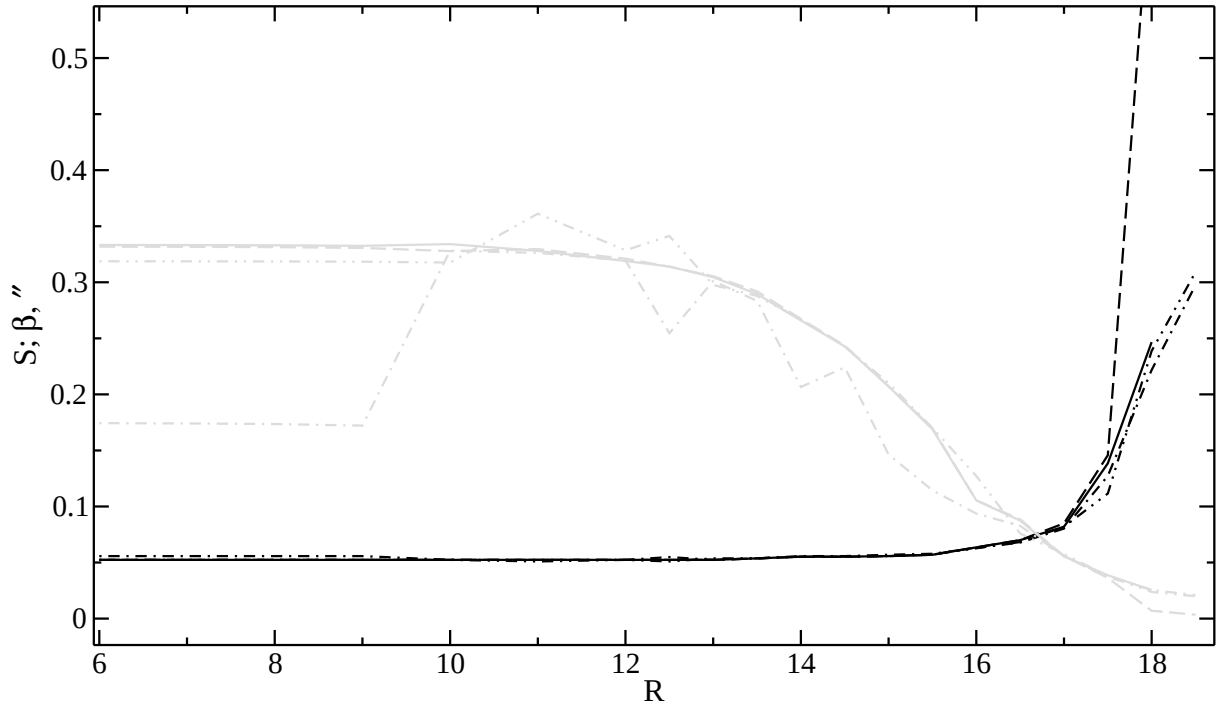


Рис. 3.6: Зависимость числа Штреля S (серые кривые) и полуширины β (черные кривые) изображения опорной звезды для различных критериев оптимизации от блеска опорной звезды. Сплошные линии — оптимизация по величине $\beta + 1 - S$, прерывистые — по числу Штреля, штрих-пунктирные — по полуширине, штрих-пунктирные с двумя точками — по остаточной дисперсии волнового фронта. Датчик волнового SH-WFS, замкнутая петля обратной связи.

3.2.3 Оптимизируемые параметры

Перейдем к оптимизируемым параметрам системы АО. Мы рассмотрим только следующие величины, как самые базовые:

1. Экспозиция WFS t или непосредственно связанная с ней рабочая частота $f = 1/t$. Как уже говорилось в конце предыдущего подраздела, если учитывать шум датчика волнового фронта, то всегда существует некоторая оптимальная экспозиция.

2. Ситуация с размером субапертуры полностью аналогична ситуации с экспозицией. Точно также при неограниченном уменьшении размера субапертуры шум сглаживания уменьшается, но шум датчика волнового фронта возрастает, и наоборот. Для P-WFS d определяется размером пикселя детектора и изображения зрачка на нем, поэтому его достаточно легко варьировать. Можно также просто применить считывание ПЗС с бинированием.

В случае SH-WFS варьировать размер субапертуры намного труднее. Поэтому мы будем предполагать, что WFS имеет некий фиксированный размер субапертуры d_{min} , а оптимизацию d будем имитировать, усредняя сигнал по нескольким субапертурам. Очевидно, что в этом случае размер субапертуры ограничен снизу d_{min} . Шум WFS будем рассчитывать для предельного размера субапертуры d_{min} и умножать его на d_{min}/d , таким образом имитируя усреднение по $(d/d_{min})^2$ апертурам.

3. При работе в замкнутой петле обратной связи коэффициент усиления g (определение см. в уравнении (1.19)) также влияет на эффективность АО, его также необходимо варьировать, добиваясь максимальной эффективности АО.

P-WFS имеет смысл рассматривать при замкнутой петле обратной связи, т.к. именно в этом случае он намного эффективнее, чем SH-WFS. Учитывая, что для SH-WFS, как показано в [34], нет существенной разницы между открытой и замкнутой петлей обратной связи, в дальнейших оценках будем рассматривать последнюю.

Мы рассмотрим две схемы оптимизации: в первой оптимизируемыми параметрами будут экспозиция t и коэффициент усиления g , размер субапертуры WFS принимается постоянным, эту схему будем обозначать **ExpGainOptim**. Во второй добавляется оптимизация размера субапертуры d , ее будем обозначать **ExpPitchGainOptim**. В обоих случаях экспозиция будет варьироваться в пределах от 2 мс и до бесконечности, а коэффициент усиления от 0.1 до 2.0. Размер субапертуры также будет варьироваться от некоторого предельного d_{min} , равного размеру актюатора деформируемого зеркала, и до 2.5 м.

Сравним, как зависят параметры эффективности системы от блеска опорной звезды для SH-WFS, различных оптимизационных схем и при различных d (см. рис. 3.7, левый). Как видно, для ярких опорных звезд основную роль играет предельный размер субапертуры d_{min} , чем он меньше, тем большее S достижимо. В этом режиме оптимизация d не дает существенного выигрыша, т.к. оптимальный d оказывается всегда меньше предельного d_{min} .

Для слабых опорных звезд ситуация обратная. Здесь чем меньше d_{min} , тем хуже качество коррекции. Однако различие результатов для разных d_{min} несколько сглаживается при оптимизации размера субапертуры. Интересно, что результаты все-таки продолжают отличаться, т.к. в случае SH-WFS мы имитируем увеличение размера субапертуры. При $d_{min} = 35$ см разница между оптимизационными схемами `ExpGainOptim` и `ExpPitchGainOptim` незначительна.

Результаты аналогичного сравнения для P-WFS представлены на рис. 3.7, справа. В этом случае зависимость эффективности от d_{min} и схемы

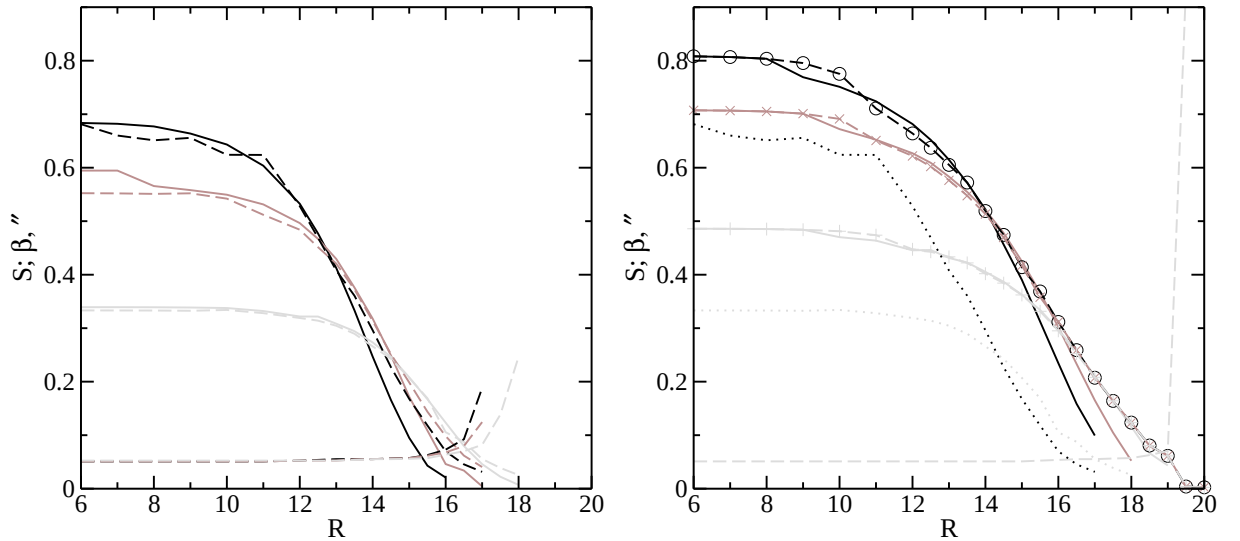


Рис. 3.7: Зависимость числа Штреля (монотонно убывающие кривые) и полуширины (монотонно возрастающие кривые) изображения опорной звезды для различных схем оптимизации от блеска опорной звезды R . Сплошные кривые — схема `ExpGainOptim`, прерывистые — схема `ExpPitchGainOptim`. Черные кривые — $d_{min} = 16.7$ см, темно-серые — $d_{min} = 22.5$ см, светло-серые — $d_{min} = 35$ см. Слева: SH-WFS, справа: P-WFS. Также на правом графике для сравнения показаны кривые для SH-WFS и схемы `ExpPitchGainOptim`, черные пунктирные линии — $d_{min} = 16.7$ см, светло-серые пунктирные линии — $d_{min} = 35$ см.

оптимизации практически такая же, с той разницей, что кривые для схемы `ExpPitchGainOptim` сливаются в одну при NGS слабее 16.5^m . Из этих графиков видно, что при прочих равных условиях P-WFS эффективнее SH-WFS как для ярких, так и для слабых звезд.

Из графиков 3.7 также видно, что выбор d_{min} зависит от цели, которую мы хотим достичь. Если нашей целью является высокое число Штреля для ярких звезд, то предпочтительно брать субапертуру размером 16.7 см. В том случае, когда нас интересуют самые слабые звезды, критерием эффективности становится полуширина и размер субапертуры может быть 35 см. В обоих случаях использование датчика P-WFS более эффективно, чем SH-WFS.

Мы установили требования к размеру субапертуры деформируемого зеркала, теперь определим, какую диапазон коррекции фазы оно должно обеспечивать. Для этого мы рассчитали дисперсию фазы волнового фронта σ_p^2 за вычетом постоянной составляющей, которая никак не влияет на изображение. Также мы рассчитали дисперсию σ_t^2 за вычетом наклонов, поскольку наклоны обычно исправляются дополнительным плоским зеркалом. Расчет производился для Колмогоровской турбулентности $L_0 = \infty$ и для случая $L_0 = 25$ м (спектр фон Кармана), для всех 300 профилей модели атмосферы `sdz300`. При расчете мы приняли $\lambda = 806$ нм, но на конечный результат — диапазон изменения фазы в микрометрах — длина волны не влияет. Для оценки мы воспользовались уравнениями из [64] и [43]. Для компенсации большей части искажений мы должны гарантировать, что полный диапазон коррекции фазы деформируемым зеркалом будет в 6 раз больше дисперсии фазы. В этом случае зеркало обеспечит необходимую компенсацию в 99.7% случаев. На рис. 3.8 представлено распределение требуемого диапазона для полной фазы и для фазы после коррекции наклонов. Заметим, что требуемый диапазон изменения формы зеркала в два раза меньше, чем изменение фазы.

Как и ожидается из [64], при конечном внешнем масштабе полный диапазон флуктуаций фазы и, соответственно, требования к деформируемому зеркалу существенно меньше, чем для Колмогоровской турбулентности. В реальности внешний масштаб всегда имеет конечную ве-

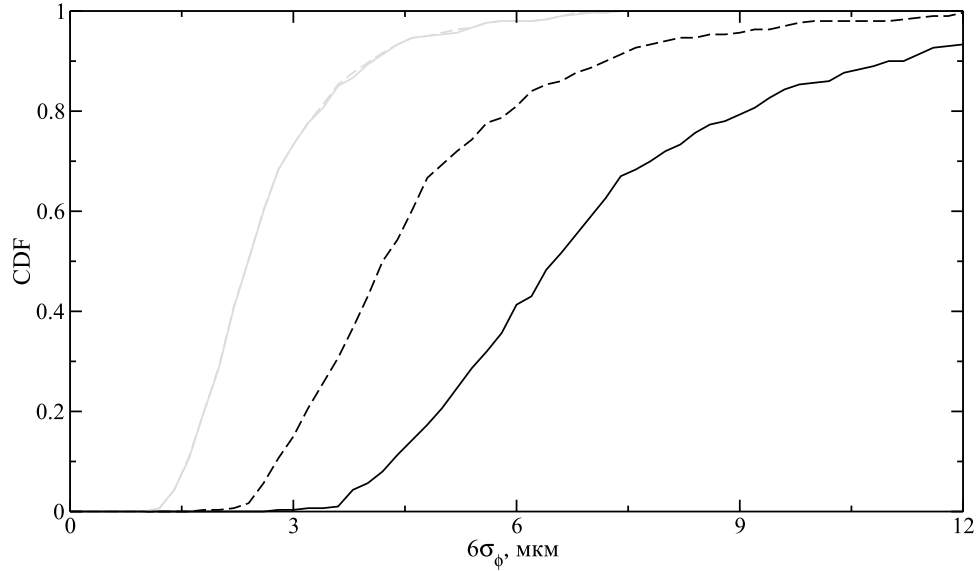


Рис. 3.8: Распределение диапазона изменения фазы, которую должно обеспечивать деформируемое зеркало, подробнее см. текст. Черные линии — спектр турбулентности Колмогоровский $L_0 = \infty$, серые — фон Кармана $L_0 = 25$ м. Сплошные линии — полная фаза, за вычетом постоянной составляющей, прерывистые — за вычетом наклонов.

личину, случай Колмогоровской турбулентности можно рассматривать как некоторую верхнюю границу распределения диапазона изменения фазы. Исправление наклонов волнового фронта позволяет существенно ослабить требования к деформируемому зеркалу, также оно значительно уменьшает разницу между Колмогоровской турбулентностью и случаем конечного внешнего масштаба.

Можно подытожить, что при отсутствии компенсации наклонов волнового фронта, диапазон управляемых изменений волнового фронта в 11 мкм, обеспечит АО-компенсацию в 90% случаев. При компенсации наклонов эта величина уменьшается до 4 мкм.

3.2.4 Эффективность системы NGS АО при оптимизации

Итак, мы выяснили, что эффективнее всего использовать систему АО в режиме `ExpPitchGainOptim` и производить оптимизацию по величине $\beta + 1 - S$. Теперь подробнее исследуем, какова будет эффективность системы в зависимости от блеска опорного источника. Для этого рассчитаем достигаемые β и S для случайной выборки профилей `sdz300` и построим их распределение, см. рис. 3.9.

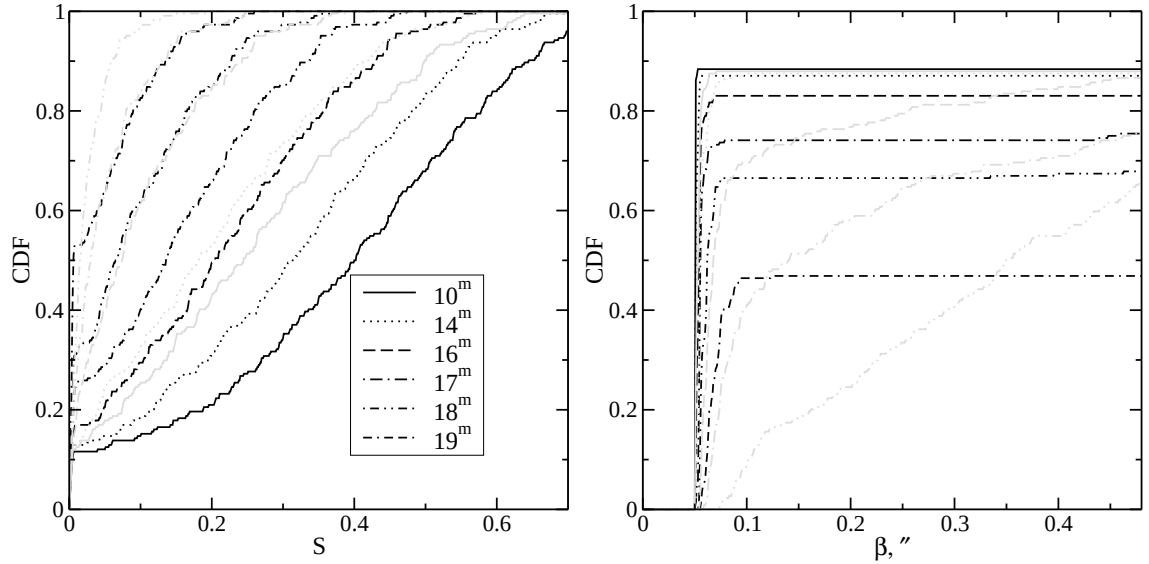


Рис. 3.9: Распределение числа Штреля (слева) и полуширины (справа) скорректированного изображения для NGS различного блеска (блеск указан в легенде). Черные линии — P-WFS, серые — SH-WFS.

Из графиков видно, что для модели **sdz300** превосходство P-WFS над SH-WFS сохраняется и составляет примерно 1.5^m . Распределения полуширины для P-WFS отличаются поведением от аналогичных кривых для SH-WFS. Все профили можно разделить на две группы, в одной из которых коррекция близка по качеству к дифракционному режиму, в то время как в другой группе коррекция отсутствует вовсе. Так, даже при блеске опорной звезды 10^m в $\approx 6\%$ случаев АО с P-WFS не будет работать вообще, при блеске 18^m эта доля возрастает до $\approx 34\%$.

Появление двух “режимов” работы АО связано с особенностями измерений с P-WFS в замкнутой петле обратной связи. Чувствительность P-WFS значительно возрастает при уменьшении β , т.о. возникает своеобразная положительная обратная связь, которая приводит к уменьшению полуширины корректируемого изображения до почти дифракционной, в то время как SH-WFS может достичь лишь частичной коррекции для тех же условий. Этот эффект хорошо заметен на рис. 3.9.

Графики на рис. 3.9 можно рассматривать как некое обобщение понятия предельная звездная величина NGS. Эту величину определяют множеством различных способов [28], однако все они дают единственное число. Например, исходя из графика 3.7 можно сделать вывод, что при медианных условиях предельная звездная величина для нашей системы АО (см. табл. 3.1) составляет $R = 18 - 19^m$. Однако очевидно, что этот

параметр сильно зависит от текущих атмосферных условий.

Построенные распределения учитывают эту особенность и позволяют оценивать возможности системы в статистическом смысле. Например, из них видно, что даже для $R = 19^m$ полуширина менее $0.1''$ достижима в $\approx 45\%$ случаев при использовании P-WFS.

3.3 Эффективность NGS АО при несовпадении научного объекта и опорной звезды

Предположим теперь, что научный объект не может быть использован как опорная звезда. Эта ситуация реализуется когда, например, научный объект слишком слабый. Также при использовании P-WFS нельзя брать в качестве опорной звезды источники, угловые размеры которых больше размера дифракционного кружка, иначе его эффективность снизится до уровня, соответствующего SH-WFS. В этих случаях в качестве опорной звезды необходимо использовать более яркую звезду, находящуюся неподалеку от научного объекта.

При этом вследствие явления анизопланатизма качество коррекции ухудшится по сравнению с достигаемым в направлении на опорную звезду. Чтобы проиллюстрировать это, мы построили зависимость S и β от расстояния до NGS при разном блеске NGS, см. рис. 3.10. В качестве датчика волнового фронта используется P-WFS, схема оптимизации `ExpPitchGainOptim`, размер субапертуры 0.35 см. Расчет выполнен для медианного профиля турбулентности `sdzBB`.

Изучим, как соотносятся эти зависимости с вероятностью найти опорную звезду нужного блеска. Вероятность найти гидировочную звезду в круге радиусом r , очерченном вокруг произвольной точки зависит от локальной плотности звезд μ следующим образом:

$$S_m(r) = 1 - \exp(-\pi r^2 \mu_m), \quad (3.1)$$

где индекс m обозначает, что уравнение записано для звезд с блеском в интервале $[m - 0.5, m + 0.5]$. Это уравнение справедливо при условии, что звезды на небе распределены случайно, что в первом приближении вполне соответствует реальности. В таблице 3.2 приведены ожидаемые

плотности звезд μ для нескольких интервалов блеска в фотометрических полосах R и I , оцененные с помощью статьи [65].

Плотности звезд приведены для двух площадок, направления на которые удобно задавать в галактической системе координат. Площадка 1 расположена в направлении на северный галактический полюс, в нем плотность звезд минимальна. Площадка 2 имеет галактические координаты $b = +30^\circ, l = +90^\circ$, в этом направлении плотность звезд имеет некоторое типичное значение. Мы будем использовать данные о плотности звезд для этих площадок на протяжении всей работы.

Вероятность, вычисленная по формуле (3.1), представлена в нижней части рис. 3.10. Зная, например, что вероятность найти опорную звезду $R=19^m$ ближе, чем в $30''$, равна 33%, пользуясь графиками из верхней части рис. 3.10 мы можем сказать, что в 33% случаев сможем достичь $\beta < 0.4$. Таким образом, для каждого интервала блеска мы можем построить вероятность иметь полуширину лучше заданной. Для этого рассмотрим функцию, задающую зависимость полуширины от расстояния до опорной звезды, $\beta = B_{p,m}(r)$, p — “номер” профиля турбулентности и ветра. Из того, что эта функция монотонна, следует, что можно определить обратную ей: $r = \hat{B}_{p,m}(\beta)$. Подставив ее в уравнение (3.1), получим искомое кумулятивное распределение β :

$$R_{p,m}(\beta) = S_m(\hat{B}_{p,m}(\beta)). \quad (3.2)$$

Таблица 3.2: Плотность звезд на квадратную угловую минуту [65]. Площадка 1 — галактический полюс, площадка 2 имеет галактические координаты $b=+30^\circ, l=+90^\circ$.

интервал блеска	площ. 1		площ. 2	
	R	I	R	I
$[12.5^m, 13.5^m]$	0.011	0.017	0.023	0.034
$[13.5^m, 14.5^m]$	0.021	0.032	0.051	0.077
$[14.5^m, 15.5^m]$	0.036	0.054	0.101	0.155
$[15.5^m, 16.5^m]$	0.057	0.084	0.180	0.274
$[16.5^m, 17.5^m]$	0.084	0.122	0.275	0.417
$[17.5^m, 18.5^m]$	0.121	0.175	0.372	0.573
$[18.5^m, 19.5^m]$	0.170	0.246	0.472	0.740
$[19.5^m, 20.5^m]$	0.228	0.329	0.579	0.916

Это уравнение справедливо для определенного профиля турбулентности и определенного интервала блеска опорной звезды. Результат для медианного профиля турбулентности и различных интервалов блеска опорной звезды представлен на рис. 3.11. Т.к. звезды разного блеска в первом приближении распределены независимо, то полную вероятность достичь β меньше заданной для данного профиля p можно вычислить

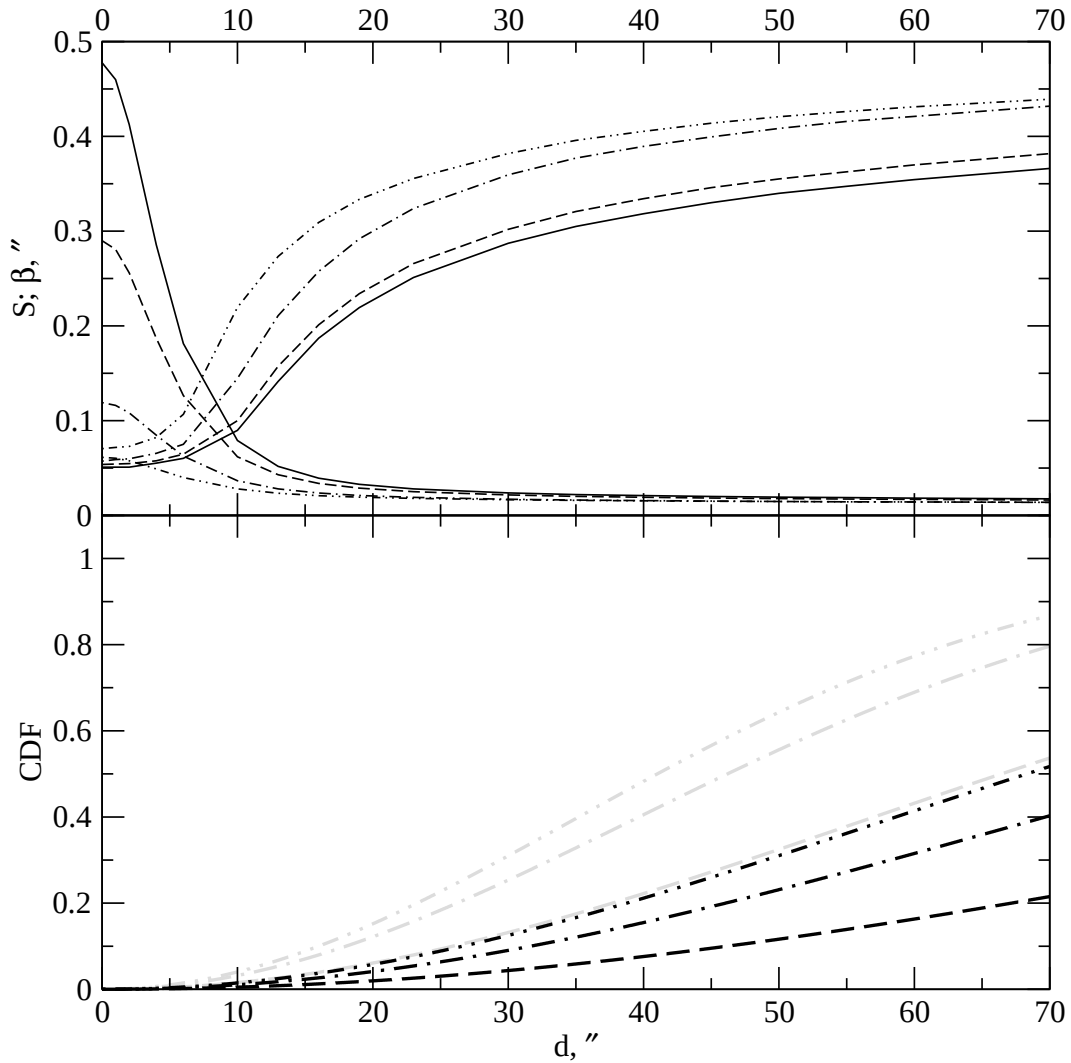


Рис. 3.10: *Вверху*: зависимость полуширины (монотонно возрастающие кривые) и числа Штреля (монотонно спадающие кривые) от расстояния до опорной звезды. P-WFS, схема оптимизации ExpPitchGainOptim, размер субапертуры 0.35 см, профиль турбулентности sdzBB. Сплошные линии — $R=10^m$, прерывистые — $R=16^m$, штрих-пунктирные — $R=18^m$, штрих-пунктирные с двумя точками — $R=19^m$. *Внизу*: зависимость вероятность найти гидрированную звезду в круге радиусом r от этого радиуса. Значения линий те же, что и в верхней части. Черные линии соответствуют галактическому полюсу, серые — площадке 2.

по формуле

$$Q_p(\beta) = 1 - \sum_m (1 - R_{p,m}(\beta)). \quad (3.3)$$

Соответствующее распределение, рассчитанное для медианного профиля также представлено на рис. 3.11.

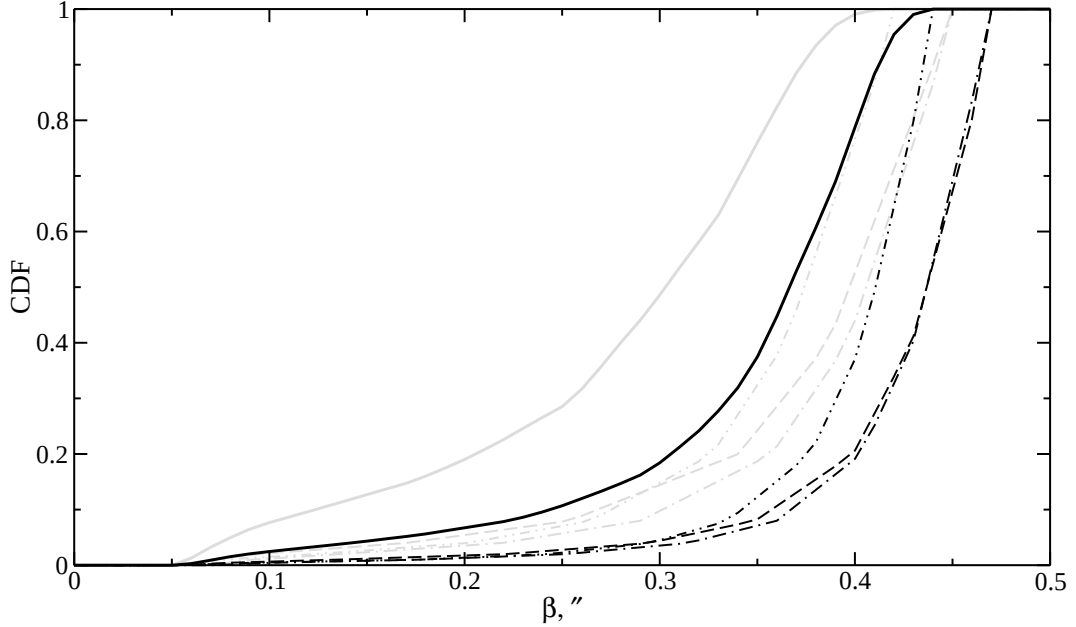


Рис. 3.11: Распределение полуширины изображения β , достигаемого в случайной точке на небесной сфере. P-WFS, схема оптимизации `ExpPitchGainOptim`, размер субапертуры 0.35 см, профиль турбулентности `sdzBB`. Прерывистые линии — $R = 17^m$, штрих-пунктирные — $R = 18^m$, штрих-пунктирные с двумя точками — $R = 19^m$, сплошные линии — полное распределение (см. текст). Черные линии соответствуют галактическому полюсу, серые — площадке 2.

Чтобы теперь перейти к общему распределению полуширины для всех профилей, например, из модели `sdz300`, рассчитаем распределение (3.3) для каждого профиля из модели. Затем сложим их и умножим на вес каждого профиля, равный $1/P$, где P — объем `sdz300`:

$$Q(\beta) = \sum_p^P Q_p(\beta) \quad (3.4)$$

Мы имеем право выполнить это сложение, т.к. рассматриваемые события взаимоисключающие. Результаты расчетов по этой формуле представлены на рис. 3.12. Вычисления были выполнены для фотометрических полос R и I и двух направлений на небе, для галактического полюса и

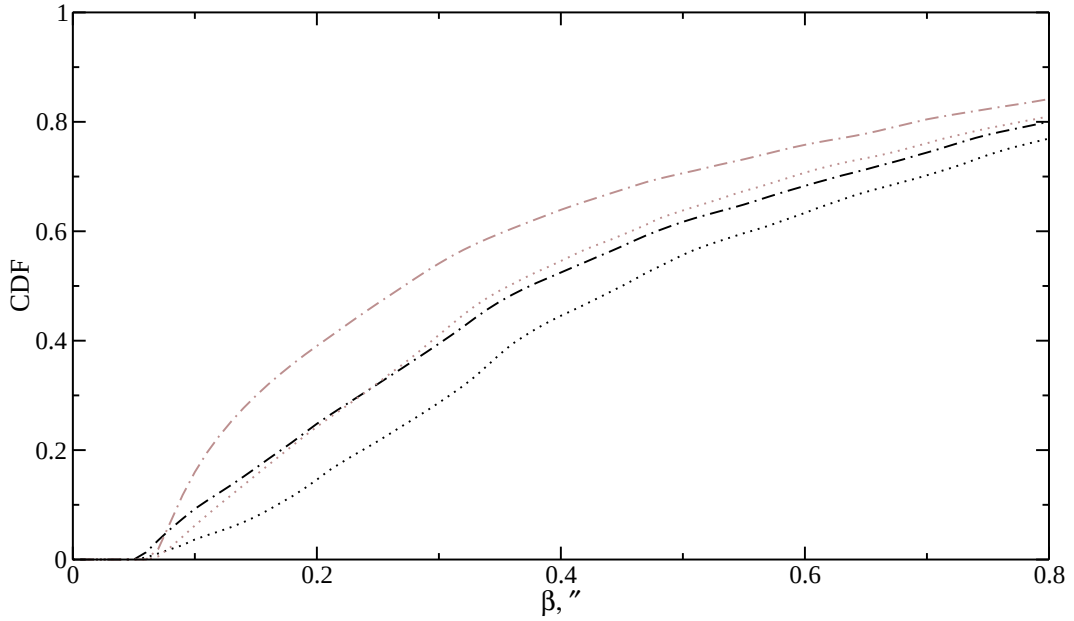


Рис. 3.12: Распределение полуширины изображения, достигаемого в случайной точке на небесной сфере. P-WFS, схема оптимизации `ExpPitchGainOptim`, размер субапертуры 0.35 см, профиль турбулентности `sdz300`. Расчет по формуле (3.4), подробнее см. текст. Черные линии — полоса R , серые — полоса I . Пунктирные линии соответствуют галактическому полюсу, прерывистые — площадке 2.

площадки 2.

Эти распределения более конкретно характеризуют возможности системы обеспечить заданные параметры изображения в произвольной точке неба, чем покрытие неба в общепринятом смысле. Обычно под покрытием неба понимается вероятность найти опорную звезду на расстоянии меньшем, чем угол изопланатизма. При этом для задания угла изопланатизма требуется некоторый критерий, например, падение S в e раз по сравнению с опорной звездой или возрастание β больше некоторого порога. Упомянутый критерий неизбежно сужает область применимости данного конкретного значения покрытия неба.

Построенные же нами распределения избавляют от необходимости введения этого критерия, и позволяют оценить эффективность системы в более общем смысле. Рассмотрим для наглядности два крайних случая. Предположим, покрытие неба в классическом смысле пренебрежимо мало, тогда распределение (3.3) будет совпадать с распределением качества изображения β_0 в данном месте. Если же покрытие неба близко к полному, то распределение (3.3) будет совпадать с распределением полуши-

рины для опорной звезды. Кривые, приведенные на рис. 3.12, являются некоторыми промежуточными случаями.

Еще раз отметим, что распределение (3.3) вычисляется для произвольной точки на небе. Для конкретной точки ожидаемое распределение полуширины может отличаться как в сторону ухудшения эффективности, так и в сторону ее улучшения.

3.3.1 Поле зрения системы

Как уже говорилось, качество АО-коррекции ухудшается по мере удаления от опорной звезды. Угол θ_{f150} , характеризующий это явление, определим как расстояние на котором β становится больше $0.15''$. Этот угол определяет поле зрения системы, условно будем его называть углом изопланатизма. Угол, на котором полуширина превышает $0.30''$ обозначим θ_{f300}

Тот факт, что моделирование АО с помощью пакета PAOLA выполняется довольно быстро, позволил нам рассчитать значения этих параметров для модели атмосферы **sdz300**. Принятые параметры моделирования перечислены в таблице 3.1. Также была применена оптимизационная схема **ExpPitchGainOptim** (см. раздел 3.2.2), оптимизация производилась по параметрам изображения опорного источника. На рисунке 3.13 представлены распределения этих величин, рассчитанные для опорных звезд разного блеска. Обратите внимание, что распределение θ_{f150} для $R = 15^m$ начинается на уровне 0.14, это является следствием того факта, что при таком блеске опорной звезды в 14% случаев $\beta < 0.150''$ вообще не достигается.

3.4 Результаты для Майданака

Анализ, выполненный в предыдущих подразделах для 2.5 м телескопа не может быть повторен для АЗТ-22, т.к. для Майданака имеется только модель типичных профилей, а модель случайной выборки отсутствует. Поэтому мы ограничимся лишь расчетом основных результатов, которые, тем не менее, также представляют интерес.

Параметры использованной модели лишь незначительно отличаются

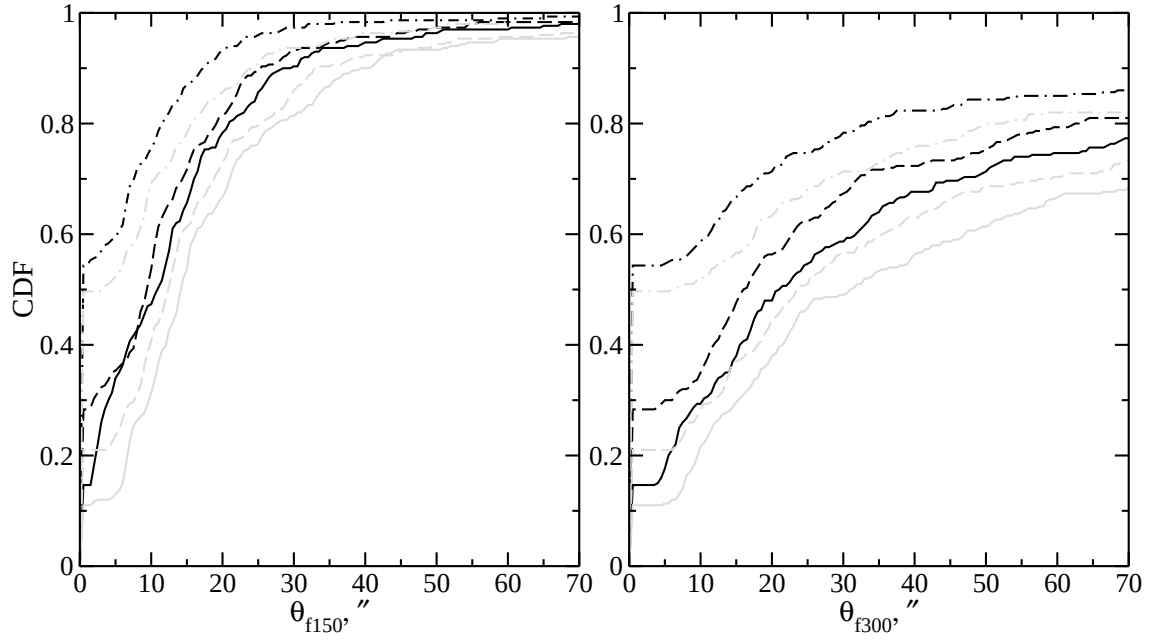


Рис. 3.13: Распределение углов изопланатизма θ_{f150} (слева) и θ_{f300} (справа) для различного блеска опорной звезды: $R = 15^m$ (сплошные кривые), $R = 17^m$ (прерывистые кривые) и $R = 19^m$ (штрих-пунктирные кривые). Черные линии — полоса R , серые — полоса I .

от приведенных в таблице 3.1. Диаметр апертуры телескопа АЗТ-22 составляет 1.5 м, центральное экранирование — 0.5. Число субапертур и актюаторов мы взяли то же, что и для 2.5 м телескопа, соответственно, размер субапертуры 21 см. Петля обратной связи замкнута, оптимизируемыми параметрами являются размер субапертуры, экспозиция и коэффициент усиления, датчик волнового фронта P-WFS (как было показано в подразделе 3.2.2 такая схема оптимальна при использовании слабых опорных звезд).

На рисунке 3.14 приведены результаты расчетов параметров эффективности системы при наблюдении опорной звезды. Также для сравнения приведены эти же зависимости для 2.5 м телескопа и модели атмосферы **sdzBB**. Как видно, несмотря на то, что интегральное качество изображения на Майданаке значительно лучше, чем на Шатджатмазе, β скорректированного изображения для Шатджатмаза все равно меньше для опорных звезд ярче 18^m .

Сравним также эффективность этих двух систем в смысле предельного потока f от точечного объекта, регистрируемого с некоторой заданной

относительной точностью в условиях доминирования фона:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{G_2 \beta_1 D_2}{G_1 \beta_2 D_1}, \quad (3.5)$$

где G — доля потока в пределах круга диаметром, равным полуширине, индекс 1 относится к Шатджатмазу, 2 — к Майданаку. Это уравнение записано в предположении, что прочие параметры, такие как величина фона, свойства детектора и т.д., одинаковы. Результаты расчетов представлены на рис. 3.14, нижний ряд. Из графиков видно, что 2.5 м телескоп благодаря своему размеру превосходит 1.5 м по чувствительности к слабым объектам, даже учитывая, что последний установлен в лучшем месте.

Для сравнения анизопланатических свойств систем АО этих телескопов мы построили на рис. 3.15 зависимость параметров скорректированного изображения от расстояния до опорной звезды при ее блеске 9^m . Здесь 2.5 м телескоп также превосходит 1.5 м телескоп, как по полуширине, так и по возможностям измерения потока слабых объектов (сравнение также выполнено с помощью формулы (3.5)).

3.5 Обсуждение

Для NGS АО можно выделить два режима работы: дифракционный и режим частичной коррекции. Первый хорошо характеризуется числом Штреля, второй — полушириной изображения. В режиме частичной коррекции значительно ослабевают требования к качеству компенсации волнового фронта, что приводит к увеличению предельной звездной величины опорной звезды и угла изопланатизма по сравнению с дифракционным режимом.

Система АО видимого диапазона на 2.5 м телескопе сможет работать в дифракционном режиме только вблизи (на расстоянии менее $10''$) от опорной звезды, которая должна иметь яркость не менее 15^m (см. рис. 3.7, правый и 3.10). Это условие может быть выполнено лишь в непосредственной окрестности ярких звезд, что сильно ограничивает круг задач, решаемых с помощью такой системы. При работе в дифракционном режиме имеет смысл сделать размер субапертуры настолько малым,

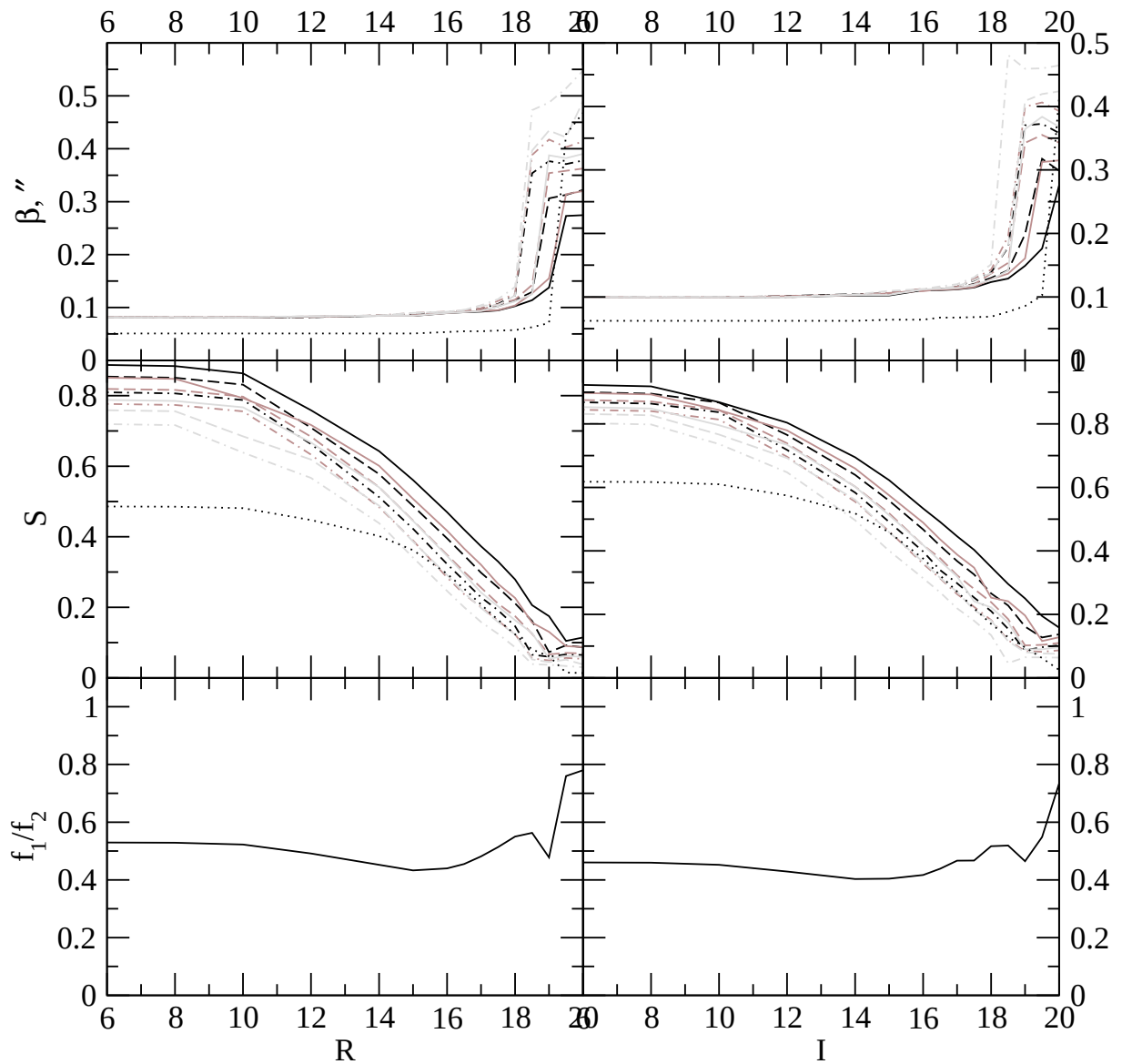


Рис. 3.14: Ожидаемая эффективность адаптивной оптики телескопа АЗТ-22 при наблюдении опорной звезды в зависимости от ее блеска. Верхний ряд — полуширина изображения β , средний — число Штреля S . Левый столбец — полоса R , правый — полоса I . Черные линии — хорошие условия в смысле приземного слоя, темно-серые — средние, светло-серые — плохие. Сплошные линии — хорошие условия в смысле свободной атмосферы, прерывистые — средние, штрих-пунктирные — плохие. Пунктирными линиями обозначены результаты для Шатджатмаза и 2.5 м телескопа. В нижнем ряду представлено отношение f_1/f_2 предельного потока для систем адаптивной оптики 2.5 м телескопа, установленного на Шатджатмазе, и 1.5 м телескопа на Майданаке к слабым объектам, см. текст.

насколько это возможно. Также предпочтительно использовать датчик волнового фронта типа пирамида (P-WFS), который позволит продвигнуться на $\sim 1.5^m$ по сравнению с датчиком Шака-Гартмана. При прочих

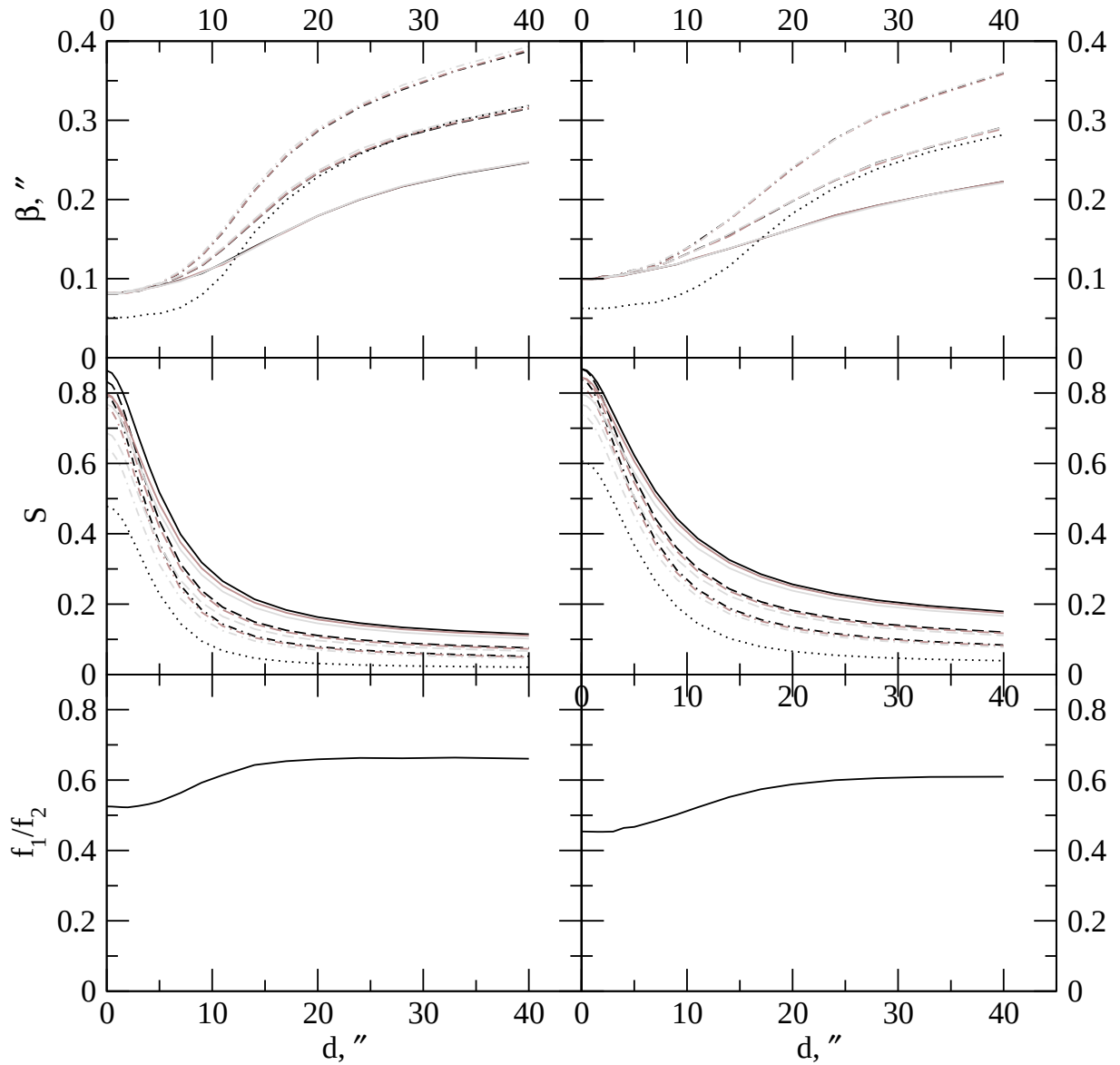


Рис. 3.15: Характеристики эффективности адаптивной оптики в зависимости от расстояния до опорной звезды, блеск опорной звезды 9^m . Значения осей координат, линий — такие же, как на рис. 3.14.

равных условиях он обеспечит более высокое число Штреля. Результаты моделирования также показывают, что рассмотренный нами детектор Andor iXon3 860 подходит для использования в WFS.

В режиме частичной коррекции в качестве опорной звезды могут быть использованы звезды намного более слабые, чем в дифракционном режиме. Так, даже для звезд $R = 19^m$ и $R = 17^m$ $\beta < 0.1''$ будет достигаться в 45% и 75% случаев, соответственно (см. рис. 3.9). При таких требованиях к опорной звезде область применения АО-коррекции значительно расширяется. Распределения 3.9 также могут быть использованы при автоматическом планировании наблюдений для оценки вероятности

достичь определенного качества коррекции для определенного объекта.

Исходя из изопланатических свойств системы и плотности звезд мы рассчитали распределение полуширины при наблюдении в произвольном направлении на небе. Медиана этого распределения для полосы R составляет $0.48''$ вблизи галактического полюса и $0.38''$ при галактической широте 30° . В полосе I эти же величины $0.34''$ и $0.27''$, соответственно. Т.о. рассмотренная нами система NGS АО может давать значительное уменьшение β даже для произвольного направления на небе. Это объясняется влиянием трех факторов: 1) мы рассматриваем режим частичной коррекции 2) предлагается использовать датчик типа пирамида, более чувствительный, чем датчик Шака-Гартмана 3) параметры системы оптимизируются под условия ОТ и блеск опорной звезды.

Заметим, что распределения, приведенные на рис. 3.12, являются обобщением понятия покрытия неба и позволяют прямо сравнивать эффективность предложенной системы при наблюдении в произвольном направлении с другими системами АО.

В режиме частичной коррекции оптимальным размером субапертуры деформируемого зеркала является 35 см. Мы выяснили, что собственные aberrации телескопа приведут к снижению числа Штреля на 10-15% в дифракционном режиме, и никак не повлияют на эффективность работы в режиме частичной коррекции.

Оптимизация экспозиции, размера субапертуры и коэффициента усиления под блеск опорной звезды и текущие характеристики ОТ позволяет существенно продвинуться по предельной звездной величине и достигаемому числу Штреля и полуширине. В качестве критерия оптимизации удобно рассматривать минимум величины $\beta + 1 - S$.

Поле зрения в режиме частичной коррекции определяется расстоянием от опорной звезды, на котором полуширина корректированного изображения возрастает до $0.15''$. В этом понимании распределение поля зрения рассмотренной нами системы получается довольно большим, см. рис. 3.13. При медиане $20''$, в 25% случаев поле зрения будет больше $30''$. Для предельной полуширины $0.3''$ медиана становится $36''$, в 25% — $150''$. В последнем случае система будет иметь эффективность, сравнимую с АО с компенсацией приземного слоя (см. следующий раздел).

Мы также оценили некоторые параметры эффективности для предполагаемой системы АО 1.5 м телескопа АЗТ-22, установленного на Майданаке. При этом мы использовали модель ОТ, описанную в подразделе 2.2. Были рассчитаны зависимости достижимого числа Штреля и полуширины от блеска, а также от расстояния до опорной звезды.

Основные результаты этого раздела опубликованы в статье “Adaptive optics performance simulation on the basis of MASS/DIMM data obtained on Mt. Shatdzhatmaz in 2009-2011” [66].

4 Адаптивная оптика с лазерной опорной звездой

Использование искусственного источника для измерения искажений волнового фронта — это стандартное решение проблемы малого покрытия неба, характерного для NGS АО [28]. Искусственный источник формируется на конечной высоте в атмосфере Земли с помощью лазера и светит за счет переизлучения атомами натрия (на высоте 85–95 км — SLGS) или рэлеевского рассеяния (на высоте 8–20 км — RLGS). LGS находится на конечной высоте h_* , а интересующие нас объекты бесконечно далеко, следовательно, искажения волнового фронта, измеряемые по LGS, отличаются от искажений, которые испытывает свет, идущий от удаленного источника. Этот эффект ограничивает возможности LGS-коррекции [67] и называется фокальный анизопланатизм или эффект конуса (мы будем пользоваться вторым термином). Эффект конуса также приводит к тому, что лучше всего компенсируется низкая турбулентность, а значит, коррекция реализуется в большем поле зрения, это явление используется в системах адаптивной оптики с компенсацией приземного слоя (Ground Layer Adaptive Optics — GLAO) [68].

Второе фундаментальное ограничение систем LGS АО заключается в том, что лазерная звезда не позволяет измерять наклоны (а также некоторые другие искажения низкого порядка) волнового фронта, вызванные атмосферой, иногда это явление называют “эффект клина” [28]. Для измерения наклонов приходится использовать одну или больше дополнительных опорных звезд, которые условно будем обозначать TT-NGS. Естественно, что в этом случае снова появляется проблема поиска подходящей звезды вблизи научного объекта. Однако требования к звезде, по которой измеряются только наклоны значительно ниже, чем для системы NGS АО.

В этом разделе мы выполним моделирование LGS АО с учетом эффекта конуса и эффекта клина (в дополнение ко всем эффектам, учтенным в предыдущем разделе) с помощью модифицированного пакета PAOLA, краткое описание принципа и внесенных модификаций см. в разделе 1.1. Некоторые параметры моделирования указаны в табл. 4.1, осталь-

ные параметры не менялись, см табл. 3.1. В качестве датчика волнового фронта будем рассматривать SH-WFS, менее требовательный к количеству света. Кроме того, он проще в исполнении, что несколько компенсирует сложность системы запуска лазерной звезды. Петлю обратной связи будем считать открытой, т.е. свет для измерения волнового фронта отбирается перед деформируемым зеркалом. В предыдущем разделе мы выяснили, что оптимизация позволяет значительно повысить эффективность системы, поэтому в данном случае мы также будем оптимизировать экспозицию t и размер субапертуры d .

Будем следовать той же программе, что и в предыдущем разделе, и начнем с определения ключевых параметров системы, затем рассчитаем распределения основных метрик эффективности при наблюдении в направлении опорной звезды, а также оценим поле зрения системы. Также мы сравним эффективность системы с рассмотренной в предыдущем разделе LGS АО.

4.1 Определение оптимального размера субапертуры и яркости LGS

Одним из главных параметров системы LGS АО является размер субапертуры деформируемого зеркала и датчика волнового фронта d . На рис. 4.1 приведена зависимость числа Штреля S и полуширины β в компенсированном изображении от высоты LGS для различных d . Из рисунка видно, что изменение d существеннее всего влияет на эффективность

Таблица 4.1: Обстоятельства моделирования LGS АО, отличающиеся от приведенных в таблице 3.1

параметр	значение
опорный источник	лазерная звезда
высота	7-80 км (варьируется)
блеск LGS	4 – 19 ^m (варьируется)
длина волны	658 нм (R), 806 нм (I)
тип WFS	Шак-Гартманн SH-WFS (положение фотоцентра)
петля обратной связи	6 пикселей на субапертуру открытая

при больших высотах LGS, характерных для SLGS. При малых высотах система находится в режиме частичной коррекции (см. предыдущий раздел) и использование $d < 20$ см становится бессмысленным. Поэтому в качестве рабочего размера субапертуры возьмем $d = 22.5$ см. Требуемый диапазон изменений волнового фронта в случае LGS АО такой же, как и для NGS АО, и можно воспользоваться оценками из подраздела 3.2.3.

Оценим также “предельную звездную величину” LGS, при которой эффективность системы еще не будет уменьшаться. Судя по зависимости, представленной на рис. 4.2, ее можно оценить как $R=14^m$, что соответствует 30 фотонам на субапертуру за экспозицию 30 мс, примерно такое значение имеет оптимальная экспозиция. В предыдущем разделе, когда речь шла о АО с естественной опорной звездой, мы рассматривали вопрос о предельной звездной величине более подробно, т.к. блеск NGS варьируется в широких пределах. Однако в данном случае необходимости в таком подробном анализе нет, поскольку блеском LGS мы

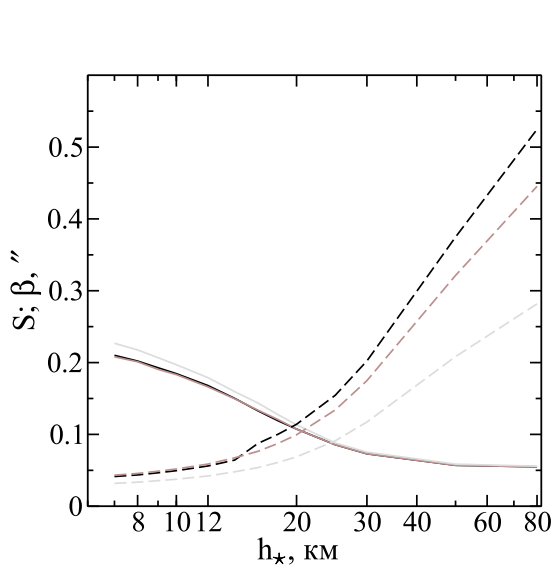


Рис. 4.1: Зависимость полуширины β (сплошные кривые) и числа Штреля S (прерывистые кривые) при наблюдении в направлении на опорный источник от его высоты h_* . Черные кривые — размер субапертуры $d = 16.7$ см, темно-серые — $d = 22.5$ см, светло-серые — $d = 35$ см. Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdzBB**.

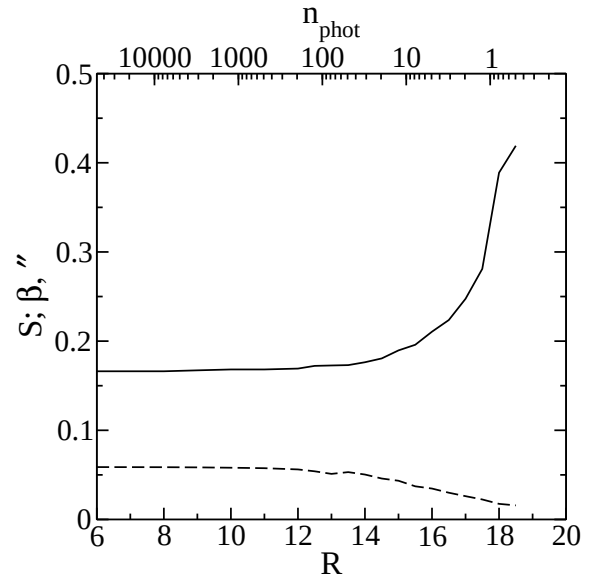


Рис. 4.2: Зависимость полуширины и числа Штреля в скорректированном изображении в направлении на LGS от блеска последней (вверху также отмечено количество квантов на субапертуру за экспозицию 30 мс). Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdzBB**, $d = 22.5$ см.

можем управлять и, следовательно, установить его заведомо превосходящим предельную звездную величину для подавляющего большинства случаев.

В дальнейшем нас будут интересовать в основном рэлеевские LGS (RLGS), для создания которых обычно используются импульсные лазеры, применяющиеся в производстве микроэлектроники. Для фиксации интервала высот, в котором находится RLGS, применяется быстрый затвор, отсекающий излучение, рассеянное выше или ниже этой заданной высоты. Допустим, в нашем случае длина этого интервала 150 м, тогда при частоте импульсов 10 кГц, требуемая средняя мощность лазера составляет 3 Вт (расчет по формулам из [69]).

4.2 Определение высоты фокусировки LGS

Высота фокусировки LGS h_* влияет на то, насколько силен эффект конуса, что в свою очередь определяет два важных аспекта наблюдений с LGS АО. С одной стороны, чем меньше h_* , тем хуже качество коррекции, но в тоже время больше поле, в котором это качество коррекции обеспечивается. Сказанное пояснено на рис. 4.3, где построена зависимость полуширины от углового расстояния до LGS при различных h_* . При построении этих графиков, так же, как в статье [31], мы не учитывали эффект клина. Т.е. мы предполагали, что изображение LGS неподвижно и наклоны волнового фронта измеряются по ней.

Изучим, как на параметры восстанавливаемого изображения будет влиять эффект клина. Для начала рассчитаем полуширину скорректированного изображения в направлении на LGS в зависимости от расстояния, на котором расположена ТТ-NGS, результаты представлены на рис. 4.4. Расчет был произведен для одной, двух и трех ТТ-NGS. В случае двух ТТ-NGS, они располагались на одинаковых расстояниях от LGS, по разные стороны от нее. В случае же трех ТТ-NGS, они располагались в вершинах равностороннего треугольника, в центре которого находилась LGS. Аналогичные оценки также были получены с помощью метода МК для одной ТТ-NGS (см. подраздел 1.2), они также приведены на рисунке 4.4. Как видно, совпадение приемлемое, особенно в той области значений углов ($> 50''$), которая будет интересовать нас в дальнейшем.

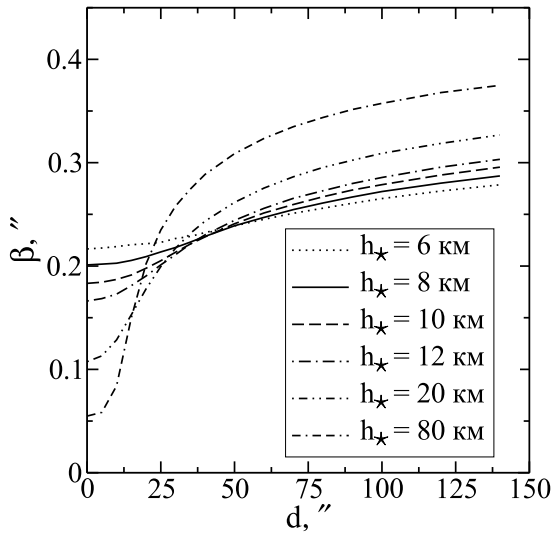


Рис. 4.3: Зависимость полуширины β от расстояния до LGS при различных h_* . Значение линий см. в легенде. Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdzBB**, без учета эффекта клина.

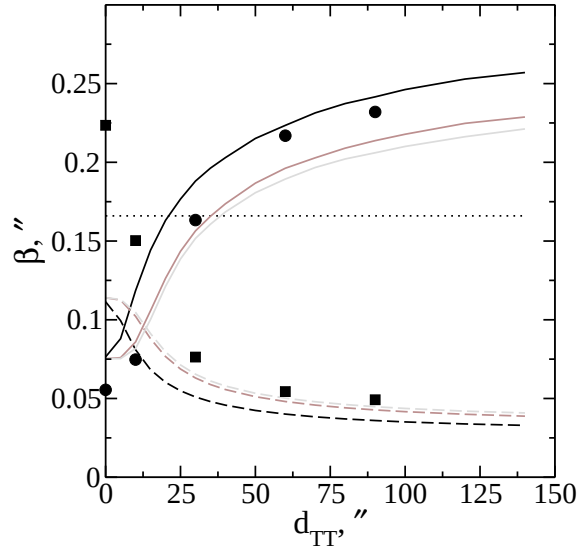


Рис. 4.4: Зависимость полуширины (сплошные линии) и числа Штреля (прерывистые линии) в направлении на LGS от расстояния до TT-NGS. Черные линии — одна TT-NGS, темно-серые — две TT-NGS, светло-серые — три TT-NGS. Черными символами показаны результаты аналогичных расчетов методом МК для одной TT-NGS. Кружки — полуширина β , квадраты — число Штреля S . Пунктирной линией отмечена полуширина рассчитанная без учета эффекта клина. Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdzBB**, $h_* = 8$ км.

Интересно, что при малых расстояниях до TT-NGS, дополнительная коррекция наклонов приводит к значительному увеличению эффективности, по сравнению с LGS АО без учета эффекта клина. Это подтверждается моделированием МК, а также реальными наблюдениями [70]. При больших расстояниях она же дает небольшое ухудшение качества коррекции, также по сравнению с LGS АО без учета клина. Тем не менее без нее нельзя обойтись, без TT-NGS эффективность АО будет лишь ненамного лучше, чем в отсутствии какой-либо коррекции. Также заметим, что использование двух TT-NGS значительно улучшает ситуацию по сравнению с одной, добавление же еще одной TT-NGS не приносит особо улучшения. Поэтому целесообразно использовать две TT-NGS, как это также предлагается в [31].

Чтобы выяснить, как на самом деле на ситуацию влияет дополнительные TT-NGS, необходимо определить вероятность обнаружить нужную

звезду недалеко от объекта. В приложении к NGS АО этот вопрос подробно обсуждался в подразделе 3.3. К сожалению, мы не можем воспроизвести здесь этот анализ полностью, вследствие объемности вычислений в случае LGS АО. Вместо этого ограничимся рассмотрением упрощенного случая, когда профиль турбулентности фиксирован (**sdzBB**). Используем вероятность найти минимум две TT-NGS на площадке радиусом r (вместо уравнения (3.1)):

$$S_m(r) = 1 - (1 + \pi r^2 \mu_m) \exp(-\pi r^2 \mu_m), \quad (4.1)$$

где μ — плотность звезд, индекс m обозначает, что уравнение записано для звезд из интервала блеска $[m - 0.5, m + 0.5]$. Плотность звезд мы взяли из таблицы 3.2, для полосы R и галактического полюса. С помощью этого уравнения, действуя аналогично подразделу 3.3, получим распределение полуширины скорректированного изображения при наблюдении в произвольном направлении. Результаты для различных h_* приведены на рис. 4.5. Этот рисунок показывает, что при учете эффекта клина преимущество использования высоких LGS не столь велико — 1.3-1.4 раза, как можно было бы ожидать при пренебрежении эффектом конуса (см. рис. 4.3). Поэтому мы остановимся на низких LGS, т.к. они позволяют достичь приемлемой степени коррекции и в то же время обеспечивают меньшие вариации параметров изображения по полю зрения. Далее в оценках мы будем использовать в качестве основной рабочей высоты LGS $h_* = 8$ км.

4.3 Эффективность системы LGS АО

Мы рассчитали полуширину компенсированного изображения для модели турбулентности **sdz300** при следующих параметрах системы RLGS АО $d = 22.5$ см, $h_* = 8$ км, $R = -\infty$. При расчетах мы учли эффект клина, предположив, что для компенсации наклонов волнового фронта используются две TT-NGS одинаковой яркости (17^m), находящиеся на расстоянии $90''$ от LGS по разные стороны от нее (такая конфигурация дает некоторое типичное снижение эффективности). Получившееся распределение полуширины для полосы R и I приведено на рис. 4.6. Число

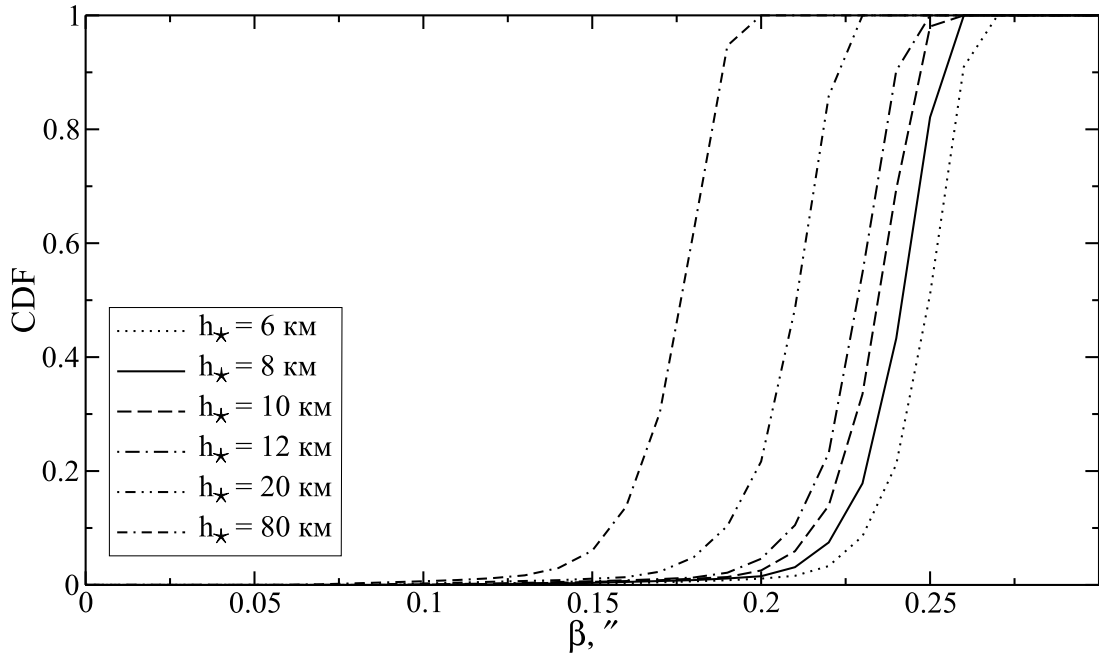


Рис. 4.5: Черными линиями отмечены распределения полуширины компенсированного изображения в направлении на LGS для произвольной точки неба для медианных условий, линии соответствуют различным высотам фокусировки LGS (см. легенду). Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdzBB**.

Штреля в этом случае мало, поэтому мы не приводим его статистику (оно никак не характеризует изображение). На этом же рисунке для сравнения приведено распределение полуширины при компенсации NGS АО в произвольном направлении на небе (расчет см. в предыдущем разделе), а также распределение полуширины некомпенсированного изображения.

Из графика 4.6 следует интересный вывод, что ни NGS АО, ни LGS АО, ни тем более RLGS GLAO не способны работать в дифракционном режиме в видимом диапазоне в произвольном направлении вследствие низкого покрытия неба, этот факт был отмечен ранее [71] и [70]. Одним из способов решить эту задачу является мультисопряженная адаптивная оптика (MultiConjugated Adaptive Optics - MCAO) [72], или ее упрощенный вариант, в котором осуществляется томография ОТ, а исправление искажений производится в одном, заданном направлении [73]. Также дифракционное качество изображения в видимом диапазоне может быть получено при использовании сетки из RLGS [74], и еще несколькими способами [28]. Однако все эти методы технически весьма сложны и их модельное исследование выходит за рамки данной работы.

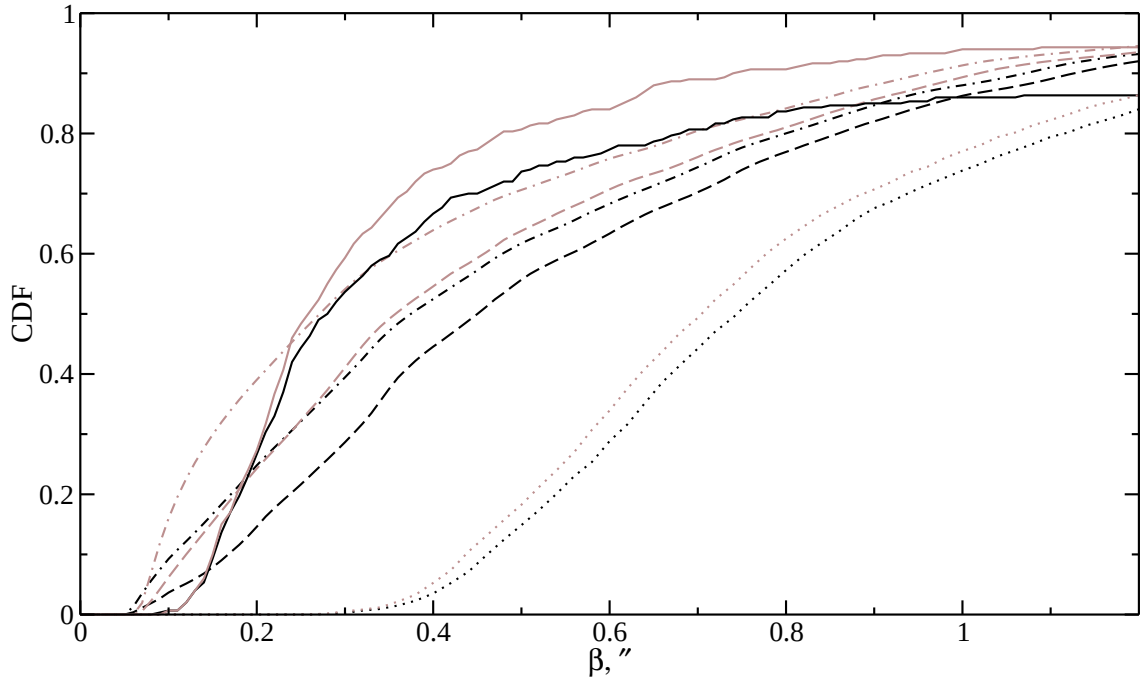


Рис. 4.6: Сплошные кривые — распределения полуширины компенсированного изображения β при $d = 22.5$ см, $h_\star = 8$ км и бесконечно яркой LGS. Черные кривые — полоса R , серые — полоса I . Прерывистые линии — распределения полуширины изображения, компенсированного с помощью NGS AO в произвольной точке неба. Ранее эти распределения были приведены на рис. 3.12, в предыдущем разделе. Там же смотри подробное описание и параметры системы. Пунктирные линии — распределение ожидаемой полуширины изображений без какой-либо коррекции, с учетом внешнего масштаба ($L_0 = 25$ м). Расчет для 2.5 м телескопа, модель турбулентности **sdz300**.

Подобно тому, как мы делали в разделе 3, для характеристики поля зрения рассмотренной системы определим расстояние от LGS, при котором полуширина превосходит некоторый порог, назовем это расстояние условно углом изопланатизма. В качестве порогов возьмем $0.15''$, $0.3''$ и $0.4''$. Соответствующие углы изопланатизма мы рассчитали с выбранными оптимальными параметрами, в т.ч. с учетом эффекта клина. Результаты представлены на рис. 4.7.

4.4 Обсуждение

В этом разделе мы рассматривали систему LGS AO для 2.5 м телескопа, рассчитанную на видимый диапазон. Найдены оптимальные значения основных параметров системы $d = 22.5$ см, $h_\star = 8$ км. Установлена предельная звездная величина LGS $R = 14^m$, что соответствует 30 фотонам

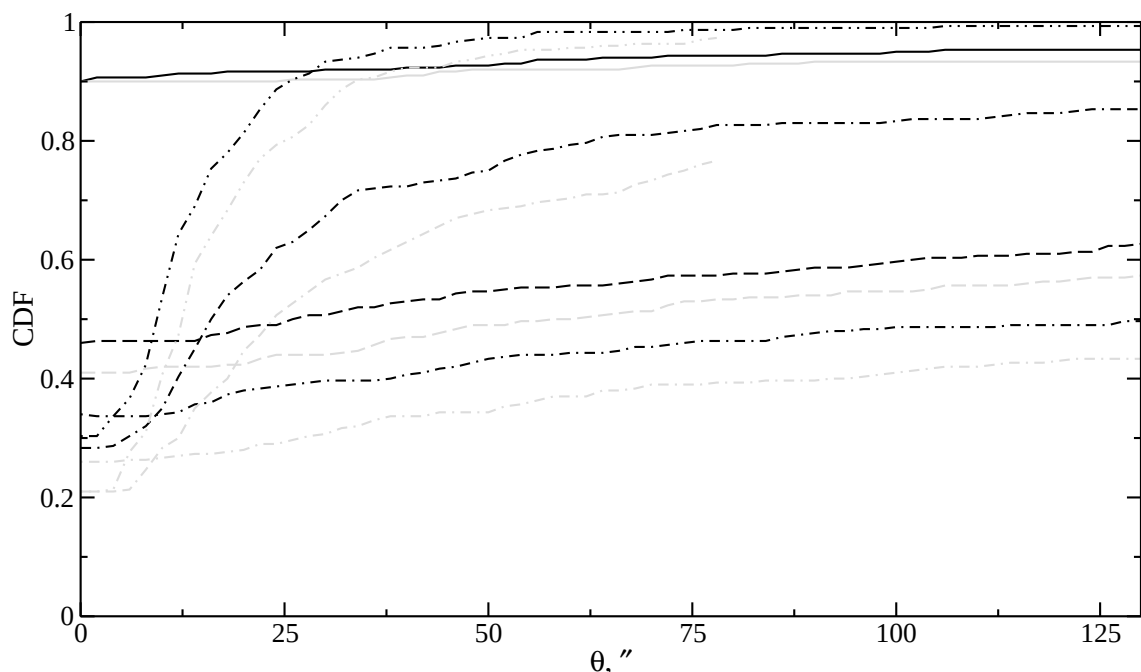


Рис. 4.7: Распределения углов изопланатизма (определение см. в тексте), соответствующих порогам $0.15''$ (сплошные линии), $0.3''$ (прерывистые линии), $0.4''$ (штрих-пунктирные линии). Черные линии — расчет для полосы R , серые — для полосы I . Также для сравнения приведены аналогичные распределения, рассчитанные для системы NGS AO, рассмотренной в предыдущем разделе, см. рис. 3.13. Блеск опорной звезды 17^m , порог $0.15''$ (штрих-пунктирная линия с двумя точками), $0.30''$ (штрих-пунктирная линия с двумя штрихами).

за экспозицию на субапертуру WFS. Такое количество фотонов может быть обеспечено импульсным лазером мощностью не меньше 3 Вт. В этом случае система будет работать в режиме АО с компенсацией приземного слоя (GLAO), подобно системам, описанным в работах [75, 76, 70]. Для измерения наклонов волнового фронта предлагается использовать две естественные звезды (TT-NGS), захватываемые в радиусе $2.5'$ от LGS.

Системы GLAO работают в режиме частичной коррекции, который, как было упомянуто в предыдущем разделе, хорошо характеризуется полушириной изображения. Ожидаемое распределение полуширины приведено на рис. 4.6, там же для сравнения приведено распределение полуширины для системы NGS AO, описанной в разделе 3. Видно, что рассмотренные системы GLAO и NGS AO имеют практически одинаковую эффективность в смысле полуширины! Обе системы обеспечат уменьшение полуширины примерно в два раза по сравнению с некорректированным изображением. Преимущество системы GLAO перед NGS

АО заключается в том, что в первом случае коррекция реализуется на гораздо большем поле зрения, а также она более однородна по полю, см. рис. 4.7.

SLGS обеспечит качество коррекции, близкое к дифракционному только вблизи звезды, подходящей для компенсации наклонов волнового фронта (TT-NGS). В произвольном же направлении на небе ее эффективность ненамного превосходит эффективность GLAO, поэтому мы считаем, что применение АО такого типа в видимом диапазоне нецелесообразно.

5 Компенсация наклонов волнового фронта

Исправление наклонов волнового фронта, или другими словами быстрое гидирование — это простейший способ улучшения изображений, искаженных атмосферой. При $D/r_0 < 3.7$ этот метод позволяет достигать качества изображения, близкого к дифракционному. В данном разделе мы исследуем, как различные факторы влияют на эффективность применения этого метода на 2.5 м телескопе. Среди этих факторов как внешние, такие как блеск опорной звезды и профиль турбулентности, так и чисто технические, такие как рабочая частота системы, количество опорных звезд.

Особый интерес представляет компенсация наклонов волнового фронта при наблюдениях в ближнем ИК-диапазоне. На 2.5 м телескопе предполагается установка камеры ASTRONIRCAM¹, работающей в полосах J, H, K , с угловым размером пикселя $0.28''$, числом пикселей 1024×1024 и, соответственно, полем зрения $4.76'$. Перспективы компенсации наклонов при наблюдениях на этой камере мы рассмотрим подробнее.

Для количественных оценок мы будем использовать метод, развитый в статье [31] и запрограммированный нами в коде PAOLA [30].

5.1 Определение рабочей частоты системы компенсации наклонов

Рассмотрим вопрос о требуемой частоте исправления наклонов волнового фронта. Наклоны волнового фронта на некоторой апертуре диаметром D удобно рассматривать как коэффициенты Цернике 2 и 3. Временной спектр мощности флуктуаций этих коэффициентов, вызванных одним турбулентным слоем с параметром Фрида r_0 и движущимся со скоростью V вдоль оси X , выглядит следующим образом [77]:

$$\Phi(\nu) \sim \frac{r_0^{-5/3}}{D^2 V} \int \frac{|J_2(\pi D f)|^2 Q(\theta)}{f^2 (f^2 + L_0^{-2})^{-11/6}} df_y, \quad (5.1)$$

¹MSU IR Camera requirements — Statement of Work

где ν — частота, L_0 — внешний масштаб, а f — модуль вектора пространственной частоты $\mathbf{f}$, он записывается так:

$$f = \sqrt{\nu^2/V^2 + f_y^2}. \quad (5.2)$$

θ — угол, образуемый вектором $\mathbf{f}$ и осью X, а вид функции Q зависит от того, какие наклоны рассматриваются. Для наклонов в направлении ветра $Q(\theta) = \cos^2(\theta)$, для наклонов поперек — $Q(\theta) = \sin^2(\theta)$.

Рассмотрим систему, измеряющую и исправляющую наклоны волнового фронта. Предположим, что она работает в открытой петле обратной связи. Естественно, что измерения будут производиться с некоторой экспозицией τ . Управляющее воздействие наступает в конце экспозиции. В этом случае временной спектр мощности остаточных флуктуаций наклонов волнового фронта будет связан с исходным спектром:

$$\Phi_r(\nu) = \Phi(\nu) [1 - 2\text{sinc}(\tau\nu) \cos(\pi\tau\nu) + \text{sinc}^2(\tau\nu)] \quad (5.3)$$

Выражение в скобках — спектральный фильтр, учитывающий усреднение на интервале τ и задержку $\tau/2$. На рисунке 5.1 приведены примеры исходного и остаточного спектра мощности флуктуаций наклона для типичных параметров задачи. Интегрируя спектр $\Phi_r(\nu)$ по всем частотам, получим остаточную дисперсию наклонов σ_r^2 . Чтобы получить из нее полную остаточную дисперсию фазы, нужно добавить к ней дисперсию, соответствующую полиномам Цернике более высоких порядков σ_{HO}^2 [43]. Результирующую величину удобно рассматривать в сравнении с полной исходной дисперсией фазы σ^2 , которую можно получить, интегрируя по частотам $\Phi(\nu)$. На рисунке 5.2 приведены зависимости величины $(\sigma_r^2 + \sigma_{HO}^2)/\sigma^2$ от рабочей частоты системы $1/\tau$. Расчет выполнен для медианного для Шатджатмаза профиля **sdzBB** и внешнего масштаба $L_0 = 25$ м. Видно, что для этого профиля при частоте коррекции 10-15 Гц остаточная дисперсия фазы перестает уменьшаться с увеличением частоты. Наконец заметим, что величина $(\sigma_r^2 + \sigma_{HO}^2)/\sigma^2$ не зависит от длины волны, на которой производятся наблюдения.

Реальные системы быстрого гидирования должны также устранять дрожания изображения, вызванные вибрацией монтировки телескопа на

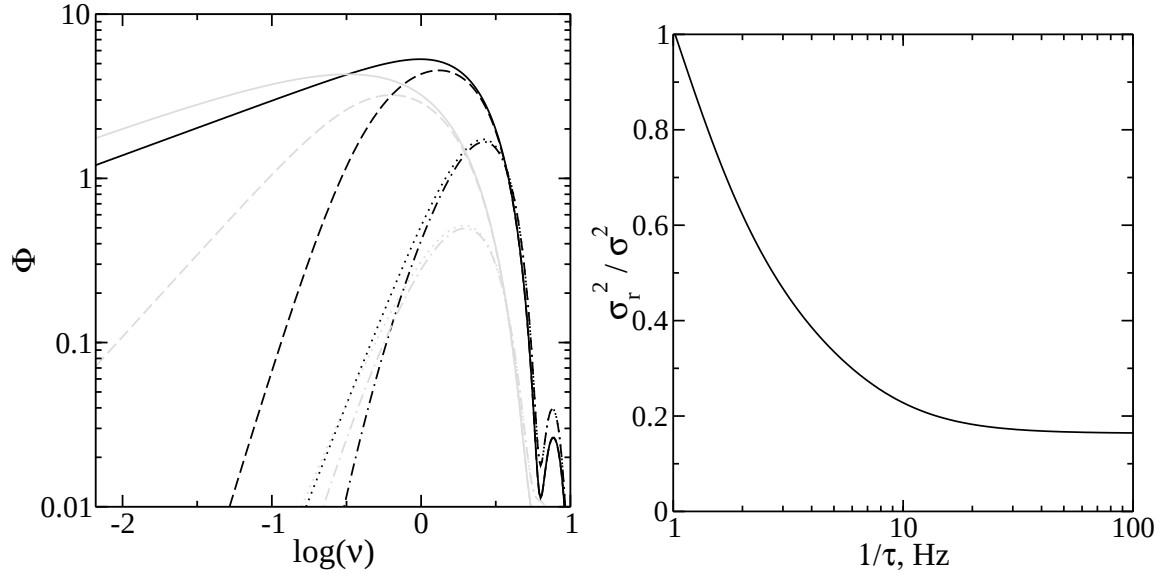


Рис. 5.1: Временные спектры мощности флуктуаций наклонов волнового фронта. $r_0 = 10$ см, скорость ветра 10 м/с, по оси X отложен десятичный логарифм частоты в Гц. Черные кривые соответствуют наклонам вдоль направления ветра, серые — поперек направления ветра. Сплошные линии — исходные спектры $\Phi(\nu)$ при $L_0 = \infty$, прерывистые — то же при $L_0 = 25$ м, пунктирные — $\Phi_r(\nu)$ при $\tau = 0.1$ с при $L_0 = \infty$, штрих-пунктирные — то же, при $L_0 = 25$ м.

Рис. 5.2: Относительное уменьшение дисперсии фазы волнового фронта за счет компенсации наклонов в зависимости от рабочей частоты корректирующей системы (которая равна $1/\tau$). Диаметр апертуры 2.5 м, профиль турбулентности **sdzBB** (медианный для Шатджатмаза), внешний масштаб $L_0 = \infty$.

собственной, т.к. эти частоты порядка 10-20 Гц, поэтому рабочая частота выбирается около 30 Гц. Система, работающая на этой частоте, заведомо исправляет также все флуктуации наклонов, вызванные атмосферой с большим запасом (как видно из рис. 5.2).

5.2 Эффективность системы при наблюдениях опорной звезды.

Оценим эффективность компенсации наклонов волнового фронта в том случае, когда интересующий нас объект и опорная звезда совпадают. Зависимость полуширины исправленного изображения от длины волны для медианного профиля изображена на рис. 5.3. Видно, что наибольший эффект коррекция имеет при длинах волн 1.5-2.5 мкм, т.е. в полосах H и

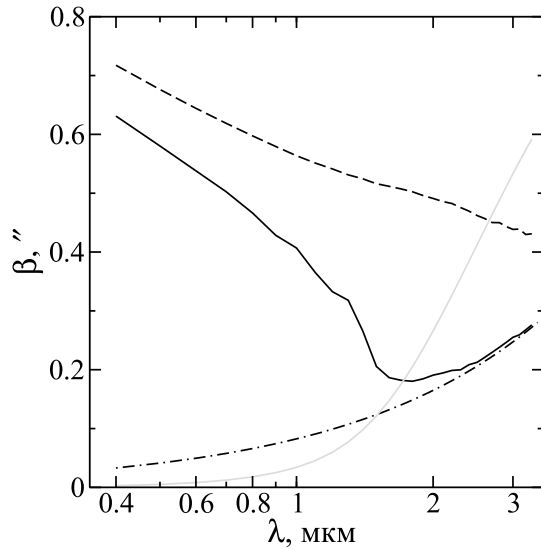


Рис. 5.3: Зависимость полуширины исходного изображения (черная прерывистая линия), исправленного (черная сплошная линия) и дифракционного (черная штрихпунктирная линия) от длины волны. Также приведена зависимость числа Штреля в исправленном изображении от длины волны — серая сплошная линия. Расчет для профиля *sdzBB*.

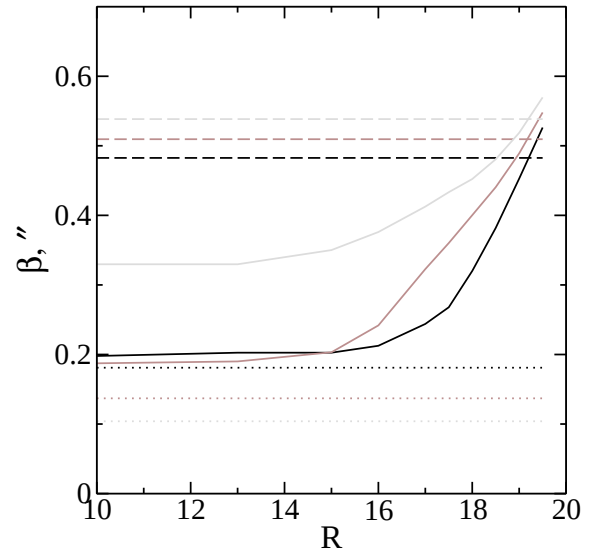


Рис. 5.4: Зависимость полуширины исправленного изображения от блеска опорной звезды (сплошные линии) для фотометрических полос J (светло-серые линии), H (темно-серые линии), K (черные линии). Также для сравнения приведены уровни, соответствующие исходному изображению (прерывистые линии), и соответствующие дифракционному изображению (пунктирные линии).

К. Для этих полос достижимо близкое к дифракционному качество изображения при числе Штреля 0.15-0.3. В дальнейшем мы сосредоточимся на анализе эффективности работы в этом диапазоне длин волн. Случай более коротковолнового диапазона будет рассмотрен в подразделе 5.4.

Рассчитаем, как будет зависеть эффективность коррекции от блеска гидировочной звезды. Чтобы оценить это, необходимо сначала сделать некоторые предположения о методике измерения наклонов. Предположим, что изображение звезды будет строиться в центре матрицы 2×2 , состоящей из лавинных фотодиодов (т.н. схема “4 квадранта”). Квантовая эффективность фотодиодов 0.5, рабочая частота системы 30 Гц, датчик работает в полосе R . На рис. 5.4 показано, как в этом случае будет зависеть полуширина скорректированного изображения от длины волны света. Видно, что для медианного профиля предельная звездная величина опорной звезды будет около 17^m .

Мы рассчитали ожидаемую полуширину и число Штреля скорректированных изображений при различном блеске гидировочной звезды, для разных фотометрических полос и для модели атмосферы **sdz300** (300 случайным образом выделенных профилей). Результаты представлены в виде кумулятивных распределений на рис. 5.5.

При расчете мы учитывали собственные аберрации оптической системы, приведенные в подразделе 2.3. Напомним, что после установки телескопа аберрации скорее всего изменятся. В отсутствии аберраций полуширина, даваемая системой компенсации наклонов, уменьшится на $0.05''$.

Угловой размер пикселя камеры $0.28''$, что вполне достаточно для адекватной дискретизации исходных, некорректированных изображений. Для скорректированных изображений, полуширина которых порядка $0.2''$, такая дискретизация может показаться слишком грубой. Однако, как показано, например, в [78], применяя т.н. dithering, т.е. получая несколько кадров, смещенных относительно друг друга на доли пикселя, а затем комбинируя эти изображения с помощью специального алгоритма, можно восстановить изображение, содержащее высокие частоты, вплоть до частоты среза оптической системы. Таким способом восстанавливаются изображения, полученные на камере WFPC2 космического телескопа Хаббла, а также на многих других инструментах. Отсюда можно заключить, что камера ASTRONIRCAM при наблюдениях с компенсацией наклонов волнового фронта сможет получать изображения, близкие по разрешению к дифракционным.

5.3 Анизопланатизм и покрытие неба

Рассмотрим, как будет изменяться качество коррекции по мере удаления от гидировочной звезды, рис. 5.6. Этот расчет был выполнен для случая одной, двух и трех гидировочных звезд. В тех случаях, когда гидировочных звезд больше одной, результаты измерения наклонов волнового фронта по ним усредняются. Как видно из рисунка, две гидировочные звезды существенно улучшают анизопланатические свойства системы, эффект добавления третьей звезды уже не так значителен. Ранее мы пришли к аналогичному выводу, рассматривая систему компен-

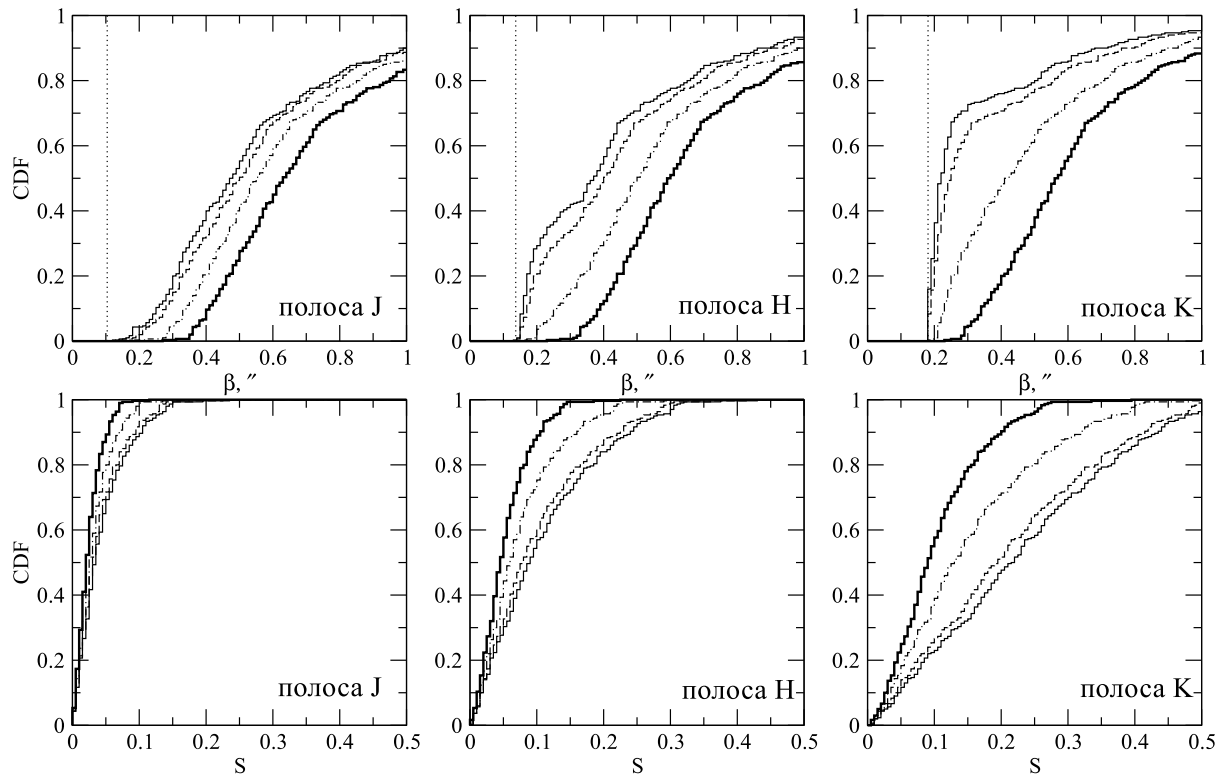


Рис. 5.5: Распределения достижимых полуширин (верхний ряд) и чисел Штреля (нижний ряд) в скорректированном изображении. Первая колонка — полоса J, вторая колонка — полоса H, третья колонка — полоса K. Тонкие сплошные линии — для блеска гидировочной звезды $R = 14^m$, прерывистые — для $R = 16^m$, штрих-пунктирные — для $R = 18^m$. Толстые сплошные линии относятся к исходным, нескорректированным изображениям. Пунктирными линиями обозначены полуширины дифракционных изображений для соответствующих полос.

сации наклонов волнового фронта системы LGS АО, см. подраздел 4.2. В дальнейшем будем предполагать, что используются две гидировочные звезды.

Большой интерес также представляет равномерность скорректированной ФРТ по полю зрения, учитывая, что оно довольно большое — $4.76' \times 4.76'$. Мы рассчитали полуширину ФРТ для 256 точек, распределенных по полю зрения, для случая двух гидировочных звезд, на расстояниях $2.5'$ от центра поля зрения по разные стороны от него. Результаты и положение гидировочных звезд представлены на рисунке 5.7. Видно, что в центре поля зрения есть область размерами $2' \times 2'$, в которой полуширина лежит в пределах $0.28 \pm 0.005''$, в целом по полю полуширина меняется от $0.23''$ до $0.3''$.

Перейдем к вопросу о покрытии неба для данной системы. Сначала

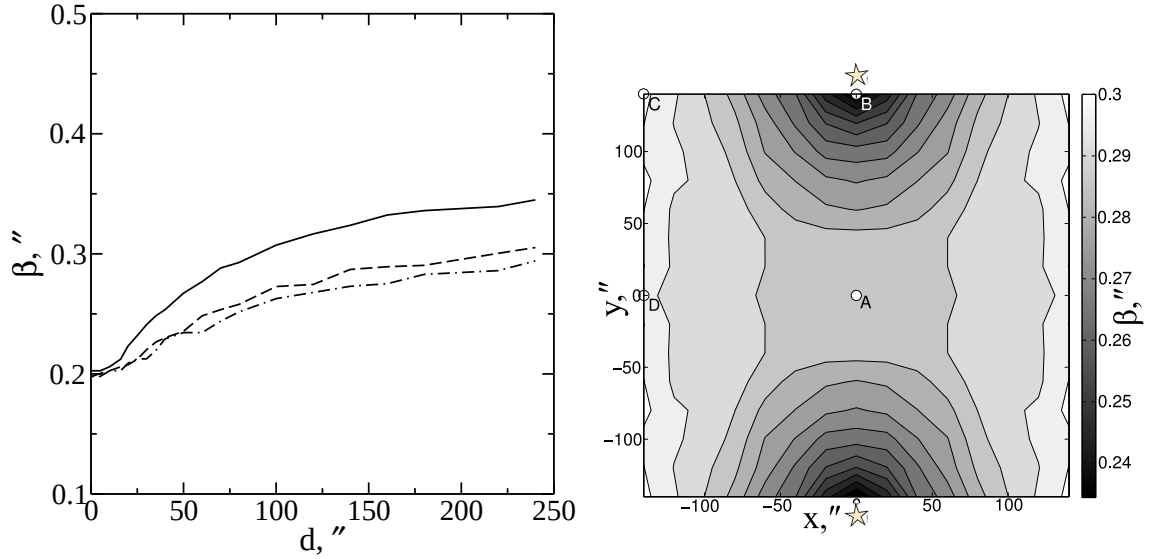


Рис. 5.6: Зависимость полуширины исправленного изображения от расстояния до гидировочной звезды для медианного профиля и очень яркой гидировочной звезды (звезд). Сплошная линия — одна гидировочная звезда, прерывистая — две, на одинаковом расстоянии по разные стороны от рассматриваемой точки, штрих-пунктирная — три, также на одинаковом расстоянии от рассматриваемой точки и лежащие в вершинах равностороннего треугольника.

Рис. 5.7: Переменность полуширины ФРТ по полю. Положения гидировочных звезд отмечены звездочками. Фотометрическая полоса K , модель атмосферы — медианный профиль $sdzBB$.

определим угол изопланатизма θ_{f300} , как расстояние, на которое нужно удалить две гидировочные звезды от центра поля зрения, чтобы полуширина скорректированного изображения в нем не превышала $0.3''$ (подобно оценкам в разделах 3 и 4). Заметим, что в таком определении θ_{f300} зависит от блеска гидировочных звезд $\theta_{f300}(m)$, для простоты будем считать, что они имеют одинаковый блеск m .

Под покрытием неба будем понимать вероятность найти две гидировочные звезды на круглой площадке с радиусом, равным углу изопланатизма. В предположении, что звезды распределены по небу случайно эта вероятность выразится формулой

$$p(m) = 1 - (1 + \pi\theta_{f300}(m)^2\mu_m) \exp(-\pi\theta_{f300}(m)^2\mu_m), \quad (5.4)$$

обозначения такие же, как в формуле (3.1). Чтобы рассчитать вероятность найти гидировочные звезды из более широкого интервала блеска

$[m_1, m_2]$, разобьем его на мелкие интервалы, вычислим вероятность (5.4) для каждого из них, а затем сложим их по формуле сложения вероятности наблюдать хотя бы одно из них:

$$p(m_1, m_2) = 1 - \prod_{m=m_1}^{m_2} (1 - p(m)) = 1 - \exp\left(-\sum_{m=m_1}^{m_2} q_m\right) \quad (5.5)$$

Так можно вычислить полную вероятность найти гидировочные звезды для какого-то определенного профиля турбулентности. Чтобы рассчитать ожидаемое распределение покрытия неба, воспользуемся моделью `sdz300`.

Полученное распределение представлено на рисунке 5.8, слева. На этом распределении можно выделить три режима. В первом режиме (доля времени 30%) полуширина $0.3''$ не достигается ни при каком расстоянии от гидировочной звезды, наличие таких ситуаций можно было предвидеть из распределений на рис. 5.5. Во втором режиме (доля времени 25%) покрытие неба составляет небольшую величину, в эти моменты можно наблюдать только те объекты, которые сами могут выступать в роли гидировочной звезды. И наконец, в третьем режиме (доля времени 35%), угол изопланатизма значительно превышает $5'$ и покрытие неба очень близко в полному.

Теперь рассмотрим аналогичную ситуацию, но в качестве критерия покрытия неба возьмем условие, что полуширина ФРТ в поле размерами $4.76' \times 4.76'$ нигде не превысит $0.3''$. Соответствующие распределения представлены на рис. 5.8, справа. Видно, что в 28% времени покрытие неба полное, а в остальных случаях заданное условие не выполняется ни при каких условиях. Заметим, что без компенсации наклонов полуширина $0.3''$ будет наблюдаться менее, чем в 3% случаев.

5.4 Компенсация наклонов в видимом диапазоне

Как и ожидается (см. рис. 5.3), для коротковолновых полос ($\lambda < 1$ мкм), эффективность коррекции довольно мала. В этом случае достаточно ограничиться исправлением вибраций и погрешностей ведения монтажки. Эти виды искажений постоянны на очень большом поле зре-

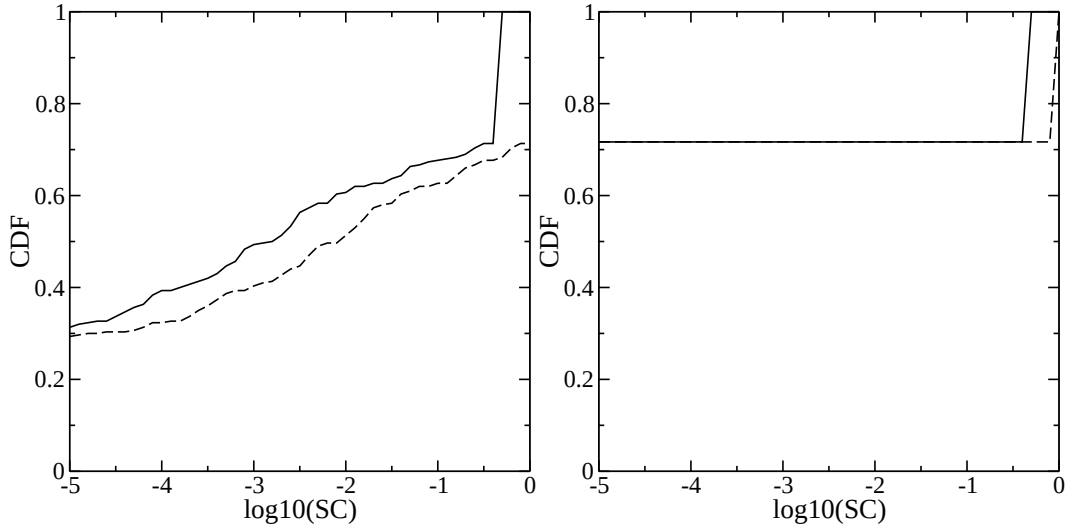


Рис. 5.8: Распределения покрытия неба. Слева: критерий — полуширина в центре поля $> 0.3''$, справа — полуширина по всему полю $> 0.3''$. Плотность звезд взята из [65], методика расчета описана в разделе 3.3. Сплошные линии — северный галактический полюс, прерывистые — площадка 2 (см. подраздел 3.3). Фотометрическая полоса K , модель атмосферы *sdz300*.

ния, следовательно гидировочную звезду можно взять одну и довольно далеко от научного объекта.

При блеске гидировочной звезды $R = 17^m$ погрешность определения наклона будет составлять $0.04 - 0.05''$, что вполне достаточно. Плотность звезд ярче 17^m в направлении на северный галактический полюс — около 0.125 звезд/кв. минуту. Отсюда, при радиусе поля в $22'$ ожидаемое число гидировочных звезд — 200 , что вполне достаточно. Расширение спектрального диапазона датчика наклонов также позволит существенно (примерно в 2 раза) увеличить число доступных гидировочных звезд.

5.5 Обсуждение

Мы рассмотрели систему компенсации наклонов волнового фронта следующей конфигурации. Наклоны волнового фронта измеряются в видимом диапазоне (полоса R) по двум гидировочным звездам. Датчики наклона представляют собой массивы 2×2 из лавинных фотодиодов, установленные в фокальной плоскости. Датчики позиционируемые, радиус поля захвата — $5'$ (30 мм в фокальной плоскости). Предпочтителен отбор света с помощью дихроичного зеркала, в этом случае можно бу-

дет использовать в качестве гидировочной звезды наблюдаемый объект. Частота измерения и компенсации наклонов 30 Гц.

Эта система позволит достичь в инфракрасных полосах H и K качества изображения, близкого к дифракционному в 40% и 70% наблюдательного времени, соответственно, см. рис. 5.5), уменьшая полуширину изображения. Камера ASTRONIRCAM сможет реализовать это разрешение на всем поле в $4.76' \times 4.76'$, для этого понадобится применить технику dithering. Доля времени, в которое система сможет обеспечить полуширину менее $0.3''$ по всему полю зрения — 28% для всех галактических широт.

Итак, можно сделать вывод, что на будущем 2.5 м телескопе в инфракрасных полосах H и K компенсация наклонов волнового фронта представляется простым и эффективным способом достижения качества изображения, близкого к дифракционному. В полосе J возможно уменьшение полуширины изображения примерно в два раза. Что касается видимого диапазона, то компенсация наклонов волнового фронта, вызванных атмосферой, будет слабо влиять на качество изображения.

6 Селекция изображений

Метод, известный в англоязычной литературе, как “lucky imaging” был предложен несколько десятков лет назад, и в последнее время он стремительно набирает популярность благодаря появлению детекторов, в которых реализована технология электронного усиления (EMCCD), благодаря чему они практически лишены шума считывания [79, 80]. Принцип этого метода заключается в получении серии короткоэкспозиционных изображений, последующем отборе среди них некоторой доли лучших и сложении их с помощью алгоритма shift-and-add (SAA). Этот алгоритм, в своем простейшем виде, предполагает сдвиг каждого кадра, добавляемого к сумме так, чтобы ярчайшие пиксели всех кадров совпали. Строго говоря, lucky imaging является синтезом методов селекции изображений и SAA. В этом разделе мы за отсутствием общепринятого перевода термина lucky imaging на русский язык будем использовать термин “селекция изображений”.

Главные преимущества метода селекции изображений это 1) достаточно простой инструментарий (по сравнению с АО); 2) простая обработка; 3) большой угол изопланатизма. Авторами [80] было экспериментально обнаружено, что угол изопланатизма для селекции изображений составляет $20 - 25''$, что заметно больше, чем аналогичная величина для адаптивной оптики и спекл-интерферометрии. Соответствующие наблюдения были выполнены на телескопе NOT, обсерватория Рок де лос Мучачос. Свойства атмосферы над Шатджатмазом и в этой обсерватории [81] существенно отличаются, поэтому результаты [80] не могут быть просто перенесены на 2.5 м телескоп.

Поэтому возникла необходимость определить эффективность метода селекции изображений при применении его на 2.5 м телескопе в смысле достижимого числа Штреля и угла изопланатизма. Эта задача особенно актуальна, если учесть упомянутые преимущества селекции изображений. Также с помощью моделирования мы определим масштаб и поле зрения камеры для селекции изображений. Под масштабом мы будем понимать угловой размер пикселя ω .

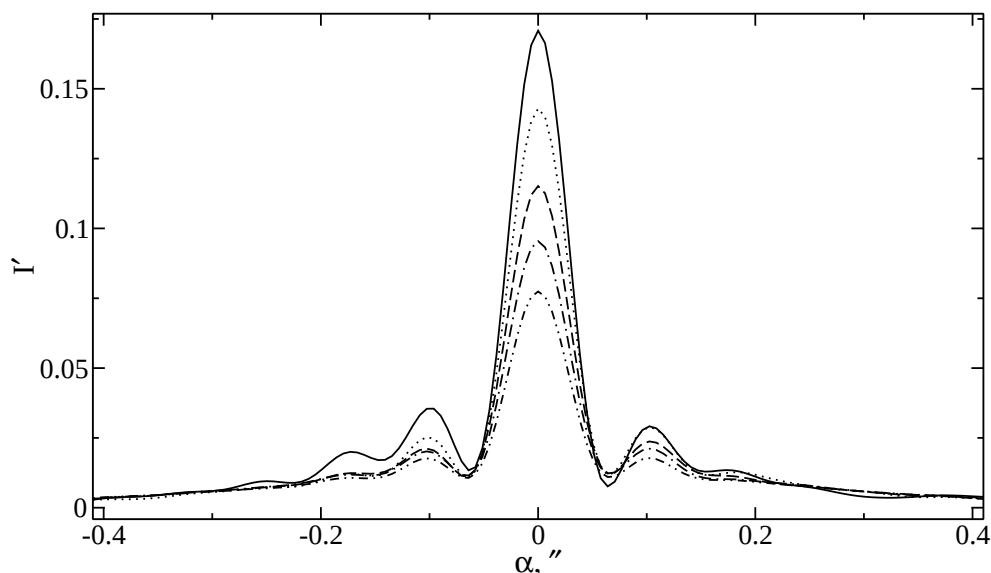


Рис. 6.1: Разрезы модельных изображений точечного объекта, восстанавливаемых методом селекции изображений. Сплошные линии — FSR=1%, пунктирные — FSR=5%, штриховые — FSR=10%, штрих-пунктирные — FSR=50%, штрих-пунктирные с двумя точками FSR=100% (SAA).

6.1 Моделирование селекции изображений

Численное моделирование селекции изображений было выполнено методом МК, алгоритм которого приведен в подразделе 1.2. В качестве модели атмосферы использовались типичные профили турбулентности и ветра *sdzXX* для Шатджатмаза, см. раздел 2.1.1. С помощью описанной модели для каждого профиля из набора *sdzXX* мы генерировали серию из 1800 изображений опорной звезды в фокальной плоскости, имеющих масштаб $\lambda/6D$. Интервал между изображениями составлял 30 мс. Такие же серии были получены для других направлений, отстоящих от опорной звезды на угол 3, 6, 9, 12, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 65, 80". Фотонный шум и шум считывания при моделировании не учитывались. Таким образом, были имитированы наблюдательные данные, которые затем были обработаны методом селекции изображений, алгоритм которого был приведен в следующем подразделе.

На рис. 6.1 приведены примеры изображений, восстановленных методом селекции изображений с разной долей отбираемых кадров (Frame Selection Ratio — FSR), в таблице 6.1 даны соответствующие им числа Штреля и полуширины.

Таблица 6.1: Колонка 1 — метка профиля в модели типичных профилей для Шатджатмаза. Колонки 2-6 — число Штреля в восстанавливаемых изображениях для различных FSR. Колонка 7 — угол изопланатизма θ_L , т.е. расстояние, на котором число Штреля падает в e раз по сравнению с опорной звездой.

профиль	число Штреля, FSR =					$\theta_L, ''$
	1%	5%	10%	50%	100%	
AA	0.277	0.237	0.193	0.160	0.129	13.6
AB	0.231	0.198	0.160	0.132	0.106	11.4
AC	0.180	0.150	0.122	0.100	0.081	9.0
BA	0.211	0.174	0.137	0.114	0.092	14.0
BB	0.175	0.147	0.118	0.098	0.079	10.4
BC	0.136	0.114	0.093	0.077	0.063	8.5
CA	0.146	0.115	0.091	0.075	0.061	12.6
CB	0.123	0.100	0.080	0.067	0.055	10.3
CC	0.091	0.077	0.065	0.055	0.046	7.7

6.2 Определение оптимального масштаба

Масштаб является важнейшей характеристикой, коренным образом влияющей на три аспекта наблюдений.

Во-первых, масштаб определяет возможность зарегистрировать мелкие детали изображения. При наблюдениях с короткими экспозициями спектр мощности изображения содержит полезную информацию на пространственных частотах вплоть до частоты среза D/λ для круглой апертуры диаметром D . Отсюда следует, что в соответствии с теоремой Котельникова, мы не можем сделать ω больше $\lambda/2D$, если не хотим потерять информацию.

Во-вторых, от масштаба зависит влияние шума считывания матрицы (или шумов другого происхождения, но имеющих такой же характер) на результат измерений. Чем больше количество пикселей, несущих информацию об изображении, т.е. чем меньше ω , тем больше влияние шума считывания. Нужно отметить, что для EMCCD камеры шумы такого рода довольно малы — порядка 1500 событий на весь кадр, поэтому ими можно пренебречь.

В-третьих, вследствие того, что количество пикселей, составляющих матрицу, является фиксированной величиной (в камере iXon+897 $512 \times$

512), масштаб определяет также поле зрения камеры. В астрономии часто бывает выгодно иметь как можно большее поле зрения, т.к. это способствует увеличению темпа сбора информации, хотя, безусловно, необходимость иметь большое поле зависит от конкретной задачи.

Увеличение поля зрения требует увеличения масштаба ω , что приведет к потере наиболее высокочастотных деталей в изображении, что, в свою очередь, может выразиться в уменьшении числа Штреля в итоговом изображении. С другой стороны, очевидно, что этот процесс будет происходить плавно, и до некоторой степени мы все-таки можем увеличить ω без существенного ухудшения качества итогового изображения. Большую роль при этом будет играть то, каким алгоритмом мы складываем изображения.

Простейший алгоритм сложения изображений, используемый при селекции [82, 83], сводится к сдвигу каждого кадра, удовлетворяющего критерию отбора, на *целое* число пикселей, соответствующее положению максимума, также определяемому с точностью до номера максимального пикселя. Сумма этих кадров и представляет собой изображение, восстановленное методом селекции. При дальнейшем описании численной модели мы будем обозначать данный вариант алгоритма буквой S.

Однако иногда также применяется [80, 84] более сложный алгоритм сдвига изображений drizzle [85]. Этот алгоритм допускает следующие преобразования изображения: сдвиг на нецелое число пикселей, поворот на произвольный угол, произвольное масштабирование. Алгоритм drizzle был специально разработан для обработки изображений с HST, которые обладают следующей особенностью: с целью увеличения поля зрения масштаб ω был сделан примерно в два раза больше, чем того требует теорема Котельникова, т.е. $\approx \lambda/D$. Однако информация о частотах более высоких, чем $D/2\lambda$ все таки может быть извлечена из последовательности таких изображений, при условии что они были получены с небольшими сдвигами, величины которых известны с точностью лучшей, чем размер пикселя (т.е. с использованием метода dithering). Алгоритм drizzle позволяет складывать их, предварительно сдвигая, и таким образом восстанавливать изображение с большим разрешением.

Задача, решаемая drizzle, очень похожа на Lucky Imaging, что отме-

чено в статье [80]. Существенным отличием является то, что в случае “обычной” селекции изображений мы не знаем положение максимума с точностью лучше одного пикселя. Чтобы более точно оценить положение максимума авторы статьи [80] предварительно интерполировали изображения на более мелкую сетку методом sinc-resampling. Данный вариант алгоритма — sinc-resampling + drizzle мы будем обозначать D1.

Также мы рассмотрим гипотетическую ситуацию при которой мы измеряем положения максимума интенсивности другим прибором и поэтому знаем его с точностью заведомо лучше, чем размер пикселя. Этот вариант обозначим D2. Заметим, что для плотных звездных полей более точная информация о сдвигах может быть получена методом кросс-корреляции изображений, что приблизит ситуацию к варианту D2.

Итак, мы проделали следующие преобразования со смоделированными сериями изображений:

1. Измерение положения максимума в исходной ФРТ “высокого разрешения”.
2. Бинирование с коэффициентами 2, 3, 4, 6 и 9, что соответствует масштабам $\lambda/3D$, $\lambda/2D$, $\lambda/1.5D$, λ/D и $1.5\lambda/D$.
3. Изменение положения максимума по бинированным ФРТ.
4. Интерполяция бинированных ФРТ обратно на исходную сетку $\lambda/6D$.
5. Изменение положения максимума по интерполированным ФРТ.
6. Сдвиг и суммирование бинированной ФРТ с использованием положений максимумов, полученных на этапе 3 (алгоритм S).
7. То же, но с максимумами, полученными на этапе 5 (алгоритм D1).
8. То же, но с максимумами, полученными на этапе 1 (алгоритм D2).

Последние три процедуры производятся с помощью алгоритма drizzle, при этом масштаб растягивается до исходного $\lambda/6D$, это нужно, чтобы была возможность легко сравнивать получающиеся числа Штреля.

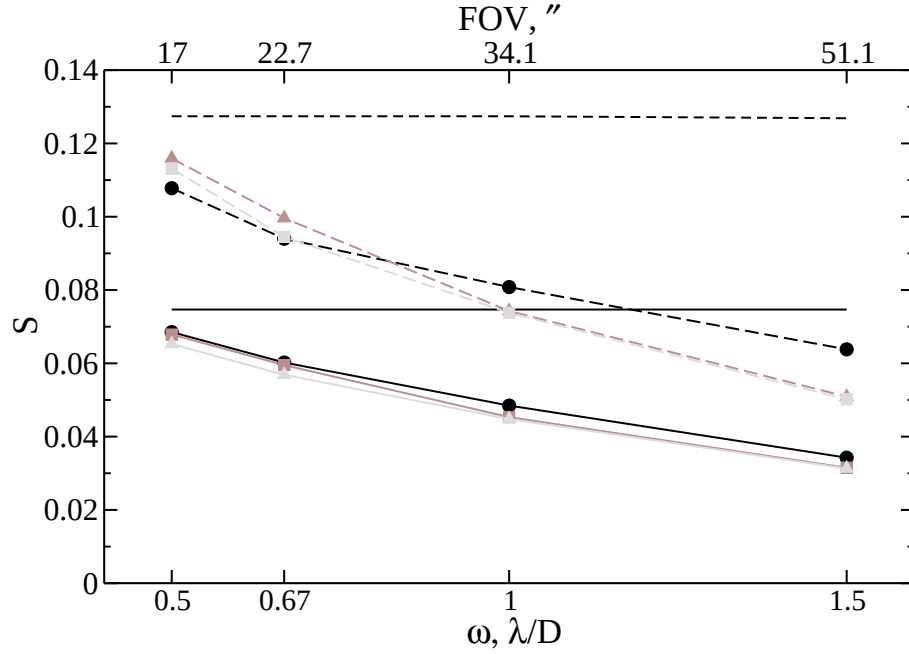


Рис. 6.2: Зависимость числа Штреля в восстановленном изображении от масштаба матрицы. Жирными линиями обозначены числа Штреля которые бы получились при наблюдениях с масштабом $\lambda/6D$, темно-серые треугольники — алгоритм S, светло-серые квадраты — алгоритм D1, черные круги — алгоритм D2 (см. текст). Сплошными линиями соответствуют случаю FSR=100%, т.е. чистый SAA, прерывистые — FSR=10%. Также для наглядности сверху по горизонтальной оси отложено поле зрения при условии, что $\lambda = 806$ нм (полоса I), $D = 2.5$ м, размерность матрицы 512×512 пкс.

Результаты моделирования представлены на рисунке 6.2 в виде зависимости результирующих чисел Штреля от масштаба. Первое, что бросается в глаза это то, что число Штреля с увеличением ω падает довольно медленно. Даже при $\omega = \lambda/D$ относительное уменьшение составляет 0.7, что в общем-то вполне приемлемо.

Второй интересный факт заключается в том, что применение более совершенного алгоритма drizzle не дает существенного преимущества по сравнению с простым алгоритмом S даже при $\omega > \lambda/D$. Хотя, конечно, это может быть следствием недостаточного опыта автора в применении данного алгоритма.

6.3 Анизопланатизм при селекции изображений

Принципиальным фактором, ограничивающим поле зрения при селекции изображений, является анизопланатизм, т.е. деградация восста-

новленного изображения по мере удаления от опорного источника.

Для оценки зависимости числа Штреля изображения, восстановленного методом селекции, от расстояния до опорной звезды мы обработали смоделированные наблюдательные данные алгоритмом S из предыдущего подраздела. Для направлений, не совпадающих с направлением на опорную звезду использовались смещения, оцененные по опорной звезде. Отбор также производился по числу Штреля изображения опорной звезды, мы брали следующие доли отобранных кадров (FSR — frame selection ratio): 1%, 5%, 10%, 50%, 100%. Последний случай соответствует простому SAA.

Зависимость числа Штреля в восстановленном изображении от расстояния до опорной звезды при разных FSR для профиля **sdzBB** представлена на рис. 6.3, *а*. На рис. 6.3, *в* даны те же зависимости, но нор-

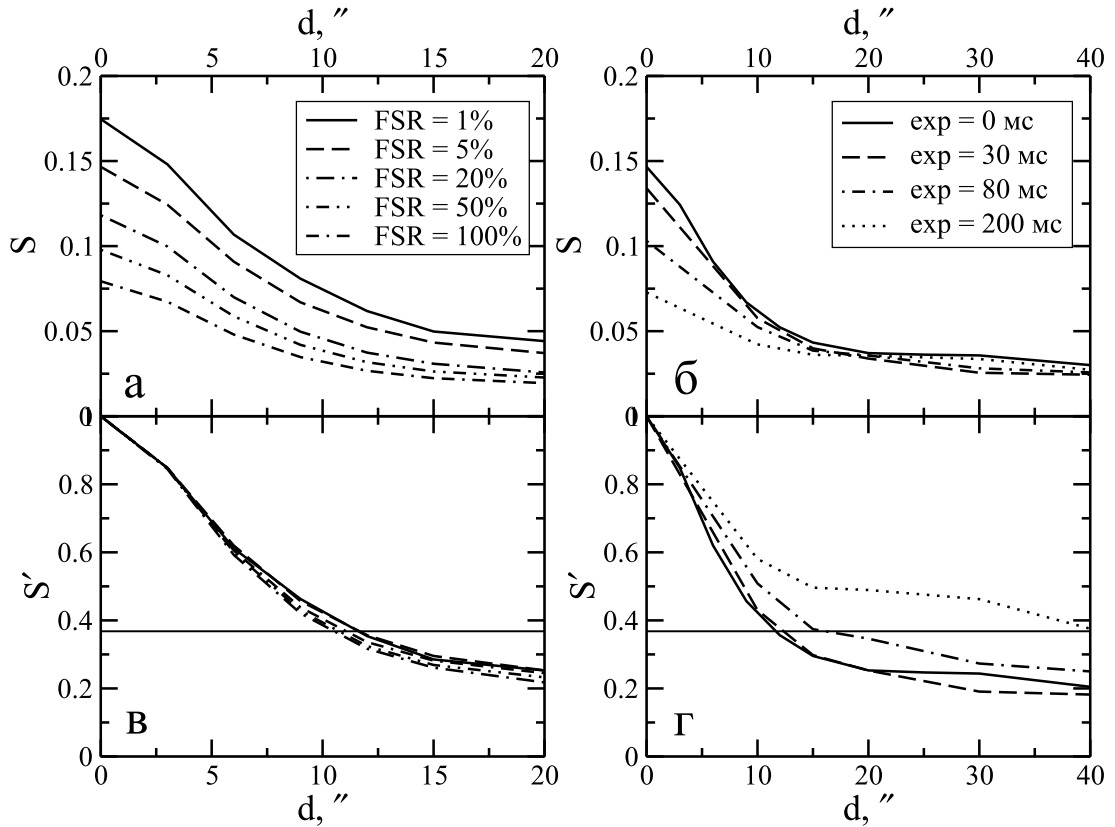


Рис. 6.3: Зависимость числа Штреля S от расстояния до опорной звезды d , все графики рассчитаны для профиля **sdzBB**, тонкая горизонтальная линия соответствует уровню $1/e$. *а*, *б* — расчет для различных FSR, см. легенду, *б*, *г* — расчет для различных экспозиции при FSR=5%. *а*, *б* — абсолютное число Штреля; *в*, *г* — деленное на значение, соответствующее изображению опорной звезды.

мированные на число Штреля для опорной звезды. Как видно, в этом случае кривые практически совпадают. Отсюда можно сделать вывод, что угол изопланатизма, т.е. расстояние, на котором число Штреля падает в e раз по сравнению с опорной звездой, не зависит от FSR. Углы изопланатизма, рассчитанные для типичных профилей приведены также в таблице 6.1. Как видно, они в основном зависят от условий в свободной атмосферы.

Также мы исследовали как продолжительность экспозиции влияет на анизопланатизм при селекции изображений. Для этого мы смоделировали изображения с периодом в 5 мс, а затем, суммируя их, получили экспозиции длиной 30, 80, 200 мс. Соответствующие зависимости числа Штреля от расстояния до опорной звезды приведены на рис. 6.3, б, г. Как и ожидается, большая экспозиция приводит к размытию изображения и уменьшению числа Штреля. Причем это уменьшение сильнее там, где Штрель изначально больше — т.е. недалеко от опорной звезды. Это приводит к тому, что формальный угол изопланатизма увеличивается в ≈ 2 раза по сравнению со случаем очень короткой экспозиции и достигает $20 - 25''$, что и наблюдается экспериментально [80].

6.4 Обсуждение

В таблице 6.2 приведены для сравнения масштабы камер, используемых для селекции изображений разными группами. Видно, что масштаб $0.6\lambda/D$ является нормой. Однако моделирование, проведенное в рамках этой работы показало, что мы можем увеличить ω до $(0.8 - 1.0)\lambda/D$ без особого ущерба для числа Штреля. Таким образом, перед нами встанет две альтернативы: 1) $\omega = 0.6\lambda/D$ ($0.04''/\text{пкс}$), малое поле зрения (FOV= $20.4''$), но большое число Штреля 2) $\omega = 1.0\lambda/D$ ($0.067''/\text{пкс}$), большее поле зрения (FOV= $34.1''$), но меньшее число Штреля. Оба эти поля зрения вполне допустимы с точки зрения анизопланатизма, как показано в разделе 6.3.

Перед тем, как сравнить эти альтернативы более предметно, отметим, что камера для селекции изображений должна также предусматривать работу в режиме спекл-интерферометрии, а в обоих предлагаемых случаях размер пикселя ω неприемлемо велик для нее. Учитывая то, что при

Таблица 6.2: Некоторые параметры существующих камер селекции изображений (Lucky Image). Во второй колонке в скобках после названия телескопа указан диаметр его главного зеркала. В третьей и четвертой колонке приведен масштаб ω в единицах $''/\text{пкс}$ и λ/D , соответственно. В четвертой колонке также в скобках приведена длина волны для которой рассчитан этот параметр. В пятой колонке приведена оптическая схема камеры: ЛБ – линза Барлоу, П – переброска.

камера	телескоп	ω $''/\text{пкс}$	ω λ/D (λ , нм)	опт. схема	источник
LuckyCam	NOT (2.5m)	0.04	0.6 (806)	П	[80]
AstraLux	Calar Alto (2.2m)	0.047	0.55 (912)	ЛБ	[84]
FastCam	TCS (1.5m)	0.03	0.27 (806)	П	[86]
		0.05	0.45 (806)		[86]
		0.07	0.63 (806)		[86]
	NOT (2.5m)	0.03	0.45 (806)		
		0.05	0.75 (806)		
	WHT (4.2m)	0.019	0.48 (806)		
HRCam	SOAR (4.1m)	0.0152	0.376 (806)	П	[82]

спекл-интерферометрии мы *обязаны* сделать $\omega < \lambda/2D^1$, для полос V и R масштаб ω будет $0.023''/\text{пкс}$ (FOV=11.6'') и $0.027''/\text{пкс}$ (FOV=12.6''), соответственно. Если мы хотим наблюдать в обоих полосах, то надо выбрать наименьший из этих двух масштабов, т.е. вариант с меньшим размером пикселя. Итак, масштаб $0.023''/\text{пкс}$ для режима спекл-интерферометрии должен быть реализован в любом случае, об этом надо помнить при выборе масштаба для селекции изображений.

Также при выборе масштаба необходимо учитывать задачи обычно предлагаемые для селекции изображений [82]:

- Визуально-двойные звезды не требуют больших полей, т.к. широкие пары уже измерены по изображениям, полученным с длинной экспозицией.
- Объекты солнечной системы также не требуют больших полей.
- Фотометрия (и астрометрия) в областях с высокой плотностью звезд – центральные области шаровых и рассеянных скоплений. В этом

¹Это необходимо для обеспечения возможности расчета Фурье-спектра изображения

Таблица 6.3: Предполагаемые масштабы быстрой камеры высокого разрешения. Колонка 1 — метка масштаба; колонка 2 — угловой масштаб ω , в $''$; колонки 3-5 — $\omega D/\lambda$ для фотометрических полос V, R, I ; колонка 6 — поле зрения FOV, колонка 7 — падения числа Штреля, колонка 8 — требуемое удлинение фокуса.

метка	ω ,	ω			FOV	S'	удл.
		полоса V	полоса R	полоса I			фокуса
ед. изм.	$''$	λ/D	λ/D	λ/D	$''$		
SI-V	0.0227	0.50	0.42	0.34	11.6	1.0	7.27
LI-10	0.0665	1.46	1.23	1.00	34.1	0.7	2.48

случае большое поле бы пригодилось, т.к. характерные угловые размеры таких образований порядка нескольких минут.

Первые два типа задач могут быть решены при малом ω , использующимся при спекл-интерферометрии, а для третьего типа — фотометрии в плотном поле — требуется максимально большое поля зрения, т.е. при большом ω . Отсюда следует естественный вывод, что быстрая камера должна предусматривать возможность смены масштабов. Предлагаемые масштабы приведены в табл. 6.3.

При наблюдениях с большим ω будет достигаться число Штреля порядка 0.1 вблизи от опорной звезды и 0.05 на краях поля зрения. Заметим, что при наличии нескольких опорных источников, распределенных в поле зрения (так будет, например, при наблюдении скопления), мы можем не ограничиваться сдвигами изображений, а аппроксимировать значения смещений нескольких опорных звезд некоторым полиномом, который затем использовать для преобразования поля более сложного чем сдвиг, которое также может быть осуществлено с помощью алгоритма drizzle. В этом случае при достаточной плотности опорных звезд атмосферный угол изопланатизма вообще ничем не ограничен и вариации числа Штреля по изображению будут минимальны.

Результаты данного раздела также можно использовать для оценки эффективности применения метода стабилизации спеклов (speckle stabilization [87]). Суть этого метода заключается в компенсации наклонов волнового фронта изображения в реальном времени, измеряемых не по центру тяжести изображения или полиномам Цернике, а по положе-

нию ярчайшего спекла. Также может быть применен отбор изображений по числу Штреля с помощью быстрого затвора. В статье [88] показано, что возможности этих двух методов отличаются незначительно.

Главное преимущество метода стабилизации спеклов перед селекцией изображений заключается в том, что в фокальной плоскости образуется когерентное изображение по качеству близкое к дифракционному $S \approx 0.1$. Это позволит использовать стандартные низкошумящие медленные камеры, получать длинные экспозиции и решать спектроскопические задачи с дифракционным угловым разрешением. Наконец заметим, что для наблюдений в этом режиме потребуется более сложный датчик наклонов волнового фронта, чем предполагаемый для системы компенсации наклонов, рассмотренной в предыдущем пункте. Этот датчик должен будет получать изображение звезды с хорошо разрешенными спеклами, чтобы производить гидирование по ярчайшему спеклу, а не по центру тяжести изображения. Т.о. размер пикселя детектора должен быть $< \lambda/2D$ (по теореме Котельникова). Это условие значительно повышает требования к количеству света в изображении.

Часть результатов этого раздела опубликованы в статье “Lucky image performance simulation on the basis of optical turbulence data obtained on Mt. Shatdzhatmaz” в тезисах конференции “17th Young Scientists’ Conference on Astronomy and Space Physics” [57].

7 Дифференциальная спекл-поляриметрия

Многие астрофизические процессы приводят к поляризации испускаемого астрономическими объектами излучения и исследование поляризации является одним из мощных наблюдательных методов [89]. В оптическом диапазоне применение поляриметрии в сочетании с высоким угловым разрешением представляется перспективным для изучения астрономических объектов следующих типов: 1) околозвездное окружение 2) объекты Солнечной системы 3) активные ядра галактик.

В этом разделе мы рассматриваем метод получения информации о распределении поляризованного потока в оптическом диапазоне с дифракционным разрешением — дифференциальная спекл-поляриметрия. Как следует из названия, этот метод представляет собой синтез спекл-интерферометрии и дифференциальной поляриметрии и предполагает использование прибора, одновременно являющегося двухлучевым поляриметром и спекл-интерферометром.

Спекл-интерферометрия в сочетании с поляриметрией применялась ранее [90]. Однако авторы этой работы использовали прибор, который получал изображения в разных направлениях поляризации последовательно, поэтому их данные были подвержены дифференциальным ошибкам. Тем не менее, авторам удалось получить новые интересные сведения о поляризации оптического излучения η Carinae с высоким угловым разрешением.

Авторы [91] изготовили двухлучевой поляриметр, работающий в режиме спекл-интерферометра. В этой работе впервые появляется термин “спекл-поляриметрия”, который мы используем. Прибор был установлен на 6 м телескопе БТА САО РАН и работал в инфракрасной полосе K . Обработка производилась следующим образом: сначала изображение, соответствующее каждому направлению поляризации, восстанавливалось через биспектр [92], а затем применялись методы дифференциальной поляриметрии. В принципе, такие наблюдения должны были показать гораздо более высокую точность определения поляризованного потока по сравнению с полным потоком, однако авторы работы об этом не сообщают.

Базовый алгоритм ДСП основан на общепринятой модели формиро-

вания мгновенного изображения в фокальной плоскости телескопа

$$G(\boldsymbol{\alpha}) = O(\boldsymbol{\alpha}) \otimes T(\boldsymbol{\alpha}). \quad (7.1)$$

Здесь $G(\boldsymbol{\alpha})$ и $O(\boldsymbol{\alpha})$ — распределение интенсивности излучения в фокальной плоскости и на небе, соответственно, $T(\boldsymbol{\alpha})$ — мгновенная функция рассеяния точки (ФРТ), $\boldsymbol{\alpha}$ — вектор угловой координаты на небе. Для удобства будем считать, что распределение интенсивности нормировано на полный поток.

В пространстве Фурье-образов это уравнение предстанет в виде

$$\tilde{G}(\mathbf{f}) = \tilde{O}(\mathbf{f}) \tilde{T}(\mathbf{f}), \quad (7.2)$$

где $\tilde{G}(\mathbf{f})$ — спектр распределения интенсивности в фокальной плоскости, $\tilde{O}(\mathbf{f})$ — функция видности объекта, $\tilde{T}(\mathbf{f})$ — мгновенная оптическая передаточная функция (ОПФ) оптической системы “атмосфера + телескоп”, $\mathbf{f}$ — вектор пространственной частоты. ОПФ флуктуирует во времени вследствие возмущения исходного плоского волнового фронта оптической атмосферной турбулентностью [93]. Как видно из уравнения, эти флуктуации являются источником мультипликативного шума в $\tilde{G}(\mathbf{f})$, который мы далее будем называть “атмосферный шум”.

Обозначим $\tilde{F}(\mathbf{f})$ Фурье-спектр зарегистрированного детектором изображения, нормированного на среднее число фотонных событий K в этом изображении. Как показали в [94], спектр изображения связан со спектром распределения интенсивности в фокальной плоскости так:

$$\tilde{F}(\mathbf{f}) = \tilde{G}(\mathbf{f}) + \eta(\mathbf{f}), \quad (7.3)$$

где $\eta(\mathbf{f})$ — спектр пуассоновского шума, связанного с квантовой природой света, он представляет собой круговую комплексную Гауссову случайную величину с дисперсией, не зависящей от частоты и равной K^{-1} .

Добавим в оптическую схему элемент, который отклоняет пучки на разные углы в зависимости от того, в какой плоскости они поляризованы (например, призма Волластона). Это приведет к тому, что система будет строить в фокальной плоскости два изображения, соответствующие пер-

пендикулярным направлениям поляризации, т.е. станет двухлучевым поляриметром. Условно обозначим первое направление как горизонтальное (индекс h), а второе — как вертикальное (индекс v). Запишем уравнение (7.2) для каждого из этих направлений:

$$\tilde{G}_h(\mathbf{f}) = \tilde{O}_h(\mathbf{f}) \tilde{T}_h(\mathbf{f}), \quad \tilde{G}_v(\mathbf{f}) = \tilde{O}_v(\mathbf{f}) \tilde{T}_v(\mathbf{f}). \quad (7.4)$$

Теперь подставим эти уравнения в (7.3):

$$\begin{aligned} \tilde{F}_h(\mathbf{f}) &= (\tilde{O}_h(\mathbf{f}) \tilde{T}_h(\mathbf{f}) + \eta_h(\mathbf{f})) e^{i\pi(\boldsymbol{\theta}_h \cdot \mathbf{f})}, \\ \tilde{F}_v(\mathbf{f}) &= (\tilde{O}_v(\mathbf{f}) \tilde{T}_v(\mathbf{f}) + \eta_v(\mathbf{f})) e^{i\pi(\boldsymbol{\theta}_v \cdot \mathbf{f})}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Дополнительные фазовые множители, появившиеся в этом уравнении, отвечают за смещение изображений на углы $\boldsymbol{\theta}_h$ и $\boldsymbol{\theta}_v$ в фокальной плоскости, вызванное призмой Волластона. Их учет необходим, так как в реальном эксперименте Фурье-спектры обоих изображений будут вычисляться в одной системе отсчета, связанной с детектором.

Обычно при спекл-интерферометрических наблюдениях получают большое количество измерений, которые затем обрабатываются совместно. В нашем случае мы также будем считать, что имеем M измерений $\tilde{F}_h(\mathbf{f})$ и $\tilde{F}_v(\mathbf{f})$. Рассмотрим следующую величину:

$$\mathcal{R}(\mathbf{f}) = \frac{\langle \tilde{F}_h(\mathbf{f}) \tilde{F}_v^*(\mathbf{f}) \rangle_M}{\langle \tilde{F}_v(\mathbf{f}) \tilde{F}_v^*(\mathbf{f}) \rangle_M - K_v^{-1}}, \quad (7.6)$$

где $\langle \dots \rangle_M$ — обозначает усреднение по M измерений. Величина $\langle \tilde{F}_h(\mathbf{f}) \tilde{F}_v^*(\mathbf{f}) \rangle_M$ — это усредненный кросс-спектр изображений¹, а выражение $\langle \tilde{F}_v(\mathbf{f}) \tilde{F}_v^*(\mathbf{f}) \rangle_M$ в знаменателе (7.6) представляет собой усредненный спектр мощности изображения, который является смещенной оценкой спектра мощности искаженного атмосферой распределения интенсивности $\tilde{G}_v(\boldsymbol{\alpha})$. Его смещение равно K_v^{-1} [93], таким образом, знаменатель (7.6) — это несмещенная оценка спектра мощности распределения интенсивности. Также при $M > 10$ знаменатель существенно больше нуля при условии, что видность объекта $\tilde{O}_v$ также отлична от нуля. В этом

¹ Авторы [94] рассматривали похожую величину, но записанную для двух спектральных диапазонов, а не для двух направлений поляризации.

случае отношение (7.6) не будет обращаться в бесконечность.

Предположим, что телескоп идеален $\tilde{T}_h(\mathbf{f}) = \tilde{T}_v(\mathbf{f})$ и объект бесконечно яркий $K_v \ll \langle \tilde{F}_v \tilde{F}_v^* \rangle_M$. Тогда, подставляя (7.5) в (7.6), получим, что

$$\mathcal{R}_0(\mathbf{f}) = \mathcal{R}(\mathbf{f}) e^{i\pi((\theta_v - \theta_h) \cdot \mathbf{f})}. \quad (7.7)$$

Из уравнения видно, что с точностью до фазового множителя наблюдаемая величина $\mathcal{R}$ может рассматриваться как оценка величины $\mathcal{R}_0 = \tilde{O}_h / \tilde{O}_v$, зависящей только от свойств объекта. Далее в работе для $\mathcal{R}$ и $\mathcal{R}_0$ будет получено более строгое соотношение с учетом инструментальной поляризации и пуассоновского шума, а также приведен способ измерения фазового множителя.

Модуль величины $\mathcal{R}_0$ использовался в качестве основной наблюдаемой величины авторами работы [95]. Они наблюдали методом апертурного маскирования на системе АО NACO/VLT красные сверхгиганты, интенсивно теряющие вещество. Успех этой работы показывает, что параметрический анализ измерений $\mathcal{R}_0$ может быть довольно эффективен. В отличие от этой работы мы рассматриваем не только модуль $\mathcal{R}_0$, но и ее фазу.

Мы подробно исследовали свойства $\mathcal{R}$, влияние на эту величину инструментальной поляризации оптической системы, а также ее шумовых характеристик в предположении, что присутствуют только пуассоновский и атмосферный шумы. К сожалению, в общем случае величина $\mathcal{R}_0$ не имеет простого физического смысла. Мы рассмотрим два способа анализа измерений этой величины, каждый из которых опирается на некоторые предположения. Первый предполагает, что объект является точечной звездой, дающей неполяризованное излучение, вокруг которой есть *слабое* поляризованное окружение. В подразделе 7.3 мы покажем, что в этом случае возможно получить изображение поляризованного потока и исследуем возможности такого анализа.

Второй подход заключается в описании измерений $\mathcal{R}_0$ с помощью модели, зависящей от нескольких параметров, подобно тому, как это было сделано в работе [95]. Такой подход часто применяется в интерферометрии для анализа измерений функции видности.

Для количественных оценок мы будем использовать численное моде-

лирование методом МК.

7.1 Теоретический анализ свойств величины $\mathcal{R}$

Любая реальная оптическая система изменяет состояние поляризации света. Рассмотрим, как это явление отразится на уравнении (7.6). В приложении А установлен вид Фурье-спектров распределений интенсивности света в изображениях, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации в фокальной плоскости двухлучевого поляриметра, см. уравнения (А.22), а также точное выражение для $\mathcal{R}$, см. уравнение (А.24).

Из уравнения (А.24) видно, что измеряемое $\mathcal{R}$ зависит от неизвестного фазового множителя $\mathcal{R} \sim e^{i\pi((\theta_h - \theta_v) \cdot \mathbf{f})}$. Этот множитель можно измерить, применив стандартную процедуру дифференциальной поляриметрии – перемену мест изображений, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации [89]. Эту перемену достаточно легко реализовать с помощью полуволновой пластинки, установленной перед перед призмой Волластона так, чтобы плоскость поляризации входящего излучения поворачивалась на $\pi/2$. Соответствующее измерение $\mathcal{R}'$ будет отличаться от $\mathcal{R}$ только тем, что фазовый множитель войдет в него как $e^{i\pi((\theta_v - \theta_h) \cdot \mathbf{f})}$. Таким образом, его можно вычислить из этих двух измерений по формуле

$$e^{i\pi((\theta_h - \theta_v) \cdot \mathbf{f})} = \sqrt{\mathcal{R}(\mathbf{f})/\mathcal{R}'(\mathbf{f})}. \quad (7.8)$$

В дальнейшем мы будем считать фазовый множитель известным и не будем учитывать в выкладках. Рассмотрим теперь $\mathcal{R}$ как оценку $\mathcal{R}_0$, определим два ее главных свойства: смещенность и дисперсию.

7.1.1 Смещение $\mathcal{R}$

В приложении В показано, что для среднего значения $\mathcal{R}(\mathbf{f})$ можно записать

$$\overline{\mathcal{R}}(\mathbf{f}) = \mathcal{R}_0(\mathbf{f})(1 + \Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})). \quad (7.9)$$

Отсюда видно, что измерения $\mathcal{R}(\mathbf{f})$ имеют систематическое отклонение $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$ от $\mathcal{R}_0(\mathbf{f})$, причем, как следует из уравнения (В.14), оно зависит

только от поляризующих свойств телескопа.

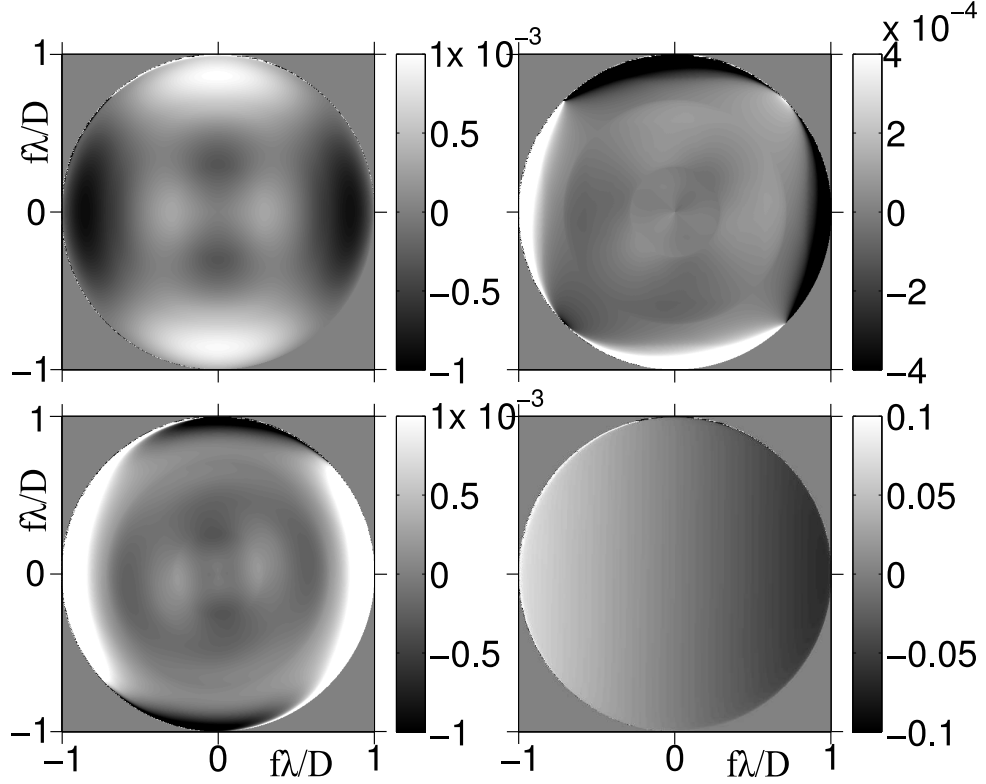


Рис. 7.1: Смещение $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$, вычисленное по формуле (В.14) из приложения В. Расчет был выполнен для фокуса Кассегрена (верхняя строка) и Нэсмита (нижняя строка) 2.5 м телескопа. Левый столбец — действительная часть $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$, правый столбец — мнимая часть $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$. По осям отложена нормированная частота $f\lambda/D$, где D — диаметр апертуры телескопа.

Мы рассчитали $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$ для фокусов Кассегрена и Нэсмита 2.5 м телескопа, результаты приведены на рис. 7.1. Действительная часть $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$, отвечающая за смещение амплитуды измерений $\mathcal{R}$, для обоих фокусов имеет примерно одинаковые значения $\pm 5 \times 10^{-4}$. Этого нельзя сказать о фазе, которая в случае фокуса Кассегрена изменяется лишь незначительно — $\approx 10^{-4}$, а для фокуса Нэсмита имеет довольно большой общий наклон, достигающий 0.16. Этот наклон связан с наличием наклона фазы в матрицах Джонса телескопа, который хорошо виден на рис. А.1. Отсюда следует, что фокус Кассегрена более предпочтителен при точных измерениях фазы $\mathcal{R}_0$.

Смещение $\Delta\mathcal{R}(\mathbf{f})$ может быть измерено с достаточной точностью по наблюдениям заведомо точечной и неполяризованной звезды, при условии, что она и научный объект имеют близкий спектральный состав из-

лучения. В дальнейшем мы будем считать, что мы имеем эти измерения и что $\mathcal{R}$ — это несмещенная оценка $\mathcal{R}_0$.

7.1.2 Дисперсия $\mathcal{R}$

Дисперсию шума $\mathcal{R}$ удобно разложить на дисперсию его амплитуды $\sigma_A^2(\mathbf{f})$ и фазы $\sigma_\phi^2(\mathbf{f})$. Величины $\sigma_A^2(\mathbf{f})$ и $\sigma_\phi^2(\mathbf{f})$ мы оценивали с помощью численного моделирования, описанного в подразделе 7.2. Мы рассчитали 2000 пар изображений, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации. Затем для каждого изображения мы вычислили Фурье-спектр и оценили дисперсии амплитуды и фазы $\mathcal{R}$, используя формулы из приложения С.

Рассмотрим случай бесконечно яркого объекта, т.е. пренебрежем пуассоновским шумом. Результаты расчетов приведены на рис. 7.2а как разрез стандартных отклонений $\sigma_A(\mathbf{f})$ и $\sigma_\phi(\mathbf{f})$ вдоль оси ОХ для фокуса Кассегрена и Нэсмита. Интересно, что дисперсии амплитуды и фазы оказываются практически одинаковы. Также бросается в глаза тот факт, что значения дисперсии для фокусов Кассегрена и Нэсмита не сильно отличаются, хотя, казалось бы, флуктуации амплитуд и фаз компонент матрицы Джонса D_{pA} и D_{pD} по зрачку во втором случае гораздо больше, судя по рис. А.1. Это связано с тем, что на шум $\mathcal{R}$ наибольшее влияние оказывает разность фаз компонент матрицы Джонса D_{pA} и D_{pD} . Для фокуса Нэсмита большая часть перепада фазы приходится на общий наклон, как видно из рис. А.1, а он приводит к смещению $\mathcal{R}$, и не дает добавки к шуму (см. предыдущий раздел).

Результаты расчета $\sigma_A(\mathbf{f})$ и $\sigma_\phi(\mathbf{f})$ при учете пуассоновского шума для фокуса Нэсмита представлены на рис. 7.2б. Как видно, эти величины растут при частотах, близких к D/λ , это связано с падением дифракционной ОПФ $\tilde{T}_0(\mathbf{f})$ на этих частотах (формула (7.10)). Также для более наглядной демонстрации того, как меняется величина $\sigma_A(\mathbf{f})$ с блеском, мы приводим зависимость ее значения для пространственной частоты $0.4D/\lambda$ от блеска на рис. 7.3. Из рисунка видно, что пуассоновский шум доминирует над атмосферный шумом для объектов слабее $V = -1^m$, т.е. практически для всех астрономических объектов. В области доминирования пуассоновского шума стандартное отклонение $\sigma_\phi^2(\mathbf{f})$ неплохо

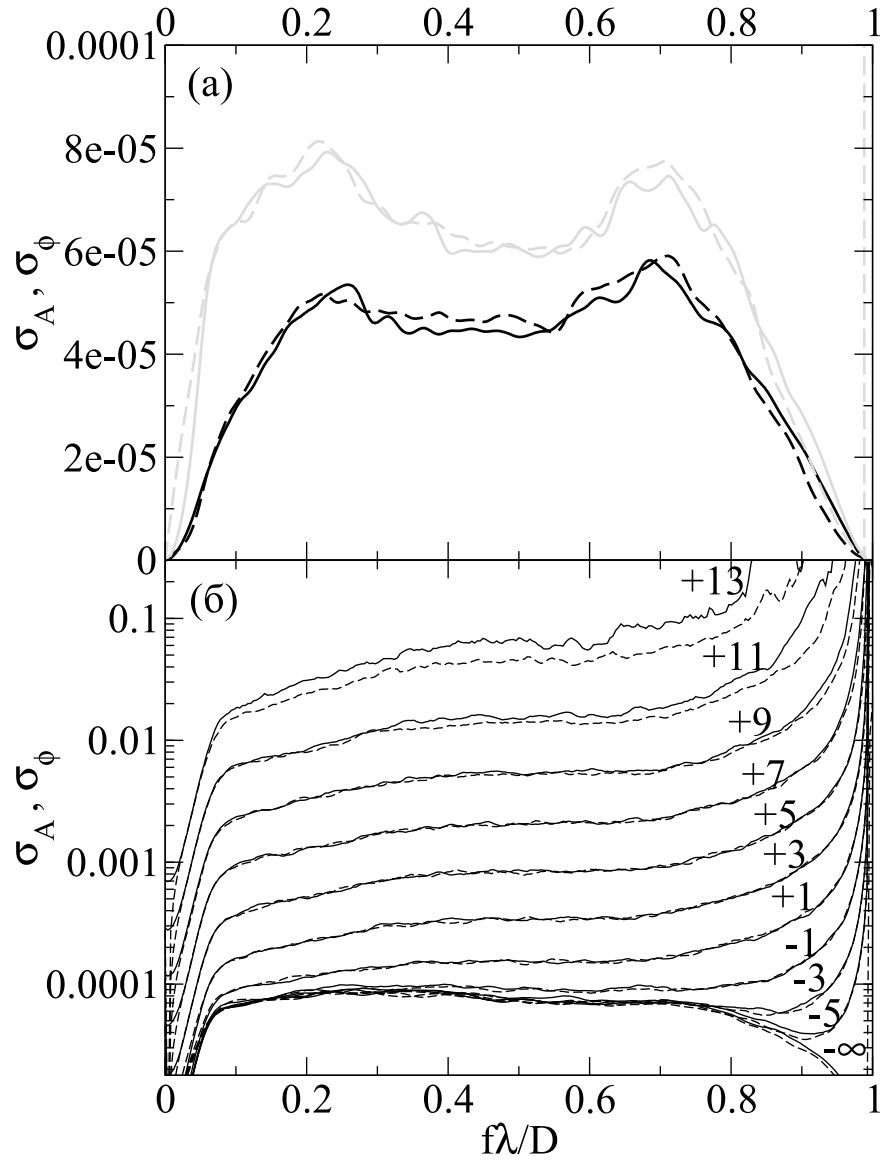


Рис. 7.2: Разрез σ_A (сплошные линии) и σ_ϕ (прерывистые линии), по горизонтальной оси отложена нормированная частота $f\lambda/D$ (λ — длина волны). (а) — с учетом атмосферного и без учета пуассоновского шумов, черные и серые линии — расчет для фокусов Кассегрена и Нэсмита, соответственно; (б) — с учетом атмосферного и пуассоновского шумов и для разных звездных величин, значения подписаны на графике. Подробнее параметры расчета смотрите в тексте.

описывается приближенной формулой из [94] (прерывистая линия на рис. 7.3):

$$\sigma_\phi^2(\mathbf{f}) = \left(M |\tilde{I}(\mathbf{f})|^2 \tilde{T}_0(\mathbf{f}) K L^{-1} \right)^{-1}, \quad (7.10)$$

где $\tilde{I}(\mathbf{f})$ — Фурье-спектр углового распределения интенсивности в объекте (мы приняли, что вид объекта незначительно зависит от направления поляризации), $\tilde{T}_0(\mathbf{f})$ — дифракционная ОПФ оптической системы,

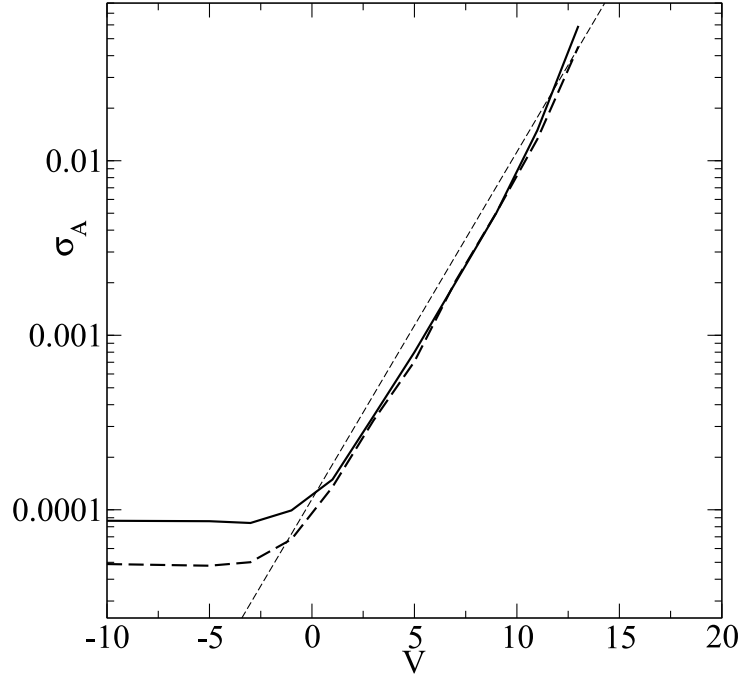


Рис. 7.3: Зависимость σ_A при $f = 0.4D/\lambda$ от блеска в полосе V для фокуса Нэсмита (жирная сплошная линия) и Кассегрена (жирная прерывистая линия). Самые левые точки, соответствующие $V = -10^m$, рассчитаны для бесконечно яркой звезды. Подробнее параметры расчета смотрите в тексте. Тонкая прерывистая линия — приближенная оценка пуассоновского шума, рассчитанная по формуле (7.10).

$L = 2.3(D/r_0)^2$ — среднее число спеклов в изображении. В области доминирования пуассоновского шума для фокусов Нэсмита и Кассегрена шум становится практически одинаков, поэтому при дальнейшем рассмотрении эффективности применения метода к астрономическим задачам мы будем использовать только фокус Нэсмита.

7.2 Моделирование ДСП методом Монте-Карло

Для исследования возможностей ДСП мы смоделировали весь процесс измерений методом Монте-Карло, описанным в разделе 1.2. Модель МК дает на выходе реализации искаженного волнового фронта. Теперь нужно учесть, что прибор представляет собой двухлучевой поляриметр. Для этого сделаем две копии волнового фронта. Затем в соответствии с определением матриц Джонса [96] одну из них умножим на D_{pA} , другую — на D_{pD} , см. приложение А.

Расчет D_{pA} и D_{pD} был выполнен с помощью программы *Zemax* для

трех оптических систем: фокус Кассегрена и Нэсмита 2.5 м телескопа; первичный фокус БТА. Напомним, что центральное экранирование 2.5 м телескопа составляет 0.43, для БТА этот параметр равен 0.33. Предполагалось, что покрытие зеркал — чистый алюминий¹. Пример амплитуды и фазы полученной матрицы Джонса для 2.5 м телескопа приведен на рис. А.1.

Затем рассчитывались соответствующие полученным волновым фронтам искаженные изображения и к ним добавляется пуассоновский шум. При этом учитывался 2-кратный мультипликативный шум ЕМССD-детектора, оптимального для задач спекл-интерферометрии [62]. Таким образом, мы получали два мгновенных изображения, учитывающие основные эффекты данной задачи: атмосферные искажения, инструментальная поляризация и пуассоновский шум.

Обсудим некоторые параметры данного моделирования. В качестве основной использовалась полоса V , также некоторые параметры эффективности были вычислены для полосы I . Полная эффективность в полосах V и I была оценена в 0.54 и 0.43, соответственно (расчет с учетом следующих эффектов: пропускание атмосферы, пропускание оптики телескопа и прибора и квантовая эффективность детектора). В модели принята экспозиция 30 мс, типичная для спекл-интерферометрических наблюдений. При расчетах для объектов слабее 1^m мы будем использовать минимальный период экспозиций — 30 мс, поскольку в этой области доминирует некоррелированный пуассоновский шум. Для ярких объектов период будет увеличен до 120 мс для адекватного учета атмосферного шума.

Некоррелированность пуассоновского шума также позволяет нам рассчитывать количественные характеристики эффективности — дисперсии оцениваемых параметров — для небольшого количества кадров, например 100, а затем масштабировать эти результаты на длинную серию путем умножения на корень из отношения количества кадров. Стандартную продолжительность серии примем равной 1 часу, что значительно больше, чем типичная продолжительность серии при спекл-интерферо-

¹Прозрачные покрытия на зеркалах могут оказывать большое влияние на инструментальную поляризацию. Поэтому для реального телескопа, зеркала которого будут обладать защитными покрытиями, инструментальная поляризация может существенно отличаться.

метрии — 2-3 мин. При спекл-интерферометрии для последующей обработки наблюдений важно, чтобы состояние атмосферы (спекловая оптическая передаточная функция — СОПФ) было постоянно на протяжении серии. В методе ДСП такое требование отсутствует, что и позволит обрабатывать длинные серии.

В качестве модели атмосферы мы взяли два турбулентных слоя одинаковой интенсивности, дающих качество изображения $0.91''$ в полосе V — это медианное качество изображения для Шатджатмаза, предполагаемого места установки 2.5 м телескопа (см. раздел 2). Оба слоя движутся со скоростью 10 м/с в разных направлениях, что дает максимальную декоррелированность атмосферного шума во времени. Эта довольно грубая модель вполне достаточна, если нас не интересуют временные характеристики и анизопланатизм. Для удобства сравнения расчеты для БТА были выполнены с той же моделью.

Полученная серия изображений F_h и F_v использовалась далее для вычисления оценки $\mathcal{R}$ по формуле (7.6). Оценка ее дисперсии рассчитывалась по формулам из приложения С.

7.3 Восстановление распределения поляризованного потока.

Предположим, что мы наблюдаем объект, представляющий собой яркую звезду, свет которой не поляризован, и слабое поляризованное окружение. Данный вид объектов распространен во Вселенной, т.к. довольно часто вокруг звезды есть рассеивающее ее свет вещество — пыль, газ, электроны. А рассеянный свет, как правило, поляризован. Итак, обозначим распределение яркости звезды I_{star} , будем считать, что это точка. Распределение яркости окружения звезды отнюдь не является точкой, и описывается четырьмя параметрами Стокса, зависящими от положения на небесной сфере: I, Q, U, V . Итак, видности $\tilde{O}_h$ и $\tilde{O}_v$ запишутся следующим образом:

$$\tilde{O}_h = \tilde{I}_{star} + \tilde{I} + \tilde{Q} \quad \tilde{O}_v = \tilde{I}_{star} + \tilde{I} - \tilde{Q} \quad (7.11)$$

Отношение $\mathcal{R}_0$ для этой модели запишется так:

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\tilde{I}_{star} + \tilde{I} + \tilde{Q}}{\tilde{I}_{star} + \tilde{I} - \tilde{Q}} \quad (7.12)$$

Будем считать, что поток от окружения мал по сравнению с потоком от звезды: $Q \approx U \approx V < I \ll I_{star}$:

$$\mathcal{R}_0 \approx \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{I}_{star}}\right) \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{I}_{star}}\right) \approx 1 + \frac{2\tilde{Q}}{\tilde{I}_{star}} \quad (7.13)$$

Теперь вспомним, что изображение звезды точечное, а, значит, ее видность $\tilde{I}_{star} = 1$:

$$\mathcal{R}_0 \approx 1 + 2\tilde{Q} \quad (7.14)$$

Отсюда следует, что из измерений $\mathcal{R}_0$ мы непосредственно получаем преобразование Фурье поляризованного потока окружения звезды, а применяя к этому спектру обратное преобразование Фурье, можно получить изображение поляризованного потока. Главной задачей этого подраздела является определение минимальной относительной интенсивности $\tilde{Q}$ вблизи от звезды, которую еще можно зарегистрировать нашим методом, т.е. достижимого контраста.

С помощью модели, описанной в предыдущем разделе, мы сгенерировали две независимые серии спекл-изображений бесконечно яркой звезды по 100 кадров в каждой (кадр содержит оба компонента изображения, с горизонтальной поляризацией и вертикальной). При этом мы считали, что наблюдения выполняются в конфигурации 2.5m-N (см. предыдущий раздел). Далее мы обработали полученные серии алгоритмом, описанным во введении к этому разделу и получили на выходе оценки $\mathcal{R}$, из которых изображения поляризованного потока были восстановлены по формуле (7.14).

Эти изображения имеют независимые реализации атмосферного и пуассоновского шума. Мы взяли их разность и преобразовали ее в полярную систему координат с центром в звезде. Т.к. нет причин ожидать, что достижимый контраст будет зависеть от азимута в этой системе координат, то мы разбили получившееся изображение на полосы с постоянным радиусом и рассчитали дисперсию шума в них. В итоге мы получили

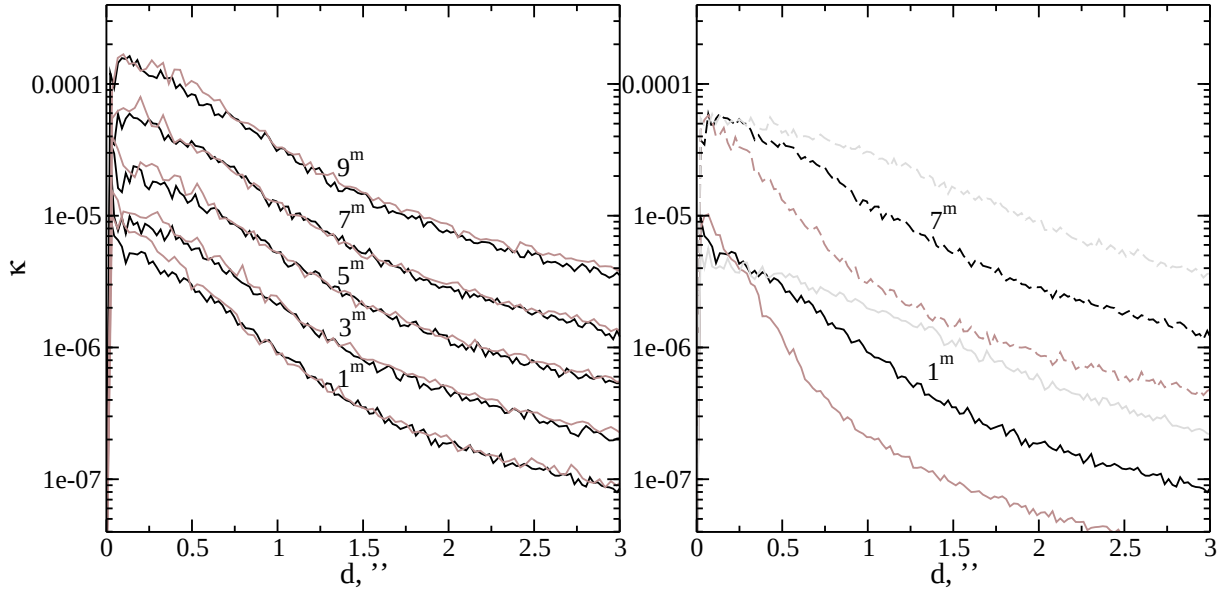


Рис. 7.4: *Слева:* контраст, достижимый с рассматриваемым методом на 2.5 м телескопе при медианных условиях на Шатджатмазе, при разном блеске центральной звезды. Суммарное время накопления данных — 1 час. Сплошные линии соответствуют полосе V , прерывистые — полосе I . Блеск для обеих полос надписан над кривыми. *Справа:* тоже, но для полосы V и разных радиусов Фрида r_0 : темно-серые линии — $r_0 = 6.7$ см (условия хуже на Шатджатмазе наблюдается в 10% случаев), черные линии — $r_0 = 12.5$ см (медианные условия), светло-серые линии — $r_0 = 20.5$ см (условия лучше наблюдаются в 10% случаев). Сплошные линии — $V = 1^m$, прерывистые — $V = 11^m$.

зависимость дисперсии шума от расстояния до звезды.

Далее мы приняли, что возможно обнаружить объект, если его интенсивность более, чем в пять раз превосходит дисперсию шума, и таким образом оценивали достижимый контраст. С помощью этой методики мы рассчитали контраст при разном блеске опорной звезды (см. рис. 7.4, слева). Представлен результат для суммарной длины серии 1 час, он был получен из данных для гораздо более короткой серии — 100 кадров путем деления дисперсии на корень из отношения кадров. Как видно, контраст практически одинаков полосах V и I .

Интересно сравнить эффективность системы при работе в разных условиях в смысле интенсивности турбулентности. Для этого мы проделали аналогичные расчеты для блеска 1^m , 7^m и для разных r_0 , см. рис. 7.4, справа. Из рисунка видно, что достижимый контраст может отклоняться в 4-5 раз от медианного значения в обе стороны в зависимости от условий. Заметим, что эта разница уменьшается по мере приближения к

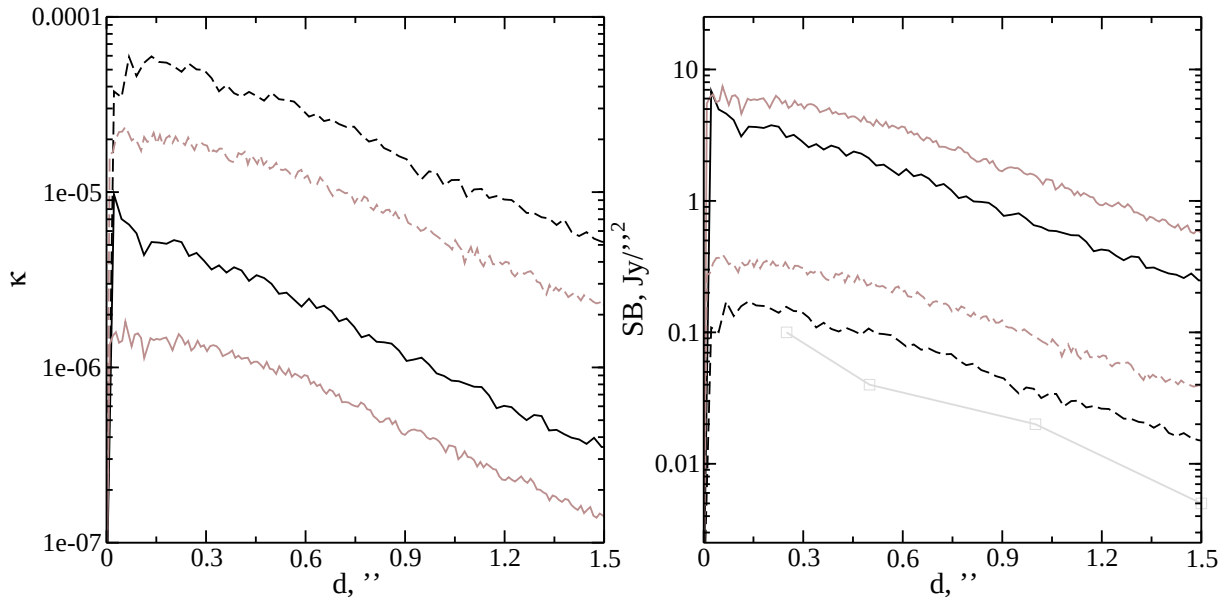


Рис. 7.5: *Слева*: контраст, достижимый с рассматриваемым методом на 2.5 м телескопе (черные линии) и 6-м телескопе (серые линии) при медианных условиях на Шатджатмазе, при разном блеске центральной звезды: сплошные линии — $V = 1^m$, прерывистые — $V = 7^m$. Суммарное время накопления данных — 1 час. *Справа*: предельная поверхностная яркость, достижимая с методом ДСП, при тех же условиях, обозначения те же. Толстой светло-серой линией с квадратами обозначена оценка поверхностной яркости окружения звезды AB Aur из работы [97], эта звезда имеет блеск $V = 7.06^m$.

звезде и практически исчезает на расстоянии $0.2''$.

Мы также оценили эффективность ДСП при использовании его на 6 м телескопе БТА, см. рис. 7.5. Применение 6-м телескопа позволяет продвинуться на 1 звездную величину вглубь. Кроме того, естественно, возрастает угловое разрешение.

Все предыдущие рассуждения о достижимом контрасте справедливы для точечного источника. Однако околосредное окружение, как правило, представляет собой протяженный источник и его блеск характеризуется поверхностной яркостью. Предельную поверхностную яркость, даваемую методом ДСП, нетрудно оценить, приняв угловой размер элемента изображения равным размеру дифракционного кружка λ/D . Результаты показаны на рис. 7.5, справа. На этом рисунке поверхностная яркость приведена в Янских на кв. секунду и вынесена за атмосферу. Примечательно, что зависимость предельной поверхностной яркости от блеска центральной звезды является прямой, т.е. чем слабее звезда, тем

более слабое окружение мы можем обнаружить. Также заметим, что для 6 м телескопа предельная поверхностная яркость оказывается меньше, чем для 2.5 м, что связано с тем, что он дает гораздо более высокое угловое разрешение.

На рисунке 7.5, справа приведена также поверхностная яркость поляризованного потока одного из самых ярких протопланетных дисков — диска около звезды AB Aur, оцененная путем получения прямого изображения в полосе H в работе [97]. Предполагая, что в полосе V этот диск имеет такую же яркость (эффективность рассеяния при переходе к более коротким длинам волн растёт) и учитывая, что эта звезда имеет блеск $V = 7.06^m$, мы можем сказать, что он будет недоступен нашему методу при медианных условиях в смысле получения изображения с дифракционным разрешением. В лучшие 10% времени данный диск будет обнаружим на пределе.

Особо отметим, что при наблюдениях протяженных источников чувствительность непосредственным образом связана с угловым разрешением, чем выше разрешение — тем хуже чувствительность. Поэтому всегда остается возможность пожертвовать угловым разрешением в пользу чувствительности. Предельным вариантом такого компромисса является параметрический анализ. В этом случае предполагается, что вид окружения описывается функцией нескольких параметров, которые и находятся из наблюдений.

7.4 Параметрический анализ $\mathcal{R}$

Простейшим способом извлечения информации об объекте из измерений $\mathcal{R}$ является их описание некоторой моделью, зависящей от нескольких параметров. Мы рассмотрим частный случай такой модели с одним параметром:

$$\Phi(\mathbf{f}, p) = \Phi_0(\mathbf{f}) + p\Phi_1(\mathbf{f}). \quad (7.15)$$

В этом случае задача сводится к определению параметра p , для которого функция $\Phi(\mathbf{f}, p)$ наилучшим образом описывает наблюдения. Параметр находился путем минимизации суммы квадратов отклонений модели от измерений, взятых с весами, обратно пропорциональными рассчитанным

дисперсиям наблюдений.

Эффективность метода ДСП определяется достижимой погрешностью определения параметра, в качестве которой используем оценку его дисперсии. Для приведенной линейной модели она описывается следующим соотношением (В статье [98] разобран более общий случай):

$$\frac{1}{\sigma_p^2} = \sum_i \frac{\Phi_1^2(\mathbf{f}_i)}{\sigma_i^2}, \quad (7.16)$$

где σ_p^2 — дисперсия оцениваемого параметра. Суммирование производится по $(f_c/f_0)^2$ независимых измерений, где $f_c = D/\lambda$ — частота среза, а $f_0 = r_0/\lambda$. σ_i^2 — дисперсии этих измерений, которую мы можем вычислить с помощью формул (С.2) и (С.3). $\mathbf{f}_i$ — координаты измерений $\mathcal{R}$ в пространстве Фурье-спектров.

Далее мы рассмотрим две параметрические модели: 1) точечный объект, положение фотоцентра которого меняется в зависимости от пропускаемой поляризации; 2) точечный объект и слабое поляризованное окружение.

7.4.1 Точечный объект, положение фотоцентра которого меняется в зависимости от пропускаемой поляризации

Рассмотрим некоторый объект, вид которого зависит от направления пропускаемой поляризации $\tilde{O}_h \neq \tilde{O}_v$, а значит $\mathcal{R}_0 \neq 1$. Допустим, объект имеет характерный угловой размер γ , что соответствует области пространственных частот $f_\gamma = 1/\gamma$. Для частот $|f| \ll f_\gamma$ амплитуду и фазу $\mathcal{R}_0$ удобно разложить в ряд Тейлора по малому параметру f/f_γ . В этой области определяющий вклад в изменение амплитуды будет вносить квадратичный член, а в изменение фазы — линейный. Это в свою очередь означает, что при сильной асимметрии поляризованного и/или полного потока источника, т.е. когда фаза $\mathcal{R}_0$ меняется значительно при частотах $\approx f_\gamma$, в области $|f| \ll f_\gamma$ изменение фазы всегда существенно больше изменения амплитуды, причем большая часть этого изменения приходится на наклон. В целом для $\mathcal{R}_0$ в области $|f| \ll f_\gamma$ можно записать

$$\mathcal{R}_0 \approx \exp \{i\pi(\boldsymbol{\theta} \mathbf{f})\}, \quad (7.17)$$

где $\boldsymbol{\theta}$ имеет смысл вектора разделения фотоцентров изображений, соответствующих разным направлениям поляризации. На практике область $|f| \ll f_\gamma$ представляет интерес в тех случаях, когда размеры источника много меньше дифракционного разрешения телескопа. Тогда наиболее надежно определяемым параметром источника является $\boldsymbol{\theta}$.

При построении модели Φ будем рассматривать не само $\mathcal{R}$, а его фазу. Таким образом $\Phi(\mathbf{f}, \theta_x, \theta_y) = \pi(f_x \theta_x + f_y \theta_y)$. Здесь θ_x, θ_y — компоненты вектора разделения фотоцентров, искомым параметром будем считать θ_x , а θ_y примем известным. Такое упрощение правомерно, так как при совместной оценке θ_x и θ_y оказываются некоррелированы. В терминах введенной ранее линейной модели (7.15) $\Phi_1(\mathbf{f}) = \pi f_x$, учитывая это, уравнение (7.16) для параметра θ_x можно записать так:

$$\frac{1}{\sigma_x^2} = \sum_i \frac{\pi^2 f_{xi}^2}{\sigma_{\phi i}^2}, \quad (7.18)$$

где f_{xi} — компонента x вектора $\mathbf{f}_i$, а шум фазы $\sigma_{\phi i}^2 = \sigma_\phi^2(\mathbf{f}_i)$ оценивается методом из приложения С.

Пользуясь этим выражением мы рассчитали ожидаемую дисперсию оценки смещения θ_x для принятых условий моделирования, результаты представлены на рис. 7.6а. Примечательно, что качество изображения не влияет на точность измерений. Это свойство дифференциальной спекл-интерферометрии было отмечено ранее в [94].

Как видно из графиков, для объекта $V = 13^m$ точность определения расстояния между фотоцентрами $\tilde{O}_h$ и $\tilde{O}_v$ за часовую экспозицию составляет для 2.5 м телескопа 8 микросекунд дуги, а для 6 м телескопа — 1.2 микросекунд дуги. Подобная точность значительно превосходит точность дифференциальной астрометрии в малом поле, характерную для наблюдений на крупных телескопах диаметром 5-8 м, которая составляет 150-200 микросекунд без адаптивной оптики [99, 100] и 100 микросекунд с адаптивной оптикой [101].

В качестве примера наблюдательной задачи приведем обнаружение дифференциального астрометрического сигнала от объектов типа BL Лас. Как известно, эти активные ядра галактик (АЯГ) время от времени демонстрируют увеличение поляризации на 10-20%, которое происходит в

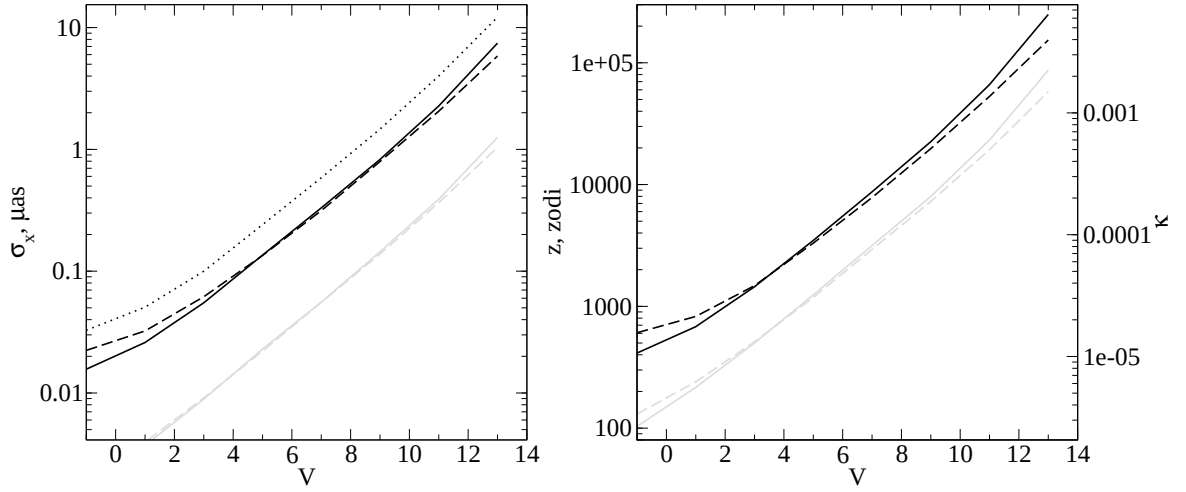


Рис. 7.6: *Слева:* ожидаемая точность дифференциальной астрометрии в зависимости от блеска в полосе V . *Справа:* ожидаемая точность определения параметра z экзозодиакального диска около звезды τ Ceti также в зависимости от V . z – поток от диска, выраженный в потоках солнечного зодиакального диска. Справа отложено отношение потоков диска и звезды – контраст диска κ . Сплошные линии – $r_0 = 12.5$ см (медианные условия), прерывистые линии – $r_0 = 20.5$ см. Черные линии – 2.5 м телескоп, серые – БТА. Пунктирной линией показаны результаты расчета для медианных условий, 2.5 м телескопа и полосы I .

течении 50-100 дней. Интересно было бы проверить, как при этом меняется положение фотоцентра поляризованного потока.

7.4.2 Экзозодиакальный диск

Различные процессы, связанные со звездной эволюцией, часто приводят к тому, что звезда оказывается окружена веществом, например, пылью. Излучение пыли имеет две основных составляющие. Первая — это ИК-излучение, связанное с тем, что пыль нагрета близкой звездой. На данный момент наблюдение и анализ ИК-излучения пыли является основным способом получения информации о ее распределении в околозвездном пространстве, температуре и хим. составе, что объясняется тем, что в этой части спектра контраст между пылевой оболочкой/диском (далее везде диск) и звездой не так велик, как в видимом диапазоне [102]. Вторая составляющая излучения пыли — это рассеянный свет звезды, который попадает в видимый диапазон. Получение изображений пылевых дисков в рассеянном свете, особенно в разных фотометрических полосах, — это эффективный метод диагностики пыли, дополняющий

наблюдения в ИК-диапазоне [103]. Главная трудность при наблюдениях пылевых дисков звезд — это большой контраст между оболочкой и звездой — $10^{(2\div 5)}$ и более. Однако рассеянный свет поляризован, что может упростить задачу обнаружения и определения параметров пылевой оболочки. В данном подразделе мы с помощью численного моделирования оценим предельный контраст между диском и звездой, когда диск еще может быть обнаружен с помощью ДСП.

Примем следующую модель наблюдаемого объекта: экзозодиакальный диск, идентичный солнечному, но с полной светимостью в z раз больше, вращающийся вокруг звезды τ Ceti (светимость $0.52L_{\odot}$, расстояние 3.65 пк, блеск $V = 3.5^m$) и видимый с полюса. Параметр z можно понимать как меру “мощности” диска в сравнении с солнечным, в литературе для нее принята единица измерения “zodi” [104]. Моделирование диска осуществлялось с помощью программы ZODIPIC [105] для idl, находящейся в свободном доступе. Эта программа использует данные работы [106] о солнечном зодиакальном облаке, рассеяние на пыли моделируется в соответствии с работой [107]. Мы добавили в код ZODIPIC расчет компонент вектора Стокса $Q_d(\alpha)$ и $U_d(\alpha)$ также на основе работы [107]. На рис. 7.7 приведены полученные распределения параметров Стокса I , Q , U , также для сравнения показаны кружки, соответствующие дифракционному разрешению 2.5 м и 6 м телескопов.

Видности $\tilde{O}_h$ и $\tilde{O}_v$ запишутся следующим образом:

$$\tilde{O}_h = \tilde{I}_{star} + z\tilde{I}_d + z\tilde{Q}_d, \quad \tilde{O}_v = \tilde{I}_{star} + z\tilde{I}_d - z\tilde{Q}_d, \quad (7.19)$$

где $\tilde{I}_{star}$ — видность, соответствующая звезде, $\tilde{I}_d$ и $\tilde{Q}_d$ — Фурье-спектры распределений компонент вектора Стокса диска. На рис. 7.7 также приведено $\tilde{Q}_d$ для нашей модели диска. Несмотря на то, что размеры диска формально находятся под дифракционным пределом разрешения 2.5 м телескопа, признаки его наличия в $\tilde{Q}_d$ попадают в область пространства Фурье-образов изображений, доступную измерению на 2.5 м телескопе (т.е. на пространственных частотах меньше частоты среза). Возможность получать информацию о деталях источника, размеры которых меньше дифракционного предела телескопа, известна в литературе как сверхразрешение [108].

Отношение $\mathcal{R}_0$ в этом случае запишется так:

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\tilde{I}_{star} + z\tilde{I}_d + z\tilde{Q}_d}{\tilde{I}_{star} + z\tilde{I}_d - z\tilde{Q}_d}. \quad (7.20)$$

Будем считать, что поток от окружения мал по сравнению с потоком от звезды $I_d \ll I_{star}$:

$$\mathcal{R}_0 \approx \left(1 + \frac{z\tilde{Q}_d}{\tilde{I}_{star}}\right) \left(1 + \frac{z\tilde{Q}_d}{\tilde{I}_{star}}\right) \approx 1 + \frac{2z\tilde{Q}_d}{\tilde{I}_{star}}. \quad (7.21)$$

Так как для точечного источника видность $\tilde{I}_{star} = 1$:

$$\mathcal{R}_0 \approx 1 + 2z\tilde{Q}_d. \quad (7.22)$$

Таким образом параметрическая модель, которой мы будем аппроксимировать наблюдаемую $\mathcal{R}$:

$$\Phi(\mathbf{f}, z) = 1 + 2z\tilde{Q}_d(\mathbf{f}). \quad (7.23)$$

Целью моделируемых наблюдений будет определение величины z .

В данном случае нас будет интересовать только амплитуда $\mathcal{R}$, так как источник центрально-симметричен, а значит фаза $\mathcal{R}$ заведомо равна нулю. Уравнение (7.16) для погрешности оценки z будет выглядеть так:

$$\frac{1}{\sigma_z^2} = \sum_i \frac{4\tilde{Q}_{di}^2}{\sigma_{Ai}^2}, \quad (7.24)$$

где $\tilde{Q}_{di} = \tilde{Q}_d(\mathbf{f}_i)$, а шум амплитуды $\sigma_{Ai}^2 = \sigma_A^2(\mathbf{f}_i)$ оценивается по формуле С.2.

Определенный по измерениям параметр z распределен практически нормально, поэтому вероятность обнаружения диска яркостью $z = \sigma_z$ составляет около 70 процентов. Заметим, что хотя определенный нами порог относится к конкретной модели, он дает представление о возможностях метода в применении к наблюдению околозвездного окружения.

Результаты оценок порога обнаружения для 2.5 м и 6 м телескопов и разных условий в смысле качества изображения представлены на рис.

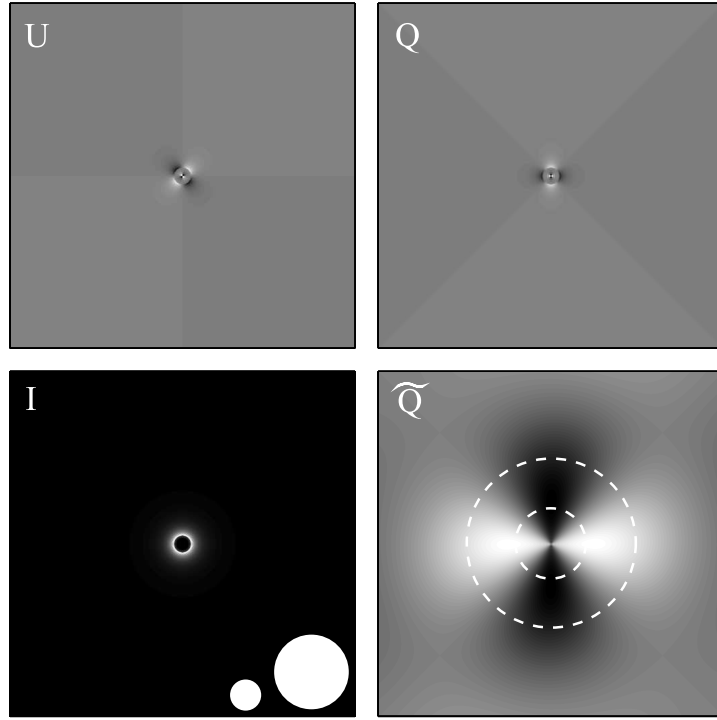


Рис. 7.7: Модель экзозодиакального диска вокруг τ Ceti, рассчитанная с помощью ZODIPIC (подробнее см. текст). Верхний ряд: параметры Стокса U и Q , нижний ряд, левый рисунок — полная интенсивность I , диаметр кружков соответствует $1.22\lambda/D$ для $D = 2.5$ м (большой кружок) и для $D = 6$ м (маленький кружок). Нижний правый рисунок — Фурье-спектр $\tilde{Q}_d$, кружками обозначены области, доступные измерению на 2.5 м (маленький кружок) и 6 м телескопах (большой кружок).

7.6б. Из рисунка видно, что и для этой модели качество изображения слабо влияет на возможности метода.

При блеске $V = 1^m$ на 2.5 м телескопе методу ДСП будут доступны диски в 700 zodi, а на 6 м — 220 zodi (абсолютный контраст между диском и звездой 1.8×10^{-5} и 5.7×10^{-6} , соответственно). Один из самых ярких экзозодиакальных дисков наблюдается у Веги, в ИК-диапазоне его светимость 3000 zodi, в видимом диапазоне, скорее всего, меньше [109]¹. Таким образом, можно сделать вывод, что на 2.5 м и 6 м телескопах метод ДСП применим для наблюдений ярчайших экзозодиакальных дисков типа Веги.

Однако экзозодиакальные диски — это лишь частный случай пылевых оболочек у звезд, они характерны для довольно старых звезд глав-

¹Вообще, данные о светимости экзозодиакальных дисков в видимом диапазоне крайне скудны вследствие уже упомянутых трудностей, связанных с высоким контрастом.

ной последовательности. В других ситуациях необходимый для обнаружения предельный контраст может быть значительно ниже. Например, для оболочки из работы [95], упоминавшейся во введении, доля рассеиваемого потока около 10%, таким образом, она доступна методу ДСП с большим запасом. У молодых звезд также могут быть мощные пылевые оболочки (см. например [110]). Эти объекты представляют большой интерес, и результаты этого подраздела могут быть использованы для оценки возможности их наблюдения.

7.5 Практические аспекты ДСП

Особенности метода ДСП налагают некоторые ограничения на прибор, с помощью которого этот метод может быть реализован. Обсудим наиболее важные из них.

При расчете величины $\mathcal{R}$ используются Фурье-спектры изображений, для корректной оценки которых необходимо, чтобы размер пикселя детектора был меньше $\lambda/2D$. Предпочтительно использование EMCCD-детектора, обладающего пренебрежимо малым шумом считывания и позволяющего делать короткие экспозиции с большой частотой.

Теоретический анализ показывает, что $\mathcal{R}$ является смещенной оценкой величины $\mathcal{R}_0 = \tilde{O}_h/\tilde{O}_v$, зависящей только от свойств объекта. Смещение $\mathcal{R}$ зависит только от поляризационных свойств телескопа и прибора, для его измерения предлагается два уровня калибровки:

Первый – это перемена мест изображений, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации, что, как обычно, можно реализовать с помощью полуволновой пластинки, поворачивающей плоскость поляризации на $\pi/2$. Эта процедура позволит точно измерить фазовый множитель, входящий в уравнение (7.7), или разность углов на которые призма Волластона отклоняет пучки. Дифференциальные аберрации, возникающие в оптической системе после полуволновой пластинки, также войдут в этот фазовый множитель. Следовательно, имеет смысл устанавливать полуволновую пластинку так, чтобы она была одним из первых оптических элементов в системе.

Второй уровень калибровки требуется для устранения дифференциальных аберраций, возникающих в оптической системе до полуволновой

пластинки. Он заключается в измерении $\mathcal{R}$ для калибровочной звезды. Эта звезда должна быть по спектру похожа на научный объект, а также ярче его на $4 - 5^m$ (в тех случаях когда это возможно), иначе калибровочное измерение увеличит шум итоговой оценки. Изображение калибровочной звезды заведомо не должно зависеть от направления поляризации. Это условие будет выполняться с запасом для одиночных звезд главной последовательности спектральных классов более поздних, чем A0, и имеющих угловой размер менее $\approx 0.01''$.

Дифференциальные абберрации приводят к появлению не только систематического сдвига, который можно учесть с помощью упомянутых калибровок, но и атмосферного шума. Поэтому нужно стараться уменьшить их еще на этапе конструирования, обеспечив максимальную схожесть путей, по которым идут пучки, соответствующие горизонтальной и вертикальной поляризации. Для этого призма Волластона должна быть установлена в качестве последнего оптического элемента в системе. В этом случае наибольший вклад в дифференциальные абберрации будет вносить сама призма, вследствие двулучепреломляющих свойств её материала.

Отклонение любой поверхности призмы, через которую проходят пучки, от плоскости на величину Δ приведет к появлению дифференциальной фазовой абберрации $k(n_o - n_e)\Delta$, где n_o и n_e – показатели преломления, соответствующие обыкновенному и необыкновенному лучу. Величина $n_o - n_e$ для кальцита составляет -0.172 , а для кварца $+0.009$. Таким образом, использование призмы из кварца более предпочтительно, так как требования к качеству поверхности для него ослабляются в ≈ 20 раз. Однако угол, на который отклоняются пучки для призмы из кварца также значительно меньше.

Оценим допустимый уровень фазовых дифференциальных аббераций. Дифференциальный астигматизм (подобный изображенному на рис. А.1, нижний правый квадрант, фаза P_A и P_D) $Z_5 = 0.011$, что соответствует изменению фазы 0.054 радиан, при наблюдении в фокусе Кассегрена приведет к увеличению атмосферного шума в 3 раза. Соответствующее отклонение поверхности призмы от плоскости составляет $\lambda/20$ для кальцита и λ для кварца. Влияние атмосферного шума в этом случае в

основном будет сказываться при наблюдении ярких объектов $V < 4^m$, для которых пуассоновский шум достаточно мал (см. рис. 7.3). Если же ограничиваться слабыми объектами, то ограничения на уровень аберраций значительно ослабевают.

В этой работе мы исследуем возможности метода ДСП с учетом трех эффектов: инструментальной поляризации телескопа, искажений, вносимых атмосферой и конечностью числа регистрируемых квантов. Измерения, выполненные на реальном приборе, возможно, будут отягощены систематическими ошибками, вызванными другими факторами. Но, скорее всего, часть этих систематических ошибок будет устраняться описанными калибровками.

Существенный успех в уменьшении влияния систематических ошибок в поляризационных наблюдениях был достигнут с прибором Extreme Polarimeter (ExPo), “visitor instrument” на 4.2 м телескопе WHT [111]. Этот прибор довольно похож на предлагаемый нами, он также работает с большими сериями короткоэкспозиционных изображений, полученных одновременно в двух направлениях поляризации в видимом диапазоне. В ExPo также применяется перемена мест изображений для устранения систематических эффектов, причем эта перемена осуществляется после каждого кадра. Возможно, этот подход окажется эффективен в приложении и к ДСП.

7.6 Сравнение возможностей ДСП с существующими и планируемыми поляриметрами

Итак, моделирование показало, что ДСП в режиме восстановления поляризованного потока при реализации на 2.5 м телескопе обеспечит контраст $10^{-4.2}$ для звезд $V = 7^m$ на расстоянии до $0.04''$. Сравним эти величины с характеристиками других существующих и планируемых поляриметров с помощью таблицы 7.1. Начнем с прибора ExPo. Как уже говорилось, данный инструмент больше остальных похож на предлагаемый нами, он не использует АО-коррекцию, хотя это и планируется. Отличие от нашего метода заключается в том, что алгоритм обработки данных ExPo предусматривает работу непосредственно с изображения-

Таблица 7.1: Сравнение предлагаемого инструмента с существующими и планируемыми поляриметрами. IWA — inner working angle, минимальное расстояние на котором достигим данный контраст. Во второй колонке указан тип прибора: IP — imaging polarimeter, SAM — sparse aperture masking, C — coronagraph. В последней колонке — ссылка на работу, из которой взяты параметры прибора.

инструмент	тип	контраст	λ , мкм	IWA, "	ref.
ДСП@2.5 м (планируется)	ДСП	$10^{-4.2}$ ($V = 7^m$)	0.45-0.85	0.04	
ДСП@6.0 м	ДСП	$10^{-4.7}$ ($V = 7^m$)	0.45-0.85	0.015	
ExPo (существует)	IP	10^{-5} ($V = 7^m$)	0.4-0.9	0.5	[111]
HiCIAO (существует)	АО + C + IP	10^{-5} ($H = 4.6^m$)	1-3	0.15	[97]
VLT/NACO (существует)	АО + SAM	?	1-3	0.02	[95]
MMT-POL (планируется)	АО + IP	?	1-5	?	[112]
IRDIS (планируется)	ExAO + C + IP	$10^{-6.3}$ ($V = 1^m$)	0.95-2.32	0.1	[113]
ZIMPOL (планируется)	ExAO + C + IP	10^{-8} ($V = 3^m$)	0.6-0.9	0.030	[114]
GPI (планируется)	ExAO + C + IP	10^{-8} ($I = 7^m$)	0.95-2.32	0.2	[115]

ми. Заметим, что угловой размер пикселя камеры, использующийся в этом приборе больше, чем полагается по теореме Котельникова ($\lambda/2D$), поэтому изображения с него нельзя обработать методом ДСП. Напротив, наш прибор можно будет использовать так же, как ExPo.

Остальные рассмотренные нами поляриметры предполагают наличие АО (иногда ExAO) и коронографа, и являются очень сложными и дорогими инструментами. О приборе MMT-POL известно немного [112]: он будет установлен на 6.5 м телескопе MMT, за системой АО с адаптивным вторичным зеркалом. Рабочий диапазон длин волн MMT-POL будет 1-5 мкм. К сожалению, авторы статьи [112] не привели никакой информации об ожидаемом контрасте данного прибора.

HiCIAO — многофункциональная камера-коронограф, предназначен-

ная для достижения высокого контраста, установленная на 8-м телескопе SUBARU. В статье [97] говорится, что с этим прибором в режиме дифференциальной поляриметрии был достигнут контраст 10^{-5} в полосе H, при блеске $H = 5.0^m$.

Приборы SPHERE/IRDIS [113] и GPI [115] похожи друг на друга и являются коронографами следующего поколения, которые будут установлены на телескопах VLT и Gemini, соответственно. Главной наблюдательная задача для них — прямое обнаружение и определение свойств внесолнечных планет. Отсюда расчетный контраст $\approx 10^{-8}$ по поляризованному потоку. Оба прибора будут работать в ближнем ИК. SPHERE будет иметь также коронограф видимого диапазона ZIMPOL с таким же предполагаемым контрастом [114].

Итак, мы видим, что ДСП при реализации на 2.5 м телескопе в некотором смысле имеет свою нишу — сравнительно высокий контраст в видимом диапазоне вплоть до расстояний $0.04''$ до звезды. Еще большими возможностями бы обладал прибор, реализующий ДСП на 6-м телескопе, см. таблицу 7.1

Большая часть результатов этой главы будет опубликована в статье “Дифференциальная спекл-поляриметрия: теоретический анализ возможностей” в Письмах в Астрономический журнал, т. 39, вып. 4, 2013 г..

7.7 Обсуждение

Дифференциальные поляризационные измерения с высоким пространственным разрешением являются намного более точными, чем абсолютные, что открывает дополнительные возможности исследования свойств астрономических объектов. Повышенная точность реализуется за счет того, что многие искажающие волновой фронт факторы влияют на его компоненты поляризации одинаково. Главным таким фактором является атмосферная турбулентность, ограничивающая угловое разрешение наземных телескопов. Метод ДСП позволяет существенно уменьшить влияние атмосферного шума и получить информацию о поляризационных свойствах излучения объекта с дифракционным разрешением.

Прибор, измерения с которого можно обработать с помощью ДСП, должен являться одновременно спекл-интерферометром и двухлучевым

поляриметром. Его конструкция должна удовлетворять следующим основным требованиям: 1) размер пикселя должен быть меньше $\lambda/2D$, 2) пучки с разными направлениями поляризации должны идти максимально похожими путями.

В качестве основной наблюдаемой величины в методе ДСП рассматривается $\mathcal{R}$ – усредненный кросс-спектр короткоэкспозиционных изображений, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации, нормированный на усредненный спектр мощности изображения, соответствующего одному из направлений поляризации. Для исследования свойств шума $\mathcal{R}$ было выполнено численное моделирование методом Монте-Карло, основной практический вывод которого заключается в том, что в видимом диапазоне пуассоновский шум доминирует над атмосферным шумом для звезд слабее $V = -1^m$, при условии, что отсутствуют дифференциальные абберрации кроме тех, что вносит сам телескоп.

Для объектов, представляющих собой яркую звезду и слабое поляризованное излучение, возможно восстановить распределение поляризованного потока по измерениям $\mathcal{R}$. Как было показано, за экспозицию в 1 час в этом случае достигается контраст 6×10^{-5} на 2.5 м телескопе и 2×10^{-5} на 6 м телескопе для звезды 7^m величины. При блеске 1^m достижимый контраст становится 4×10^{-6} и 1.6×10^{-6} для 2.5 м и 6 м телескопов, соответственно.

Также $\mathcal{R}$ может быть интерпретирована методом параметрического анализа. Пользуясь численной моделью, мы исследовали возможности метода на двух примерах. В первом примере рассматривается точечный объект, положение фотоцентра которого зависит от направления поляризации. В этом случае разница положений фотоцентров поляризованного потока может быть измерена с точностью 8 и 1.2 микросекунд дуги для 2.5 м и 6 м телескопов, соответственно, при блеске объекта $V = 13^m$. Подобная точность астрометрии открыла бы интересные возможности исследования некоторых астрономических объектов, например, АЯГ. Во втором примере с помощью идеализированной модели мы оценили возможности метода в характеристизации пылевых дисков, вращающихся вокруг звезд. Показано, что для звезд $V = 1^m$ и для 2.5 м и 6 м телескопов

наблюдениям будут доступны диски, поток от которых в 1.8×10^{-5} и 5.6×10^{-6} раз меньше потока от звезды, соответственно. Такой контраст имеют ярчайшие экзозодиакальные диски, а также пылевые диски вокруг молодых звезд. Также обнаружено, что возможности метода слабо зависят от качества изображения.

Сравнение с другими существующими и планируемыми поляриметрами показало, что ДСП имеет свою нишу — сравнительно высокий контраст в видимом диапазоне на малых угловых расстояниях от звезды, а также высокая точность дифференциальной астрометрии.

Заключение

На протяжении истории методы астрономии — инструменты, обработка и интерпретация, теоретические модели — развивались параллельно, и во всех этих областях были достигнуты существенные успехи, что и определило уровень астрономии, как “большой” науки. Недостаточное внимание к любой из этих составляющих грозит неудачами и ошибками, цена которых слишком высока. В том числе это относится и к работам по развитию астрономического инструментария, которые на первый взгляд далеки от решения фундаментальных задач, но в действительности формируют инфраструктуру, которая обеспечивает прогресс фундаментальной науки.

Ярким примером такой инфраструктуры в астрономии являются методы увеличения углового разрешения в оптическом диапазоне, а особенно адаптивная оптика (АО). Увеличение углового разрешения приводит не только к тому, что мы видим более мелкие детали изображения, но и к повышению проникающей силы телескопа, т.к. изображение малого размера легче обнаружить на фоне (который всегда присутствует в астрономических наблюдениях). Т.о. АО значительно увеличивает эффективность астрономических наблюдений очень многих типов: фотометрия слабых источников, фотометрия в тесном поле, спектроскопия, исследование слабых источников в непосредственной близости от ярких и т.д.

АО, как и многие современные астрономические инструменты, — это большая и сложная система. Создание таких систем — это всегда исследовательская работа на стыке областей знаний, в случае АО это оптика, радиофизика, теория управления и т.д. При разработке таких сложных систем численное моделирование часто оказывается незаменимым инструментом для оценки зависимости эффективности системы в широком смысле от конструкции и параметров прибора, условий внешней среды и т.д., подробнее см. введение.

Методы увеличения углового разрешения направлены в первую очередь на борьбу с эффектами атмосферной турбулентности, поэтому на их эффективность очень сильно влияют параметры турбулентности. В связи с этим, для оценки эффективности метода при реализации на конкрет-

ном телескопе, установленном в определенном месте, абсолютно необходимо сначала измерить параметры ОТ в атмосфере над этим местом, т.к. параметры ОТ значительно меняются от места к месту. Также параметры ОТ сильно переменны во времени, так что их измерения должны проводиться в режиме мониторинга в течении 2-3 лет с достаточным временным разрешением.

Для вершины Шатджатмаз, рассматриваемой в данной работе, такие измерения выполняются с помощью прибора MASS-DIMM начиная с 2007 г. Отметим, что измерения выполняются с инструментом, идентичным применяемым при выборе места для сверхкрупных телескопов и для сопровождения систем АО на ведущих обсерваториях мира. Данная диссертация в некотором смысле представляет собой по сути углубленный анализ этих измерений. Итак, мы использовали данные, полученные до ноября 2011 для построения моделей ОТ в атмосфере, сводящие разнообразие наблюдаемых условий ОТ к небольшому количеству профилей, пригодному для использования в моделировании. Отметим, при измерениях на MASS-DIMM была применена новая методика [27], которая позволила получать одновременно с профилем ОТ и профиль ветра. Полученные данные о профиле ветра значительно превосходят по временному разрешению и временному охвату все более ранние измерения, полученные где-либо с другими приборами. Это позволило расширить стандартную процедуру построения модели ОТ, добавив к рассмотрению переменность профиля ветра. Применение построенной модели не ограничивается рассмотренными в работе случаями, она может быть использована для анализа и других наблюдательных методик, эффективность которых зависит от свойств ОТ, например, мультисопряженной адаптивной оптики.

Несмотря на то, что на Кавказе расположено несколько обсерваторий, регулярные измерения профиля ОТ и скорости ветра в этом регионе ранее никогда не проводились. С некоторой натяжкой можно предположить, что построенная модель описывает свойства ОТ в свободной атмосфере (выше 500 м) и для других мест, находящихся неподалеку от Шатджатмаза [116]. Однако свойства приземного слоя (ниже 500 м) — интенсивность турбулентности и скорость ветра — сильно зависят от ло-

кального рельефа и свойств подстилающей поверхности, поэтому они все равно должны измеряться в режиме мониторинга в каждом конкретном месте.

Перейдем к обсуждению результатов основной части работы, посвященной моделированию некоторых методов увеличения углового разрешения, которые могут быть реализованы на 2.5 м телескопе. Напомним, что для моделирования мы использовали известные инструменты, учитывающие основные эффекты, влияющие на эффективность этих методов. Результаты для каждого из методов можно разделить на две части: 1) оптимальные с нашей точки зрения параметры приборов и варианты их конструкции 2) возможности соответствующих приборов.

Из систем АО мы рассмотрели два базовых типа — АО с естественной опорной звездой и АО с лазерной опорной звездой. В обоих случаях мы сосредоточились на видимом диапазоне по двум причинам. Во-первых, наблюдения в видимом диапазоне пока еще более востребованы будущими пользователями 2.5 м телескопа, в том числе из-за отсутствия сравнимых по формату приемников для ближнего ИК-диапазона. Во-вторых, в ближнем ИК-диапазоне довольно высокое качество коррекции может быть достигнуто с помощью простого исправления наклонов волнового фронта.

Результаты разделов 3 и 4 показывают, что эффективность работы системы АО как с естественным, так и с искусственным источником кардинально зависит от того, может ли сам наблюдаемый объект быть использован в качестве опорной звезды. Если это так, то NGS АО будет обеспечивать практически дифракционное качество коррекции. В этом случае целесообразно использовать деформируемое зеркало с размером субапертуры/актюатора 16.7 см и датчик волнового фронта типа “пирамида”. Такая система сможет обеспечивать в полосе R и при медианных условия число Штреля более 0.8 для звезд $R < 10^m$ и более 0.2 для $R < 17^m$. Если же целевым параметром для нас является полуширина, то предельная звездная величина значительно возрастает, так, даже при $R = 19^m$ в 45% случаев полуширина скорректированного изображения будет меньше $0.1''$. Такие слабые требования к блеску опорной звезды значительно расширяют количество доступных объектов.

Если же интересующий нас научный объект не может быть использован в качестве опорной звезды, то нам остается использовать в качестве таковой ближайшую подходящую по яркости звезду поля. Возможность такой коррекции обычно в литературе характеризуется с помощью покрытия неба. Покрытие неба в обычном понимании — это вероятность найти гидировочную звезду на таком расстоянии, чтобы АО-коррекция работала. Однако, в таком виде понятие покрытия неба сильно зависит от конкретного критерия работоспособности АО-коррекции. Поэтому в этой работе при моделировании NGS АО мы использовали вместо покрытия неба следующее понятие: распределение полуширины скорректированного изображения в произвольном направлении на небе.

Поясним, как это распределение соотносится с покрытием неба. Если покрытие неба полное, то это распределение совпадает с распределением полуширины в скорректированном изображении опорной звезды. Если же покрытие неба близко к нулю, то это распределение будет совпадать с распределением полуширины в нескорректированном изображении. В реальности реализуется некоторый промежуточный случай. Этот подход более предпочтителен, чем оценка покрытия неба еще по двум причинам. Во-первых, распределение полуширины дает более полное количественное представление о возможностях системы, так как он принимает во внимание все разнообразие условий в атмосфере, а не только конкретный профиль. Во-вторых, это распределение легко сравнивать с аналогичными распределениями, рассчитанными для других систем исправления атмосферных искажений, например LGS АО.

В таблице 8.1 приведены некоторые квантили этого распределения, рассчитанного для полос R и I и различных направлений на небе. Видно, что рассмотренная нами система NGS АО, в принципе, способна уменьшить полуширину изображений в 1.6 раза для произвольной точки на небе, что эквивалентно продвижению по проникающей силе более чем на 0.5 звездных величин. Из распределений также видно, что эффект увеличения разрешения усиливается для хороших условий ОТ. Данный факт заставляет усомниться в известном утверждении, что NGS АО имеет пренебрежимо малое покрытие неба. Заметим, что к аналогичному выводу недавно пришли авторы [71], но они рассматривали систему, ра-

Таблица 8.1: Некоторые квантили распределений полуширины изображения. Первая строчка — без коррекции, с учетом внешнего масштаба $L_0 = 25$ м и собственных aberrаций телескопа. Вторая строчка — система NGS АО, произвольная точка на небе, площадка в направлении на северный галактический полюс. Третья строчка — то же, но для площадки 2 (см. подраздел 3.3). Четвертая строчка LGS АО, произвольная точка на небе.

	50%		25%		10%	
система АО	R	I	R	I	R	I
без коррекции	0.74''	0.70''	0.57''	0.54''	0.47''	0.44''
NGS АО (площ. 1)	0.45''	0.38''	0.27''	0.20''	0.17''	0.12''
NGS АО (площ. 2)	0.37''	0.27''	0.20''	0.13''	0.11''	0.09''
LGS АО	0.28''	0.26''	0.19''	0.19''	0.15''	0.15''

ботающую в ближнем ИК-диапазоне и на 8 м телескопе (LBT).

Недостаток систем NGS АО — малое поле зрения — в полной мере проявляется в рассмотренной нами системе. Так, при медианных условиях размер области, где АО-коррекция работает достаточно хорошо, будет $20 - 30''$, центр этой области будет приходиться на опорную звезду.

В случае системы LGS АО для измерения фазы волнового фронта используется искусственный лазерный источник (LGS), сфокусированный на конечной высоте h_* в атмосфере, причем чем больше h_* , тем меньше эффект конуса, и тем ближе скорректированное изображение к дифракционному. Однако важный момент заключается в том, что для достижения высокой степени коррекции необходимо также с достаточной точностью измерить наклон волнового фронта по естественной опорной звезде (TT-NGS), т.к. по LGS это сделать невозможно. Оказывается, что в видимом диапазоне соотношение плотности звезд и угла изопланатизма таково, что итоговое качество коррекции в малой степени зависит от h_* , а в основном определяется вероятностью найти достаточно яркую TT-NGS на достаточно малом расстоянии от интересующего нас источника. В связи с этим мы пришли к выводу, что целесообразно использовать небольшую высоту фокусировки лазерного опорного источника $h_* = 8$ км, т.к. качество коррекции в этом случае не намного меньше, но в то же время она более однородна по полю, другими словами, система имеет большее поле зрения. В такой конфигурации система будет

представлять собой типичную систему АО с коррекцией приземного слоя (Ground Layer Adaptive Optics — GLAO). Основная идея систем такого типа — это частичная коррекция в довольно большом поле.

Некоторые квантили результирующего распределения полуширины приведены в таблице 8.1. Система будет уменьшать полуширину, даваемую атмосферой, примерно в 2.6 раза, что эквивалентно увеличению проникающей силы на 1 звездную величину. В целом из рисунка 4.6 можно сделать вывод, что предлагаемая GLAO будет превосходить по возможностям предлагаемую NGS АО, при наблюдении в произвольном направлении. Однако преимущество это отнюдь не подавляющее, гораздо более важным свойством GLAO является большее корректируемое поле. Действительно, из рисунка 4.7 видно, что доля времени, в которое будет реализовываться корректированное поле, размерами $2'$, полуширина по которому не превышает $0.3''$, составляет 45%, что вдвое больше, чем для рассмотренной системы NGS АО.

Приведем также главные характеристики рассмотренной нами системы GLAO. Размер субапертуры датчика волнового фронта и деформируемого зеркала 22.5 см, также можно его увеличить до 35 см, это даст увеличение полуширины в среднем на $0.02 - 0.04''$. В качестве датчика волнового фронта использовался датчик Шака-Гартмана, более простой в реализации, чем датчик пирамида. Детектор датчика волнового фронта — ПЗС-матрица с электронным усилением. LGS формируется на высоте 8 км с помощью импульсного лазера, при частоте импульсов 10 кГц мощность лазера должна быть не менее 3 Вт. Для измерения наклонов волнового фронта используется две TT-NGS.

Общий вывод из разделов 3 и 4 таков. Для наблюдения одиночных точечных объектов ярче 19^m в видимом диапазоне целесообразно использовать предлагаемую систему NGS АО. Для наблюдения протяженных объектов произвольной яркости или относительно больших полей (размером $\sim 3'$) целесообразно использовать предлагаемую систему GLAO. В случае GLAO увеличение эффективности будет не столь значительное, как для NGS АО, использующей в качестве опорной звезды наблюдаемый объект. Наконец, заметим, что возможна реализация NGS АО и GLAO в рамках одного универсального прибора, создать который будет,

предположительно, проще и дешевле, чем две отдельные системы.

В разделе 5 мы рассмотрели систему компенсации наклонов волнового фронта для ближнего ИК-диапазона. При этом наша задача была проще, чем в случае АО, т.к. параметры камеры для ИК-диапазона известны. Ее поле зрения составляет $4.76' \times 4.76'$, угловой размер пикселя камеры будет $0.28''$, камера будет работать в ИК полосах J, H, K . Также, как и для АО, эффективность системы сильно зависит от возможности использовать наблюдаемый объект в качестве опорной звезды. Если такая возможность есть, то система сможет обеспечить полуширину менее $0.3''$ в 40% и 70% времени, для H и K полосы соответственно, что примерно в два раза лучше, чем дает атмосфера.

Если интересующий нас объект не может быть использован в качестве опорной звезды, то, как и в случае АО, необходимо найти гидировочную звезду достаточной яркости достаточно близко от центра интересующей нас площадки. Учитывая, что поле зрения камеры сравнительно велико, для достижения равномерной коррекции по полю желательно использовать две гидировочные звезды. В этом случае доля времени, в которую система будет обеспечивать полуширину менее $0.3''$ по всему полю будет составлять 28%. Система компенсации наклонов представляется простым и эффективным способом увеличения эффективности ИК-камеры 2.5 м телескопа.

Итак, мы выяснили, что АО значительно увеличит возможности телескопа в смысле достижимой полуширины изображения. Это позволит решать как существующие задачи за более короткое время, так и задачи, невыполнимые с данным телескопом без АО вообще, поэтому ее реализация на 2.5 м телескопе чрезвычайно перспективна. Это особенно актуально в свете того, что 2.5 м телескоп создается в том числе и для обучения студентов астрономического отделения самым современным наблюдательным методам.

Селекция изображений в ее различных модификациях, пожалуй, самый популярный на данный момент пассивный метод достижения дифракционного разрешения с телескопами диаметром 1.2-4.0 м и его популярность только возрастает. В этой работе мы выполнили моделирование селекции изображений методом МК с тем, чтобы оценить ее воз-

возможности при реализации на 2.5 м телескопе. Заметим, что работы по моделированию селекции изображений, которые выполнялись ранее, использовали довольно грубые модели атмосферной турбулентности [117], модель, использованная нами, намного точнее.

В случае селекции изображений мы не можем дать характеристики эффективности в вероятностном смысле, как для АО, т.к. для селекции изображений пока не предложено методов моделирования, сравнимых по быстродействию с аналитическим методом, поэтому приходится использовать метод МК и модель типичных профилей.

Итак, при медианных условиях в атмосфере, число Штреля изображения опорной звезды, восстановленного методом селекции изображений, составит 0.147 в полосе R , учет конечности экспозиции (30 мс) приводит к уменьшению числа Штреля до 0.13. При использовании размера пикселя вдвое крупнее, чем $\lambda/2D$ (как того требует теорема Котельникова), число Штреля уменьшается на 30%, что вполне приемлемо, учитывая то, что поле камеры при этом возрастает в два раза.

Для селекции изображений анизопланатизм ограничивает размер корректируемой области точно также как для АО, угол характеризующий это явление обычно определяется как расстояние от опорной звезды, при котором число Штреля падает в e раз по сравнению с изображением опорной звезды. Для медианного профиля ОТ и экспозиции 30 мс этот угол составляет $12''$. Учитывая, что число Штреля на краю поля зрения становится довольно мало — $\sim 0.03 - 0.05$, более адекватной характеристикой анизопланатизма представляется угловое расстояние от опорной звезды, при котором *полуширина* изображения становится больше некоторой величины, например, $0.3''$. Для медианного профиля ОТ этот угол составляет $22''$. Т.о. можно сделать вывод, что при селекции изображений оправдано использование камеры с полем зрения размерами до $45''$. Более подробно технические требования к камере приведены ниже.

Метод получения информации о распределении поляризованного потока с дифракционным разрешением, рассматриваемый в данной работе — дифференциальная спекл-поляриметрия (ДСП) — также является пассивным методом увеличения разрешения. Благодаря этому ему реализация намного проще, чем АО, однако она имеет свои особенности,

характерные для поляризационных измерений. Этот метод основывается на оценке усредненного кросс-спектра $\mathcal{R}$ короткоэкспозиционных изображений, соответствующих горизонтальной и вертикальной поляризации, нормированного на усредненный спектр мощности изображения, соответствующего одному из направлений поляризации. Мы показали, что после дополнительных калибровок величина $\mathcal{R}$ будет являться несмещенной оценкой отношения Фурье-спектров изображений, соответствующий разным направлениям поляризации.

Информация о распределении поляризованного потока может быть извлечена из $\mathcal{R}$ в предположении, что вид объекта описывается некоторой известной моделью. Если объект представляет собой яркий точечный источник и слабое поляризованное окружение, то вид окружения может быть восстановлен из измерений $\mathcal{R}$. Как было показано в работе, за экспозицию в 1 час в этом случае достигается контраст по поляризованному потоку 4×10^{-6} на 2.5 м телескопе и 1.6×10^{-6} на 6 м телескопе для звезды $V = 1^m$. В тех случаях, когда поляризованное окружение слишком слабо, сведения о нем могут быть получены, если предположить, что его вид описывается известной моделью. В этом случае возможно обнаружение пылевых дисков, *полный* поток от которых составляет 1.8×10^{-5} и 5.6×10^{-6} раз меньше потока от звезды на 2.5 м и 6 м телескопах, соответственно, при блеске центральной звезды $V = 1^m$. Если объект имеет малые угловые размеры, но положение его фотоцентра зависит от направления пропускаемой поляризации, то это положение может быть измерено с большой точностью — 8 и 1.2 микросекунд дуги для 2.5 м и 6 м телескопов, соответственно, при блеске объекта $V = 13^m$. В целом можно сделать вывод, что метод ДСП имеет свою нишу — сравнительно высокий контраст в видимом диапазоне на малых угловых расстояниях от звезды и высокая точность дифференциальной астрометрии, а его реализация на 2.5 м телескопе весьма перспективна.

Приведем примеры объектов, для изучения которых ДСП может оказаться полезен: 1) Внутренняя часть кометной комы, в т.ч. в динамике. Метод ДСП позволит увидеть поляризованные детали на расстоянии 10-20 км от ядра кометы. 2) Газопылевые оболочки около молодых и старых звезд. 3) Активные ядра галактик, изменение положения фотоцентра по-

ляризованного потока.

Схожесть инструментария для методов, рассматриваемых в разделах 6 и 7, позволяет предположить, что они могут быть реализованы с помощью одного прибора. Сформулируем требования к этому прибору:

- В качестве детектора необходимо использовать ПЗС с электронным усилением, т.к. детекторы этого типа способны получать кадры с достаточной частотой и практически лишены шума считывания.
- Конструкция прибора должна предусматривать возможность выбора между двумя масштабами ω .
- $\omega = 0.0227''/\text{пкс}$, соответствует полю зрения $11.6''$ при размерах детектора 512×512 пикселей. Этот масштаб выбран так, чтобы обеспечивать возможность вычисления Фурье-спектра изображения вплоть до частоты среза телескопа. Он будет использоваться для реализации методов типа спекл-интерферометрии, в т.ч. и ДСП.
- $\omega = 0.0665''/\text{пкс}$, соответствующее поле зрения $34.1''$. Большой масштаб предназначен для реализации селекции изображений и грубого наведения на объект.
- Для осуществления режима поляриметрии при малом масштабе оптическая схема прибора должна иметь выходной зрачок между последним оптическим элементом и детектором. В этот выходной зрачок устанавливается призма Волластона. Также необходимо наличие промежуточной фокальной плоскости, в которую будет устанавливаться диафрагма поля. Наконец, нужно предусмотреть место для установки полуволновой пластинки, которая должна располагаться как можно раньше в оптической системе.
- Оптическая схема прибора должна предусматривать участок с коллимированным пучком, в который будут устанавливаться фильтры, а также, возможно, корректор атмосферной дисперсии и апертурные маски (в первый промежуточный выходной зрачок).

Камера, удовлетворяющая этим требованиям, сможет работать в следующих режимах: спекл-интерферометрия, дифференциальная спекл-

поляриметрия, селекция изображений. Также, после небольших модификаций, можно будет реализовать дополнительные режимы: апертурное маскирование; метод, применяемый с прибором ExPo; SCIDAR. Режим SCIDAR представляет особый интерес, т.к. он позволит решать дополнительные задачи: 1) оценка интенсивности турбулентности в подкупольном пространстве, что может быть полезно на этапе отладки телескопа 2) оценка вертикального профиля турбулентности и скорости ветра независимым методом.

Приведем примеры проектов, задачи которых могут быть решены с предлагаемой камерой.

- Поиск/подтверждающие наблюдения микролинзирования в галактическом балдже с помощью фотометрии в тесном поле. Будет использоваться камера с селекцией изображений на 1.54 м “датском” телескопе обсерватории ESO La Silla [4, 118].
- Химия и процессы в атмосферах планет солнечной системы. Камера с селекцией изображений PlanetCam, работающая одновременно в оптике и ближнем ИК, телескопы: 1.02 м телескоп обсерватории Pic du Midi и 1.23 м телескоп обсерватории Calar Alto [5].
- Околос звездное окружение: звезды на поздних стадиях эволюции и молодые звезды. Апертурное маскирование в сочетании с дифференциальной поляризацией на Subaru, проект VAMPIRES [119].

Модель АО, использованная в этой работе, позволяет достаточно быстро оценить достижимые параметры изображения для данного профиля ОТ и ветра, для данного инструмента и телескопа. С практической точки зрения это означает, что ее можно использовать для: 1) оценки выполнимости данной астрофизической задачи на данном телескопе в смысле доли времени, в которую задача выполнима, а также сколько времени для этого в среднем надо ждать, 2) оценки выполнимости данной астрофизической задачи на данном телескопе в данный момент времени (используя текущие данные MASS/DIMM), что может быть полезно для гибкого планирования.

В завершение данной работы отметим, что для достижения ожидаемой эффективности методов высокого разрешения потребуется 1) ми-

нимизировать интенсивность подкупольной турбулентности 2) реализовать автоматическое планирование наблюдений на 2.5 м телескопе, что позволит оптимально использовать изменчивые условия, в которых проводятся астрономические наблюдения.

Личный вклад автора

Автор данной работы участвовал в создании и отладке программного обеспечения автоматизированного астроклиматического поста КГО, с помощью которого были получены данные об ОТ для Шатджатмаза. Также он принимал активное участие в обработке и анализе этих данных. Автор участвовал в проведении астроклиматической кампании по измерению профиля ОТ на Майданаке. Помимо этого он, совместно с коллегами из лаборатории новых фотометрических методов ГАИШ, развивал методику наблюдений с прибором MASS-DIMM.

Анализ систем адаптивной оптики с естественной и искусственной опорной звездой, а также системы компенсации наклонов волнового фронта выполнен автором с помощью имеющегося в свободном доступе пакета для моделирования адаптивной оптики (аналитическое моделирование). Автор проанализировал возможности метода селекции изображений и ДСП с помощью написанной им программы, реализующей известный метод распространения света в турбулентной среде (Монте-Карло). Формализм для теоретического исследования метода ДСП развит автором.

Благодарности

Автор работы благодарен своему научному руководителю Корнилову В.Г. за постановку важной и актуальной задачи и терпение на протяжении выполнения всей работы, которая не всегда шла гладко. Важную роль сыграли нечастые, но очень продуктивные дискуссии с Токовинным А.А., всегда приносившие много новых идей. Также хотелось бы отметить, что выполнение этой работы было бы невозможно без участия коллег автора: Шатского Н.И., Потанина С.А., Картунова П.В., Возяковой О.В., Корнилова М.В., Горбунова И.А., Белинского А.А.. Надеюсь, что результаты данной работы в свою очередь будут интересны и полез-

ны для них.

Большая часть результатов диссертации базируются на наблюдениях, выполненных с помощью автоматизированного астроклиматического поста КГО. Также были использованы данные астроклиматической кампании, проведенной на Майданаке в 2005-2007 гг. Автор благодарен всем сотрудникам ГАИШ и Ташкентского АИ, участвовавшим в получении этих данных.

Измерения на Шатджатмазе и Майданаке были частично поддержаны грантом РФФИ 06-02-16902. Упомянутые в тексте ASTRONIRCAM (астрономическая инфракрасная камера “ASTRONIRCAM” для 2.5 м телескопа) и EMCCD-детектор iXon+897 (высококочувствительная ПЗС-камера для регистрации слабых астрономических объектов для 2.5 м телескопа) были приобретены в 2010 МГУ им. М.В. Ломоносова в рамках программы перспективного развития МГУ до 2020 г. (ПНР 3). Работа в целом выполнена при частичной поддержке фонда некоммерческих программ “Династия”.

А Поляризация в фокальной плоскости телескопа

Рассмотрим, как связано распределение параметров Стокса в фокальной плоскости телескопа $\mathbf{S}_f$ и на небе $\mathbf{S}$. Под телескопом мы будем понимать систему “турбулентная атмосфера + телескоп + двухлучевой поляриметр”. Похожая задача, но для случая точечного источника и без рассмотрения двухлучевого поляриметра решена в статье [120] с привлечением результатов книг [96, 121]. Кратко приведем этот анализ, учитывая особенности нашей задачи. Будем считать, что объект бесконечно яркий, т.е. пренебрежем фотонным шумом.

Предположим, что апертура системы атмосфера+телескоп освещается бесконечно удаленным точечным источником. Излучение источника квазимонохроматическое и, в общем случае, частично поляризованное. Следуя [96], запишем, как в этом случае будут меняться во времени компоненты вектора напряженности электрического поля на зрачке:

$$e_x(t) = E_x(t)e^{-i\omega t}, \quad e_y(t) = E_y(t)e^{-i\omega t} \quad (\text{A.1})$$

Здесь $E_x(t)$ и $E_y(t)$ — комплексные амплитуды волны, меняющиеся во времени медленно по сравнению с частотой излучения ω , что следует из квазимонохроматичности излучения. Далее мы будем рассматривать эти комплексные амплитуды вместе, как вектор $\mathbf{E}$, лежащий в плоскости перпендикулярной направлению распространения. Из того, что источник бесконечно удаленный и точечный следует, что $\mathbf{E}$ не зависит от положения на зрачке. Считая, что система является недеполяризующей [96, 120], для комплексной амплитуды сразу после прохождения через нее можно записать

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{D}_p(\mathbf{x})e^{i\phi(\mathbf{x})}\mathbf{E}, \quad (\text{A.2})$$

где $\mathbf{D}_p(\mathbf{x})$ — матрица Джонса телескопа, зависящая от положения на зрачке, а множитель $e^{i\phi(\mathbf{x})}$ — чисто фазовые задержки в атмосфере. Ком-

поненты этой матрицы будем обозначать так:

$$\begin{pmatrix} D_{pA}(\mathbf{x}) & D_{pB}(\mathbf{x}) \\ D_{pC}(\mathbf{x}) & D_{pD}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Пример амплитуд и фаз компонент матрицы Джонса для фокуса Нэсмита 2.5 м телескопа ГАИШ приведен на рис. А.1. Расчет матрицы был выполнен с помощью программы *Zemax*. Вычисления показывают, что амплитуда диагональных компонент D_{pA}, D_{pD} имеет среднее по зрачку ≈ 0.87 и флуктуации $\approx 0.2 - 0.3\%$, в отличие от них недиагональные элементы имеют малое среднее 1% , и примерно такие же флуктуации — 1% . Таким образом, амплитуда недиагональных компонент много меньше, чем диагональных. Фазовые составляющие диагональных компонент отличаются, и характерное значение этого отличия 0.1 радиан. Также на рис. А.1 представлены результаты расчетов для фокуса Кассегрена. Отсутствие наклонного зеркала приводит в этом случае к тому, что вариации амплитуд и фаз компонент матрицы $\mathbf{D}$ оказываются значительно меньше. Для диагональных компонент D_{pA}, D_{pD} флуктуации амплитуды оказываются порядка 0.05% , для недиагональных 0.2% . Отличие фаз диагональных компонент также значительно меньше — 0.01 радиан.

Теперь добавим в нашу систему оптический элемент типа призмы Волластона, который превратит ее в двухлучевой поляриметр. Призма Волластона разделяет пучок света на два, перпендикулярно поляризованных. Дальнейшие выкладки будем производить для этих пучков по отдельности. Запишем, как в этом случае видоизменится (A.2)

$$\mathbf{E}_{ph}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}_{ph}(\mathbf{x}) e^{i\phi(\mathbf{x})} \mathbf{E} \quad \mathbf{E}_{pv}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}_{pv}(\mathbf{x}) e^{i\phi(\mathbf{x})} \mathbf{E}. \quad (\text{A.4})$$

Здесь $\mathbf{D}_{ph}$ и $\mathbf{D}_{pv}$ определяются так:

$$\mathbf{D}_{ph}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{D}_p(\mathbf{x}) \quad \mathbf{D}_{pv}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{D}_p(\mathbf{x}). \quad (\text{A.5})$$

Матрицы, на которые умножается $\mathbf{D}_p(\mathbf{x})$ — это матрицы Джонса идеальных оптических элементов, пропускающих горизонтальную и вертикальную поляризацию. На этом этапе можно было бы добавить учет

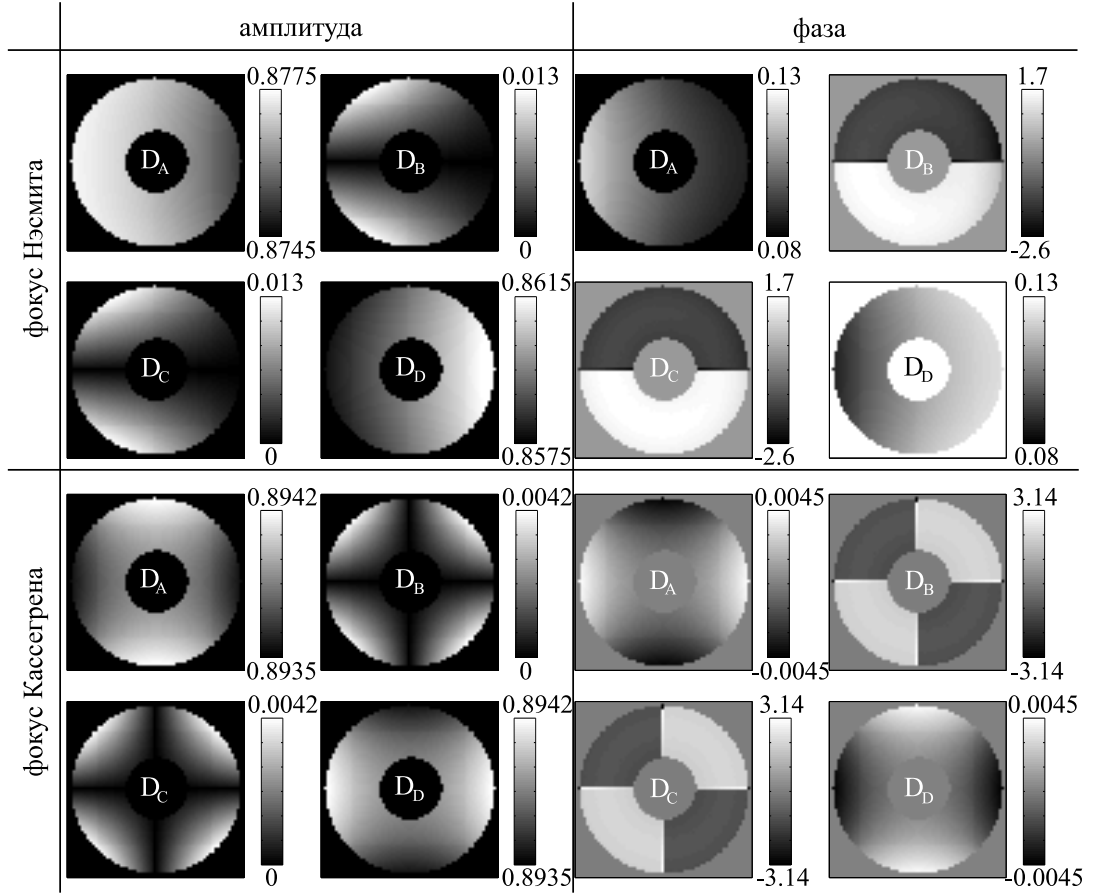


Рис. А.1: Матрицы Джонса. Первая и вторая строчки — расчет для фокуса Нэсмита, третья и четвертая — для фокуса Кассегрена. Первый и второй столбцы — амплитуды (слева направо, сверху вниз: D_{pA} , D_{pB} , D_{pC} , D_{pD}), третий и четвертый — фазы (слева направо, сверху вниз: D_{pA} , D_{pB} , D_{pC} , D_{pD}).

неидеальности призмы Волластона, допустив небольшие отклонения от этих матриц, однако это не добавит существенно новых свойств системе, т.к. она и так имеет матрицу Джонса $\mathbf{D}_p(\mathbf{x})$, зависящую от положения на зрачке. Однако при рассмотрении реальных систем неидеальность призмы Волластона необходимо учитывать, если она сравнима с переменностью $\mathbf{D}_p(\mathbf{x})$ по зрачку. Итак, пока что будем считать, что призма Волластона идеальна.

Большая часть дальнейшего анализа с одинаковым успехом применима к обоим изображениям, т.ч. будем выполнять его одновременно. В статье [120] показано, что комплексная амплитуда световой волны в точке α (угловая координата) фокальной плоскости в наших предполо-

жениях выразится следующим образом:

$$\mathbf{E}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{D}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{E}, \quad (\text{A.6})$$

где $\mathbf{D}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha})$ — также матрица Джонса, но уже записанная для фокальной плоскости, в нашем случае она выражается как

$$\mathbf{D}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) = \int \mathbf{D}_{p(h,v)}(\mathbf{x}) e^{i\phi(\mathbf{x})} e^{-ik(\mathbf{x}\cdot\boldsymbol{\alpha})} d\mathbf{x}. \quad (\text{A.7})$$

Здесь k — волновое число. Интегрирование выполняется по всей плоскости, но в то же время принимается, что $\mathbf{D}_{p(h,v)}(\mathbf{x})$ за пределами апертуры равно нулю. Таким образом, прослеживается аналогия между $\mathbf{D}_{p(h,v)}(\mathbf{x})$ и апертурной функцией.

Теперь, следуя книге [121], домножим каждую из сторон уравнения (A.6) на свое комплексное сопряжение (при этом будет использоваться *произведение Кронекера*) и усредним результат по времени:

$$\langle \mathbf{E}_{f(h,v)} \times \mathbf{E}_{f(h,v)}^* \rangle = \langle \mathbf{D}_{f(h,v)} \mathbf{E} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^* \mathbf{E}^* \rangle = (\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*) \langle \mathbf{E} \times \mathbf{E}^* \rangle. \quad (\text{A.8})$$

Величина $\langle \mathbf{E}_{f(h,v)} \times \mathbf{E}_{f(h,v)}^* \rangle$ — это вектор когерентности $\mathbf{J}$, который выражается через компоненты матрицы когерентности [96] так:

$$\mathbf{J} = \langle \mathbf{E}_{f(h,v)} \times \mathbf{E}_{f(h,v)}^* \rangle = \begin{pmatrix} J_{xx} \\ J_{xy} \\ J_{yx} \\ J_{yy} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Вектор когерентности связан с вектором параметров Стокса простым линейным соотношением

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}\mathbf{J}, \quad (\text{A.10})$$

где матрица $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Используя предыдущие три соотношения, можно переписать (A.8) в следующем виде:

$$\mathbf{S}_{f(h,v)} = [\mathbf{B}(\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*) \mathbf{B}^{-1}] \mathbf{S}, \quad (\text{A.12})$$

где $\mathbf{S}$ — вектор параметров Стокса исходного излучения, $\mathbf{S}_{f(h,v)}$ — вектор параметров Стокса в фокальной плоскости:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{pmatrix} I_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \\ Q_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \\ U_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \\ V_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Уравнение (A.12) определяет, как связаны параметры Стокса в фокальной плоскости и исходные, следовательно, множитель $\mathbf{B}(\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*) \mathbf{B}^{-1}$ является *матрицей Мюллера* $\mathbf{M}_{f(h,v)}$, и окончательно можно записать

$$\mathbf{S}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{M}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{S}. \quad (\text{A.14})$$

Это уравнение записано для точечного источника света. Аддитивность параметров Стокса позволяет расширить его на случай протяженного объекта, параметры Стокса которого зависят от положения на небесной сфере $\mathbf{S}(\boldsymbol{\alpha})$:

$$\mathbf{S}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{M}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha}) \hat{\otimes} \mathbf{S}(\boldsymbol{\alpha}). \quad (\text{A.15})$$

Оператор $\hat{\otimes}$ обозначает модифицированное матричное произведение в котором элементы матриц-сомножителей не умножаются, а сворачиваются. Заметим, что это уравнение справедливо только в том случае, когда $\mathbf{M}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha})$ не зависит от направления на точечный источник. Учитывая то, что мы имеем дело с довольно маленьким полем зрения — порядка $2''$, это условие можно считать выполненным. Интересно, что уравнение (A.15) представляет собой обобщение обычного уравнения построения изображения, а $\mathbf{M}_{f(h,v)}(\boldsymbol{\alpha})$ — это ни что иное, как обобщенная ФРТ.

Переход в пространство фурье-образов позволяет вернуться к обыч-

ному матричному произведению

$$\tilde{\mathbf{S}}_{f(h,v)}(\mathbf{f}) = \tilde{\mathbf{M}}_{f(h,v)}(\mathbf{f})\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{f}). \quad (\text{A.16})$$

Здесь $\tilde{\mathbf{M}}_{f(h,v)}(\mathbf{f})$ — обобщенная ОПФ, выясним каковы ее свойства:

$$\tilde{\mathbf{M}}_{f(h,v)}(\mathbf{f}) = FT\{\mathbf{B}(\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*)\mathbf{B}^{-1}\}. \quad (\text{A.17})$$

Учитывая, что преобразование Фурье линейно, а матрица $\mathbf{B}$ постоянна, можно записать

$$\tilde{\mathbf{M}}_{f(h,v)}(\mathbf{f}) = \mathbf{B}(FT\{\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*\})\mathbf{B}^{-1}. \quad (\text{A.18})$$

При этом преобразование Фурье действует отдельно на каждый элемент матрицы $\mathbf{D}_{f(h,v)} \times \mathbf{D}_{f(h,v)}^*$, которая выглядит так (в соответствии с определением произведения Кронекера):

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{fh} \times \mathbf{D}_{fh}^* &= \begin{pmatrix} D_{fA}D_{fA}^* & D_{fA}D_{fB}^* & D_{fB}D_{fA}^* & D_{fB}D_{fB}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{D}_{fv} \times \mathbf{D}_{fv}^* &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{fC}D_{fC}^* & D_{fC}D_{fD}^* & D_{fD}D_{fC}^* & D_{fD}D_{fD}^* \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Заметьте, что матрицы, соответствующие изображениям с разной плоскостью поляризации, выглядят по разному. Возьмем одну из компонент этих матриц, условно $D_{fA}D_{fB}^*$, и подействуем на нее преобразованием Фурье. Можно показать, что в этом случае она выразится через компоненты матрицы Джонса на апертуре $\mathbf{D}_p$ так:

$$\begin{aligned} FT\{D_{fA}D_{fB}^*\} &= \tilde{T}_{AB^*}(\mathbf{f}) = \int D_{pA}(\mathbf{x})D_{pB}^* \times \\ &(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}) \exp\{-i(\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}))\}d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Напомним, что $\phi(\mathbf{x})$ — флуктуации фазы, вызванные атмосферой. Итак, подставляя все компоненты в уравнение (A.18), а затем используя (A.16), мы можем получить преобразование Фурье распределения параметров Стокса в фокальной плоскости $\tilde{\mathbf{S}}_{f(h,v)}(\mathbf{f})$. Учитывая, что мы измеряем только интенсивность, запишем результирующие выражения для ее Фурье-образов

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{fh} = \tilde{G}_h &= (\tilde{T}_{AA^*} + \tilde{T}_{BB^*})\tilde{I} + (\tilde{T}_{AA^*} - \tilde{T}_{BB^*})\tilde{Q} + \\ &\quad (\tilde{T}_{AB^*} + \tilde{T}_{BA^*})\tilde{U} + i(\tilde{T}_{BA^*} - \tilde{T}_{AB^*})\tilde{V}, \\ \tilde{I}_{fv} = \tilde{G}_v &= (\tilde{T}_{CC^*} + \tilde{T}_{DD^*})\tilde{I} + (\tilde{T}_{CC^*} - \tilde{T}_{DD^*})\tilde{Q} + \\ &\quad (\tilde{T}_{CD^*} + \tilde{T}_{DC^*})\tilde{U} + i(\tilde{T}_{DC^*} - \tilde{T}_{CD^*})\tilde{V}.\end{aligned}\tag{A.21}$$

Здесь $\tilde{I}, \tilde{Q}, \tilde{U}, \tilde{V}$ — Фурье-спектры распределений параметров Стокса в объекте. Так как расчеты показывают, что недиагональные элементы матрицы Джонса D_{pB}, D_{pC} имеют первый порядок малости по сравнению с диагональными D_{pA}, D_{pD} , уравнения (A.21) можно упростить, учитывая что доля поляризованного потока мала по сравнению с общим потоком: $I \gg Q, U, V$:

$$\begin{aligned}\tilde{G}_h(\mathbf{f}) &\approx \tilde{T}_{AA^*}(\mathbf{f})(\tilde{I}(\mathbf{f}) + \tilde{Q}(\mathbf{f})), \\ \tilde{G}_v(\mathbf{f}) &\approx \tilde{T}_{DD^*}(\mathbf{f})(\tilde{I}(\mathbf{f}) - \tilde{Q}(\mathbf{f})).\end{aligned}\tag{A.22}$$

Подставляя эти уравнения в (7.3) и учитывая упомянутые во введении неизвестные фазовые множители, получим Фурье-спектры изображений, регистрируемых детектором:

$$\begin{aligned}\tilde{F}_h(\mathbf{f}) &= [\tilde{T}_{AA^*}(\mathbf{f})(\tilde{I}(\mathbf{f}) + \tilde{Q}(\mathbf{f})) + \eta_h(\mathbf{f})]e^{i\pi(\boldsymbol{\theta}_h \cdot \mathbf{f})}, \\ \tilde{F}_v(\mathbf{f}) &= [\tilde{T}_{DD^*}(\mathbf{f})(\tilde{I}(\mathbf{f}) - \tilde{Q}(\mathbf{f})) + \eta_v(\mathbf{f})]e^{i\pi(\boldsymbol{\theta}_v \cdot \mathbf{f})}.\end{aligned}\tag{A.23}$$

В свою очередь подстановка (A.23) в (7.6) дает

$$\mathcal{R} = \frac{\left\langle [\tilde{T}_{AA^*}(\tilde{I} + \tilde{Q}) + \eta_h][\tilde{T}_{DD^*}(\tilde{I} - \tilde{Q}) + \eta_v]^* \right\rangle_M e^{i\pi((\boldsymbol{\theta}_h - \boldsymbol{\theta}_v) \cdot \mathbf{f})}}{\left\langle [\tilde{T}_{DD^*}(\tilde{I} - \tilde{Q}) + \eta_v][\tilde{T}_{DD^*}(\tilde{I} - \tilde{Q}) + \eta_v]^* \right\rangle_M - K_v^{-1}},\tag{A.24}$$

где зависимость от $\mathbf{f}$ опущена для краткости.

В Расчет среднего значения $\mathcal{R}$

Величина $\mathcal{R}$ есть отношение выборочных средних, рассчитанных по M измерений. Из статистики известно, что выборочное среднее некоторой величины распределено по нормальному закону со средним, равным математическому ожиданию этой величины. Отсюда следует, что при достаточно большом M величина $\mathcal{R}$ также распределена по нормальному закону со средним равным отношению математических ожиданий величин $\tilde{F}_h \tilde{F}_v^*$ и $\tilde{F}_v \tilde{F}_v^* - K_v^{-1}$. Обозначим это среднее как $\overline{\mathcal{R}}$ и рассчитаем его. В качестве отправной точки возьмем уравнение (А.24).

Введем следующие обозначения:

$$N_h(\mathbf{f}) = \frac{\eta_h(\mathbf{f})}{\tilde{I}(\mathbf{f}) + \tilde{Q}(\mathbf{f})}, \quad N_v = \frac{\eta_v(\mathbf{f})}{\tilde{I}(\mathbf{f}) - \tilde{Q}(\mathbf{f})}, \quad (\text{В.1})$$

где $\tilde{I}(\mathbf{f}) + \tilde{Q}(\mathbf{f})$ и $\tilde{I}(\mathbf{f}) - \tilde{Q}(\mathbf{f})$ — величины, постоянные во времени.

Преобразуем величины $\tilde{T}_{AA^*}$ и $\tilde{T}_{DD^*}$ с учетом того, что вариации функций $D_{pA}(\mathbf{x})$ и $D_{pD}(\mathbf{x})$ малы по сравнению с их средними значениями (см. приложение А). Используя этот факт, можно записать для них (выкладки будем производить для $D_{pA}(\mathbf{x})$, для $D_{pD}(\mathbf{x})$ они аналогичны)

$$D_{pA}(\mathbf{x}) = D_0(\mathbf{x}) + \Delta D_A(\mathbf{x}), \quad (\text{В.2})$$

где $D_0(\mathbf{x})$ — апертурная функция в обычном понимании, она равна 1 внутри зрачка и нулю вне, $\Delta D_A(\mathbf{x}) \ll 1$. Подставив это в подинтегральное выражение в уравнении (А.20), получим (перекрестным членом пренебрегаем, так как он имеет второй порядок малости)

$$\tilde{T}_{AA^*}(\mathbf{f}) = \tilde{T}_{\text{atm}}(\mathbf{f}) + \Delta \tilde{T}_{AA^*}(\mathbf{f}), \quad (\text{В.3})$$

где $\tilde{T}_{\text{atm}}(\mathbf{f})$ — это ОПФ системы телескоп + атмосфера в обычном смысле:

$$\tilde{T}_{\text{atm}}(\mathbf{f}) = P^{-1} \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) \exp \{ -i(\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f})) \} d\mathbf{x}, \quad (\text{В.4})$$

а $\Delta \tilde{T}_{AA^*}(\mathbf{f})$ — некая поправочная величина, которая похожа на ОПФ,

но, строго говоря, ею не является:

$$\Delta\tilde{T}_A(\mathbf{f}) = P^{-1} \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}) [\Delta D_A(\mathbf{x}) + \Delta D_A^*(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f})] \times \exp \{ -i(\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f})) \} d\mathbf{x}. \quad (\text{B.5})$$

Напомним, что P — это полная площадь апертуры. Подставляя (B.3) в (A.24), после преобразований получим

$$\overline{\mathcal{R}} = \mathcal{R}_0 \frac{\left\langle [\tilde{T}_{\text{atm}} + \Delta\tilde{T}_{AA^*} + N_h] [\tilde{T}_{\text{atm}} + \Delta\tilde{T}_{DD^*} + N_v]^* \right\rangle}{\left\langle [\tilde{T}_{\text{atm}} + \Delta\tilde{T}_{DD^*} + N_v] [\tilde{T}_{\text{atm}} + \Delta\tilde{T}_{DD^*} + N_v]^* \right\rangle - K_v^{-1}}, \quad (\text{B.6})$$

где зависимость от $\mathbf{f}$ опущена для краткости. Здесь и далее в этом приложении угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю.

Преобразуем (B.6): раскроем скобки, учтем, что $\Delta\tilde{T}_{AA^*}, \Delta\tilde{T}_{DD^*} \ll \tilde{T}_{\text{atm}}$, а также что $\langle N_h \rangle = \langle N_v \rangle = 0$ (так как они являются круговыми Гауссовскими случайными величинами), и, наконец, что $\langle \tilde{T}_{\text{atm}} \rangle = \langle \Delta\tilde{T}_{AA^*} \rangle = \langle \Delta\tilde{T}_{DD^*} \rangle = 0$ для частот выше $f > r_0/\lambda$ (отсутствие высоких частот в длинноэкспозиционном изображении):

$$\overline{\mathcal{R}}(\mathbf{f}) = \mathcal{R}_0 \left(1 + \frac{\langle \tilde{T}_{\text{atm}}^* \Delta\tilde{T} \rangle}{\langle \tilde{T}_{\text{atm}} \tilde{T}_{\text{atm}}^* \rangle} \right), \quad (\text{B.7})$$

где $\Delta\tilde{T} = \Delta\tilde{T}_{AA^*} - \Delta\tilde{T}_{DD^*}$, запишем его в явном виде:

$$\Delta\tilde{T}(\mathbf{f}) = P^{-1} \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}) \Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f}) \exp \{ -i(\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f})) \} d\mathbf{x}, \quad (\text{B.8})$$

где ΔD :

$$\Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f}) = \Delta D_A(\mathbf{x}) + \Delta D_A^*(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}) - \Delta D_D(\mathbf{x}) - \Delta D_D^*(\mathbf{x} + \lambda\mathbf{f}). \quad (\text{B.9})$$

Для числителя второго слагаемого (B.7) можно записать

$$\begin{aligned} \langle \tilde{T}_{\text{atm}}^* \Delta \tilde{T} \rangle = & P^{-2} \iint D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) \Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f}) \\ & \times \left\langle \exp \left\{ -i(\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) - \phi(\mathbf{x}') + \phi(\mathbf{x}' + \lambda \mathbf{f})) \right\} \right\rangle d\mathbf{x} d\mathbf{x}'. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Усредняемое выражение в данном интеграле равно $\sigma \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ при частотах $f \gg r_0/\lambda$, где σ — атмосферная площадь когерентности, которая в случае Колмогоровской турбулентности равна $0.342 r_0^2$ [122]. Используя этот факт, произведем простые преобразования и получим

$$\langle \tilde{T}_{\text{atm}}^* \Delta \tilde{T} \rangle = (LP)^{-1} \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) \Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f}) d\mathbf{x}, \quad (\text{B.11})$$

где L — число спеклов в изображении.

С помощью аналогичных преобразований можно показать [122], что

$$\langle \tilde{T}_{\text{atm}} \tilde{T}_{\text{atm}}^* \rangle = (LP)^{-1} \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) d\mathbf{x}, \quad (\text{B.12})$$

где интеграл — это ОПФ системы в отсутствии атмосферы $\tilde{T}_0(\mathbf{f})$. Окончательно для $\overline{\mathcal{R}}(\mathbf{f})$ можно записать

$$\overline{\mathcal{R}}(\mathbf{f}) = \mathcal{R}_0(\mathbf{f})(1 + \Delta \mathcal{R}(\mathbf{f})), \quad (\text{B.13})$$

где

$$\Delta \mathcal{R}(\mathbf{f}) = \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) \Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f}) d\mathbf{x} \Bigg/ \int D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f}) d\mathbf{x}. \quad (\text{B.14})$$

Таким образом, $\Delta \mathcal{R}(\mathbf{f})$ — это усреднение $\Delta D(\mathbf{x}, \mathbf{f})$ по области, заданной $D_0(\mathbf{x}) D_0^*(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{f})$.

С Оценка дисперсии $\mathcal{R}$

Опишем методику, которой мы следовали при расчете дисперсии $\mathcal{R}$ из модельных данных. Как видно из уравнения (7.6), $\mathcal{R}$ можно рассмат-

ривать как функцию трех действительных случайных величин X, Y, Z :

$$\mathcal{R} = \frac{X + iY}{Z - K_v^{-1}}, \quad (\text{C.1})$$

где $X = \text{Re}\langle \tilde{F}_h \tilde{F}_v^* \rangle_M$, $Y = \text{Im}\langle \tilde{F}_h \tilde{F}_v^* \rangle_M$, $Z = \langle \tilde{F}_v \tilde{F}_v^* \rangle_M$.

Для дальнейшего использования дисперсию $\mathcal{R}$ удобно разложить на дисперсию амплитуды σ_A^2 и фазы σ_ϕ^2 . В предположении малости стандартных отклонений X, Y, Z по сравнению с самими величинами можно выразить σ_A^2 и σ_ϕ^2 так:

$$\sigma_A^2 = \sigma_{XX}^2 \frac{X^2}{Z'^2 W^2} + \sigma_{YY}^2 \frac{Y^2}{Z'^2 W^2} + \sigma_{ZZ}^2 \frac{W^2}{Z'^4} + \sigma_{XY}^2 \frac{2XY}{Z'^2 W^2} - \sigma_{XZ}^2 \frac{2X}{Z'^3} - \sigma_{YZ}^2 \frac{2Y}{Z'^3}, \quad (\text{C.2})$$

$$\sigma_\phi^2 = \frac{\sigma_{XX}^2 Y^2 + \sigma_{YY}^2 X^2 - 2\sigma_{XY}^2 XY}{W^4}, \quad (\text{C.3})$$

где $\sigma_{XX}^2, \sigma_{XY}^2$ и т.д. — это компоненты ковариационной матрицы величин X, Y, Z . Здесь использован подход, известный в англоязычной литературе как “delta method”, а также для удобства введены обозначения: $Z' = Z - K_v^{-1}$ и $W = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

Список литературы

- [1] The Vector Vortex Coronagraph: Laboratory Results and First Light at Palomar Observatory / D. Mawet, E. Serabyn, K. Liewer et al. // *Astrophysical Journal*. — 2010. — январь. — Vol. 709. — Pp. 53–57.
- [2] Robo-AO: autonomous and replicable laser-adaptive-optics and science system / C. Baranec, R. Riddle, A. N. Ramaprasad et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [3] The AstraLux Large M-dwarf Multiplicity Survey / M. Janson, F. Hormuth, C. Bergfors et al. // *Astrophysical Journal*. — 2012. — июль. — Vol. 754. — P. 44.
- [4] Exploring Hitherto Uncharted Planet Territory with Lucky-imaging Microlensing Observations / M. Dominik, U. G. Jørgensen, F. V. Hessman et al. // AAS/Division for Extreme Solar Systems Abstracts. — Vol. 2 of *AAS/Division for Extreme Solar Systems Abstracts*. — 2011. — сентябрь. — P. 2101.
- [5] Planetcam: A Visible And Near Infrared Lucky-imaging Camera To Study Planetary Atmospheres And Solar System Objects / A. Sanchez-Lavega, J. Rojas, R. Hueso et al. // AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts. — Vol. 44 of *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*. — 2012. — октябрь. — P. 215.18.
- [6] The extreme polarimeter: design, performance, first results and upgrades / M. Rodenhuis, H. Canovas, S. V. Jeffers et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8446 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — сентябрь.
- [7] *Lloyd-Hart M., Milton N. M.* Design and expected performance of the 6.5 m MMT MCAO system // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series / Ed. by

- P. L. Wizinowich, D. Bonaccini. — Vol. 4839 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2003. — февраль. — Pp. 578–587.
- [8] Durham extremely large telescope adaptive optics simulation platform / A. Basden, T. Butterley, R. Myers, R. Wilson // *Applied Optics*. — 2007. — март. — Vol. 46. — Pp. 1089–1098.
- [9] Modeling the adaptive optics systems on the Giant Magellan Telescope / M. A. van Dam, P. M. Hinz, J. L. Codona et al. // *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — Vol. 7736 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2010. — июль.
- [10] NFIRAOS: TMT's facility adaptive optics system / G. Herriot, D. Andersen, J. Atwood et al. // *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — Vol. 7736 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2010. — июль.
- [11] PSD-based simulation algorithm for Wide FoV AO design: application to ELT studies / B. Neichel, T. Fusco, J.-M. Conan et al. // *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — Vol. 7015 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2008. — июль.
- [12] Britton M. C. The Anisoplanatic Point-Spread Function in Adaptive Optics // *Publications of the ASP*. — 2006. — июнь. — Vol. 118. — Pp. 885–900.
- [13] McGlamery B. L. Computer simulation studies of compensation of turbulence degraded images / Ed. by J. C. Urbach. — Vol. 74 of *Proceedings of the SPIE*. — 1976. — Pp. 225–233.
- [14] Harding C. M., Johnston R. A., Lane R. G. Fast simulation of a kolmogorov phase screen // *Appl. Opt.* — 1999. — Apr. — Vol. 38, no. 11. — Pp. 2161–2170. <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-38-11-2161>.

- [15] *Chun M. R.* Gains from a ground-only adaptive optics system / Ed. by P. L. Wizinowich & D. Bonaccini. — Vol. 4839 of *Proceedings of the SPIE*. — 2003. — февраль. — Pp. 94–98.
- [16] *Rigaut F. J., Veran J.-P., Lai O.* Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series / Ed. by D. Bonaccini, R. K. Tyson. — Vol. 3353 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 1998. — сентябрь. — Pp. 1038–1048.
- [17] *Tokovinin A., Travouillon T.* Model of optical turbulence profile at Cerro Pachón // *Monthly Notices of the RAS*. — 2006. — февраль. — Vol. 365. — Pp. 1235–1242.
- [18] Astroclimate at San Pedro Mártir I: 2004-2008 Seeing Statistics from the TMT Site Testing Data / L. J. Sánchez, I. Cruz-González, J. Echevarría et al. // *ArXiv e-prints*. — 2012. — июнь.
- [19] Thirty Meter Telescope Site Testing I: Overview / M. Schöck, S. Els, R. Riddle et al. // *Publications of the ASP*. — 2009. — апрель. — Vol. 121. — Pp. 384–395.
- [20] *Vernin J., Muñoz-Tuñon C., Sarazin M.* E-ELT site characterization status // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 7012 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2008. — август.
- [21] First results of a site-testing programme at Mount Shatdzhatmaz during 2007-2009 / V. Kornilov, N. Shatsky, O. Voziakova et al. // *Monthly Notices of the RAS*. — 2010. — октябрь. — Vol. 408. — Pp. 1233–1248.
- [22] Combined MASS-DIMM instruments for atmospheric turbulence studies / V. Kornilov, A. Tokovinin, N. Shatsky et al. // *Monthly Notices of the RAS*. — 2007. — декабрь. — Vol. 382. — Pp. 1268–1278.

- [23] The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project. / E. Kalnay, M. Kanamitsu, R. Kistler et al. // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 1996. — март. — Vol. 77. — Pp. 437–472.
- [24] Profiling of atmospheric turbulence strength and velocity using a generalised SCIDAR technique / V. A. Klueckers, N. J. Wooder, T. W. Nicholls et al. // *Astronomy and Astrophysics, Supplement*. — 1998. — май. — Vol. 130. — Pp. 141–155.
- [25] *Lang S., McKeogh E.* LIDAR and SODAR Measurements of Wind Speed and Direction in Upland Terrain for Wind Energy Purposes // *Remote Sensing, vol. 3, issue 9, pp. 1871-1901*. — 2011. — август. — Vol. 3. — Pp. 1871–1901.
- [26] The contribution of the lower atmospheric layers to the seeing at some mountain observatories / A. E. Gur'yanov, M. A. Kallistratova, A. S. Kuttyrev et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 1992. — август. — Vol. 262. — Pp. 373–381.
- [27] *Kornilov M. V.* Estimation of vertical profiles of wind from MASS measurements // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [28] *Roddier F.* Adaptive Optics in Astronomy / Ed. by Roddier, F. — 2004. — ноябрь.
- [29] *Roddier N.* Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials // *Optical Engineering*. — 1990. — октябрь. — Vol. 29. — Pp. 1174–1180.
- [30] *Jolissaint L.* Synthetic modeling of astronomical closed loop adaptive optics // *Journal of the European Optical Society - Rapid publications*, 5, 10055. — 2010. — ноябрь. — Vol. 5.
- [31] *Tokovinin A.* Seeing Improvement with Ground-Layer Adaptive

Optics // *Publications of the ASP.* — 2004. — октябрь. — Vol. 116. — Pp. 941–951.

- [32] *Born M., Wolf E.* Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light. — Pergamon Press, 1959. <http://books.google.ru/books?id=Y7wmAAAAMAAJ>.
- [33] *Fried D. L.* Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures // *Journal of the Optical Society of America (1917-1983).* — 1966. — октябрь. — Vol. 56. — P. 1372.
- [34] *Jolissaint L., Véran J.-P., Conan R.* Analytical modeling of adaptive optics: foundations of the phase spatial power spectrum approach // *J. Opt. Soc. Am. A.* — 2006. — Feb. — Vol. 23, no. 2. — Pp. 382–394. <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-23-2-382>.
- [35] *Ragazzoni R.* Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism // *Journal of Modern Optics.* — 1996. — февраль. — Vol. 43. — Pp. 289–293.
- [36] *Vérinaud C.* On the nature of the measurements provided by a pyramid wave-front sensor // *Optics Communications.* — 2004. — март. — Vol. 233. — Pp. 27–38.
- [37] Overcoming the Boundary Layer Turbulence at Dome C: Ground-Layer Adaptive Optics versus Tower / T. Travouillon, L. Jolissaint, M. C. B. Ashley et al. // *Publications of the ASP.* — 2009. — июнь. — Vol. 121. — Pp. 668–679.
- [38] Performance Modeling of a Wide-Field Ground-Layer Adaptive Optics System / D. R. Andersen, J. Stoesz, S. Morris et al. // *Publications of the ASP.* — 2006. — ноябрь. — Vol. 118. — Pp. 1574–1590.
- [39] *Lane R. G., Glindemann A., Dainty J. C.* Simulation of a Kolmogorov phase screen // *Waves in Random Media.* — 1992. — июль. — Vol. 2. — Pp. 209–224.

- [40] *von Karman T.* Progress in the Statistical Theory of Turbulence // *Proceedings of the National Academy of Science*. — 1948. — ноябрь. — Vol. 34. — Pp. 530–539.
- [41] Multi-instrument measurement campaign at Paranal in 2007. Characterization of the outer scale and the seeing of the surface layer / W. Dali Ali, A. Ziad, A. Berdja et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 2010. — декабрь. — Vol. 524. — P. A73.
- [42] Atmospheric image blur with finite outer scale or partial adaptive correction / P. Martinez, J. Kolb, A. Tokovinin, M. Sarazin // *Astronomy and Astrophysics*. — 2010. — июнь. — Vol. 516. — P. A90.
- [43] *Noll R. J.* Zernike polynomials and atmospheric turbulence // *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*. — 1976. — март. — Vol. 66. — Pp. 207–211.
- [44] *Tokovinin A.* From Differential Image Motion to Seeing // *Publications of the ASP*. — 2002. — октябрь. — Vol. 114. — Pp. 1156–1166.
- [45] *Safonov B. S.* Experimental examination of type of tilt measured by DIMM // *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*. — Vol. 41 of *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*. — 2011. — ноябрь. — Pp. 50–53.
- [46] *Kornilov V., Safonov B.* Differential image motion in the short-exposure regime // *Monthly Notices of the RAS*. — 2011. — декабрь. — Vol. 418. — Pp. 1878–1888.
- [47] *Kornilov V. G., Kornilov M. V.* The revision of the turbulence profiles restoration from MASS scintillation indices // *Experimental Astronomy*. — 2011. — апрель. — Vol. 29. — Pp. 155–176.
- [48] *Safonov B.* Twilight observations with MASS-DIMM // *ArXiv e-prints*. — 2011. — январь.
- [49] *Voziakova O. V.* Atmospheric transparency over Mount Shatdzhatzmaz in the optical and near-infrared ranges // *Astronomy Letters*. — 2012. — апрель. — Vol. 38. — Pp. 271–279.

- [50] *Ellerbroek B. L., Rigaut F. J.* Scaling multiconjugate adaptive optics performance estimates to extremely large telescopes / Ed. by P. L. Wizinowich. — Vol. 4007 of *Proceedings of the SPIE*. — 2000. — июль. — Pp. 1088–1099.
- [51] Thirty Meter Telescope Site Testing VI: Turbulence Profiles / S. G. Els, T. Travouillon, M. Schöck et al. // *Publications of the ASP*. — 2009. — май. — Vol. 121. — Pp. 527–543.
- [52] *Gmurman V. E.* Theory of Probability and Statistics.
- [53] Statistics / Ed. by E. Lloyd, W. Ledermann. A Wiley-Interscience publication. — Chichester [u.a.]: Wiley, 1984.
- [54] Measurements of optical turbulence in the free atmosphere above Mount Maidanak in 2005-2007 / V. Kornilov, S. Ilyasov, O. Vozyakova et al. // *Astronomy Letters*. — 2009. — август. — Vol. 35. — Pp. 547–554.
- [55] The astroclimate of Maidanak Observatory in Uzbekistan / S. A. Ehgamberdiev, A. K. Baijumanov, S. P. Ilyasov et al. // *Astronomy and Astrophysics, Supplement*. — 2000. — август. — Vol. 145. — Pp. 293–304.
- [56] *Tokovinin A., Travouillon T.* Model of optical turbulence profile at Cerro Pachón // *Monthly Notices of the RAS*. — 2006. — февраль. — Vol. 365. — Pp. 1235–1242.
- [57] *Safonov B. S.* Lucky image performance simulation on the basis of optical turbulence data obtained on Mt. Shatdzhatmaz // Advances in Astronomy and Space Physics, Proceedings of the 17th Young Scientists' Conference on Astronomy and Space Physics, held in Kyiv, Ukraine, April 26 - May 1, 2010, Eds.: Choliy V., Ivashchenko G., Ivaniuk O., Kyivskyi Universytet, Kyiv, p. 102-105 / Ed. by V. Editors: Choliy, G. Ivashchenko, & O. Ivaniuk. — 2011. — январь. — Pp. 102–105.

- [58] Thirty Meter Telescope Site Testing V: Seeing and Isoplanatic Angle / W. Skidmore, S. Els, T. Travouillon et al. // *Publications of the ASP.* — 2009. — октябрь. — Vol. 121. — Pp. 1151–1166.
- [59] *Phaichith O.* A 2.5m astronomical telescope project // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 7018 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.* — 2008. — июль.
- [60] Manufacturing optics of a 2.5m telescope / F. Poutriquet, P. Plainchamp, J. Billet et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8444 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.* — 2012. — сентябрь.
- [61] *Mahajan V. N.* Zernike annular polynomials for imaging systems with annular pupils // *J. Opt. Soc. Am.* — 1981. — Jan. — Vol. 71, no. 1. — Pp. 75–85. <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=josa-71-1-75>.
- [62] *Hynecek J., Nishiwaki T.* Excess noise and other important characteristics of low light level imaging using charge multiplying CCDs // *IEEE Transactions on Electron Devices.* — 2003. — январь. — Vol. 50. — Pp. 239–245.
- [63] The Come-On-Plus project - an upgrade of the Come-On adaptive optics prototype system / E. Gendron, J. G. Cuby, F. Rigaut et al. / Ed. by M. A. Ealey. — Vol. 1542 of *Proceedings of the SPIE.* — 1991. — декабрь. — Pp. 298–307.
- [64] *Winker D. M.* Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence. // *Journal of the Optical Society of America A.* — 1991. — октябрь. — Vol. 8. — Pp. 1568–1573.
- [65] *Bahcall J. N., Soneira R. M.* Predicted star counts in selected fields and photometric bands Applications to galactic structure, the disk luminosity function, and the detection of a massive halo // *Astrophysical Journal, Supplement.* — 1981. — декабрь. — Vol. 47. — Pp. 357–403.

- [66] *Safonov B. S.* Adaptive optics performance simulation on the basis of MASS/DIMM data obtained on Mt. Shatdzhatmaz in 2009–2011 // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [67] *Parenti R. R., Sasiela R. J.* Laser guide-star systems for astronomical applications. // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1994. — январь. — Vol. 11. — Pp. 288–309.
- [68] *Rigaut F.* Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs // European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings / Ed. by E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, & N. Hubin. — Vol. 58 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*. — 2002. — P. 11.
- [69] Lidar studies of the nighttime sodium layer over Urbana, Illinois. I - Seasonal and nocturnal variations / C. S. Gardner, D. G. Voelz, C. F. Sechrist, Jr., A. C. Segal // *Journal of Geophysics Research*. — 1986. — декабрь. — Vol. 91. — Pp. 13659–13673.
- [70] The Robo-AO software: fully autonomous operation of a laser guide star adaptive optics and science system / R. L. Riddle, M. P. Burse, N. M. Law et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [71] Large Binocular Telescope Adaptive Optics System: new achievements and perspectives in adaptive optics / S. Esposito, A. Riccardi, E. Pinna et al. — Vol. 8149 of *Proceedings of the SPIE*. — 2011. — сентябрь.
- [72] Science readiness of the Gemini MCAO System: GeMS / B. Neichel, F. Rigaut, A. Serio et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.

- [73] *Ragazzoni R., Marchetti E., Valente G.* Adaptive-optics corrections available for the whole sky // *Nature*. — 2000. — январь. — Vol. 403. — Pp. 54–56.
- [74] *Foy R., Labeyrie A.* Feasibility of adaptive telescope with laser probe // *Astronomy and Astrophysics*. — 1985. — ноябрь. — Vol. 152. — Pp. L29–L31.
- [75] Performance of the SOAR adaptive module with UV Rayleigh guide star / A. Tokovinin, R. Tighe, P. Schurter et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [76] A ground-layer adaptive optics system with multiple laser guide stars / M. Hart, N. M. Milton, C. Baranec et al. // *Nature*. — 2010. — август. — Vol. 466. — Pp. 727–729.
- [77] *Conan J.-M., Rousset G., Madec P.-Y.* Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1995. — июль. — Vol. 12. — Pp. 1559–1570.
- [78] *Lauer T. R.* Combining Undersampled Dithered Images // *Publications of the ASP*. — 1999. — февраль. — Vol. 111. — Pp. 227–237.
- [79] Subelectron read noise at MHz pixel rates / C. D. Mackay, R. N. Tubbs, R. Bell et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series / Ed. by M. M. Blouke, J. Canosa, N. Sampat. — Vol. 4306 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2001. — май. — Pp. 289–298.
- [80] *Law N. M., Mackay C. D., Baldwin J. E.* Lucky imaging: high angular resolution imaging in the visible from the ground // *Astronomy and Astrophysics*. — 2006. — февраль. — Vol. 446. — Pp. 739–745.
- [81] *García-Lorenzo B., Fuensalida J. J., Rodríguez-Hernández M. A. C.* Statistical turbulence vertical profiles at the Roque de los Muchachos Observatory and Teide Observatory // Society of Photo-Optical

- Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 6747 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2007. — октябрь.
- [82] High-Resolution Imaging at the SOAR Telescope / A. Tokovinin, R. Cantarutti, R. Tighe et al. // *Publications of the ASP*. — 2010. — декабрь. — Vol. 122. — Pp. 1483–1494.
- [83] An investigation of lucky imaging techniques / A. Smith, J. Bailey, J. H. Hough, S. Lee // *Monthly Notices of the RAS*. — 2009. — октябрь. — Vol. 398. — Pp. 2069–2073.
- [84] AstraLux - the Calar Alto 2.2-m telescope Lucky Imaging Camera / F. Hormuth, W. Brandner, S. Hippler, T. Henning // *Journal of Physics Conference Series*. — 2008. — октябрь. — Vol. 131, no. 1. — Pp. 012051–+.
- [85] *Fruchter A. S., Hook R. N.* Drizzle: A Method for the Linear Reconstruction of Undersampled Images // *Publications of the ASP*. — 2002. — февраль. — Vol. 114. — Pp. 144–152.
- [86] FastCam: a new lucky imaging instrument for medium-sized telescopes / A. Oscoz, R. Rebolo, R. López et al. — Vol. 7014 of *Proceedings of the SPIE*. — 2008. — август.
- [87] *Eikenberry S. S., Keremedjiev M., Carson J. C.* Stabilized-speckle integral field spectroscopy: SPIFS // *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — Vol. 7014 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2008. — август.
- [88] *Keremedjiev M., Eikenberry S. S.* A Comparison between Lucky Imaging and Speckle Stabilization for Astronomical Imaging // *Publications of the ASP*. — 2011. — февраль. — Vol. 123. — Pp. 213–222.
- [89] *Tinbergen J.* Astronomical Polarimetry / Ed. by Tinbergen, J. — 1996. — сентябрь.

- [90] Speckle-masking imaging polarimetry of η Carinae: evidence for an equatorial disk. / H. Falcke, K. Davidson, K.-H. Hofmann, G. Weigelt // *Astronomy and Astrophysics*. — 1996. — февраль. — Vol. 306. — P. L17.
- [91] Diffraction-limited bispectrum speckle interferometry and speckle polarimetry of the young bipolar outflow source S140 IRS1 / D. Schertl, Y. Balega, T. Hannemann et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 2000. — сентябрь. — Vol. 361. — Pp. L29–L32.
- [92] *Lohmann A. W., Weigelt G., Wirnitzer B.* Speckle masking in astronomy - Triple correlation theory and applications // *Applied Optics*. — 1983. — декабрь. — Vol. 22. — Pp. 4028–4037.
- [93] *Goodman J. W.* Statistical Optics / Ed. by Goodman, J. W. — 1985.
- [94] *Petrov R., Roddier F., Aime C.* Signal-to-noise ratio in differential speckle interferometry // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1986. — май. — Vol. 3. — Pp. 634–644.
- [95] A close halo of large transparent grains around extreme red giant stars / B. R. M. Norris, P. G. Tuthill, M. J. Ireland et al. // *Nature*. — 2012. — апрель. — Vol. 484. — Pp. 220–222.
- [96] *Born M., Wolf E.* Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light. — Pergamon Press, 1959. <http://books.google.ru/books?id=Y7wmAAAAMAAJ>.
- [97] Direct Imaging of Fine Structures in Giant Planet-forming Regions of the Protoplanetary Disk Around AB Aurigae / J. Hashimoto, M. Tamura, T. Muto et al. // *Astrophysical Journal, Letters*. — 2011. — март. — Vol. 729. — P. L17.
- [98] *Kuzmenkov S. G.* Potential accuracy of speckle-interferometric measurements Angular diameters of stars // *Astronomicheskii Zhurnal*. — 1985. — декабрь. — Vol. 62. — Pp. 1201–1210.
- [99] *Pravdo S. H., Shaklan S. B.* Astrometric Detection of Extrasolar Planets: Results of a Feasibility Study with the Palomar 5 Meter

- Telescope // *Astrophysical Journal*. — 1996. — июль. — Vol. 465. — P. 264.
- [100] *Lazorenko P. F.* Astrometric precision of observations at VLT/FORS2 // *Astronomy and Astrophysics*. — 2006. — апрель. — Vol. 449. — Pp. 1271–1279.
- [101] *Cameron P. B., Britton M. C., Kulkarni S. R.* Precision Astrometry With Adaptive Optics // *Astronomical Journal*. — 2009. — январь. — Vol. 137. — Pp. 83–93.
- [102] A near-infrared interferometric survey of debris disk stars. I. Probing the hot dust content around ϵ Eridani and τ Ceti with CHARA/FLUOR / E. di Folco, O. Absil, J.-C. Augereau et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 2007. — ноябрь. — Vol. 475. — Pp. 243–250.
- [103] *Absil O., Mawet D.* Formation and evolution of planetary systems: the impact of high-angular resolution optical techniques // *Astronomy and Astrophysics Reviews*. — 2010. — июль. — Vol. 18. — Pp. 317–382.
- [104] The Exozodiacal Dust Problem for Direct Observations of ExoEarths / A. Roberge, C. H. Chen, R. Millan-Gabet et al. // *ArXiv e-prints*. — 2012. — март.
- [105] *Moran S. M., Kuchner M. J., Holman M. J.* The Dynamical Influence of a Planet at Semimajor Axis 3.4 AU on the Dust around ϵ Eridani // *Astrophysical Journal*. — 2004. — сентябрь. — Vol. 612. — Pp. 1163–1170.
- [106] The COBE Diffuse Infrared Background Experiment Search for the Cosmic Infrared Background. II. Model of the Interplanetary Dust Cloud / T. Kelsall, J. L. Weiland, B. A. Franz et al. // *Astrophysical Journal*. — 1998. — ноябрь. — Vol. 508. — Pp. 44–73.
- [107] *Hong S. S.* Henyey-Greenstein representation of the mean volume scattering phase function for zodiacal dust // *Astronomy and Astrophysics*. — 1985. — май. — Vol. 146. — Pp. 67–75.

- [108] *Martí-Vidal I., Pérez-Torres M. A., Lobanov A. P.* Over-resolution of compact sources in interferometric observations // *Astronomy and Astrophysics*. — 2012. — май. — Vol. 541. — P. A135.
- [109] Circumstellar material in the <ASTROBJ>Vega</ASTROBJ> inner system revealed by CHARA/FLUOR / O. Absil, E. di Folco, A. Mérand et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 2006. — июнь. — Vol. 452. — Pp. 237–244.
- [110] Hubble Space Telescope ACS Images of the GG Tauri Circumbinary Disk / J. E. Krist, K. R. Stapelfeldt, D. A. Golimowski et al. // *Astronomical Journal*. — 2005. — декабрь. — Vol. 130. — Pp. 2778–2787.
- [111] Data-reduction techniques for high-contrast imaging polarimetry. Applications to ExPo / H. Canovas, M. Rodenhuis, S. V. Jeffers et al. // *Astronomy and Astrophysics*. — 2011. — июль. — Vol. 531. — P. A102.
- [112] Progress on MMT-POL: the 1-5mkm adaptive optics optimized polarimeter for the MMT / C. Packham, T. J. Jones, M. Krejny et al. — Vol. 7735 of *Proceedings of the SPIE*. — 2010. — июль.
- [113] The infra-red dual imaging and spectrograph for SPHERE: design and performance / K. Dohlen, M. Langlois, M. Saisse et al. — Vol. 7014 of *Proceedings of the SPIE*. — 2008. — август.
- [114] SPHERE ZIMPOL: overview and performance simulation / C. Thalmann, H. M. Schmid, A. Boccaletti et al. — Vol. 7014 of *Proceedings of the SPIE*. — 2008. — август.
- [115] The Gemini Planet Imager / B. Macintosh, J. Graham, D. Palmer et al. — Vol. 6272 of *Proceedings of the SPIE*. — 2006. — июль.
- [116] *Panchuk V. E., Afanas'ev V. L.* Astroclimate of Northern Caucasus - Myths and reality // *Astrophysical Bulletin*. — 2011. — апрель. — Vol. 66. — Pp. 233–254.
- [117] *Baldwin J. E., Warner P. J., Mackay C. D.* The point spread function in Lucky Imaging and variations in seeing on short timescales //

Astronomy and Astrophysics. — 2008. — март. — Vol. 480. — Pp. 589–597.

- [118] High frame rate imaging based photometry. Photometric reduction of data from electron-multiplying charge coupled devices (EMCCDs) / K. B. W. Harpsøe, U. G. Jørgensen, M. I. Andersen, F. Grundahl // *Astronomy and Astrophysics*. — 2012. — июнь. — Vol. 542. — P. A23.
- [119] Probing dusty circumstellar environments with polarimetric aperture-masking interferometry / B. R. M. Norris, P. G. Tuthill, M. J. Ireland et al. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. — Vol. 8445 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*. — 2012. — июль.
- [120] *Sanchez Almeida J., Martinez Pillet V.* Instrumental polarization in the focal plane of telescopes // *Astronomy and Astrophysics*. — 1992. — июль. — Vol. 260. — Pp. 543–555.
- [121] *Azzam R. M. A., Bashara N.* Ellipsometry and polarized light. North-Holland personal library. — North-Holland, 1987. <http://books.google.ru/books?id=db3vAAAAMAAJ>.
- [122] *Korff D.* Analysis of a method for obtaining near-diffraction-limited information in the presence of atmospheric turbulence // *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*. — 1973. — август. — Vol. 63. — P. 971.