

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова
(Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга при МГУ)

на правах рукописи

Шацкий Александр Александрович

Черные дыры и кротовые норы в области экстремальной гравитации

Специальности: 01.03.02 - Астрофизика и звездная астрономия;
01.04.02 - Теоретическая физика.

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2010г.

Работа выполнена в Астрокосмическом центре
Физического Института им. П.Н. Лебедева РАН.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор Сажин Михаил Васильевич
(Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга)

доктор физико-математических наук
профессор Бронников Кирилл Александрович
(Российский Университет Дружбы Народов)

доктор физико-математических наук
профессор Фурсаев Дмитрий Владимирович
(Международный Университет природы, общества и человека "Дубна")

Ведущая организация:

Учреждение Российской академии наук "Институт астрономии РАН"(ИНАСАН)

Защита состоится "17" февраля 2011г., в 14 часов 00 мин. на заседании
Диссертационного совета Д501.001.86 при МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу:
119991, Москва, Университетский проспект, дом 13, Государственный астрономический
институт имени П.К.Штернберга (ГАИШ МГУ).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГАИШ МГУ.

Автореферат разослан __ _ 2010г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук _____ Алексеев С.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Структура диссертации

Диссертация состоит из трех частей, каждая из которых содержит введение (обзор литературы), разделы, заключение и выводы. Диссертация также содержит список литературы (170 наименований) и 9 приложений.

Общий объем диссертации составляет 182 страницы, включая 45 рисунков и 5 таблиц.

Актуальность работы

Первая часть диссертации посвящена нахождению новых точных решений для электромагнитных полей около горизонта черной дыры.

В последнее время широко обсуждаются различные модели ускорения частиц около квазаров, около сверхмассивных черных дыр (СМЧД) в ядрах галактик и около черных дыр звездных масс в нашей галактике.

Квазары проявляют себя как компактные, мощные источники электромагнитного излучения, обладающие в ряде случаев узконаправленными мощными выбросами (джетами) и являющиеся, скорее всего, активными ядрами галактик. Их изучение особенно интересно в связи с исследованиями синхротронного излучения и обратного Комптоновского рассеяния от узконаправленных выбросов, наблюдаемых в широком спектре от радио до гамма диапазонов. Особенно высокое угловое разрешение, реализуемое радио-интерферометрами, указывает на исключительно малую ширину струи (сравнимую с гравитационным радиусом) по мере приближения к черной дыре. Для объяснения ускорения частиц около таких релятивистских объектов (черных дыр и нейтронных звезд) обычно рассматриваются два вида механизмов: ускорение электрическим полем и магнитогиродинамическое ускорение (механизм Бленфорда-Знаека [1]). В основе этого механизма лежит магнитогиродинамическая модель (МГД) плазмы, аккрецирующей на вращающуюся черную дыру. Благодаря процессу Бардина-Петтерсона [2] аккреция может происходить только с экваториальной плоскости, поэтому имеет смысл моделировать аккрецию, как суперпозицию кольцевых токов в плоскости экватора. Такое моделирование корректно, если рождение пар индуцированным электрическим полем приводит к токам много меньшим, чем кольцевой ток-источник. Эффект Хоукинга [3] рождения частиц на горизонте в данной модели пренебрежимо мал, поскольку при комптоновской длине волны частицы много меньшей чем радиус кривизны пространства он дает очень малую поправку. Для электронов это соответствует черной дыре (ЧД), масса которой больше, чем примерно $10^{-16} M_{\odot}$.

Ускорение электрическим полем и само его существование неразрывно связано с малой плотностью плазмы в рассматриваемом объеме (вакуумное приближение). Условия вакуумного приближения, по-видимому, реализуются в магнитосферах пульсаров и некоторых типов СМЧД (Блендфорд [4], Барбилини и Лонго [5]). В этом случае возможно ускорение частиц до предельно высоких энергий (Кардашев [6]).

Предельная концентрация зарядов, при которой еще работает вакуумное приближение определяется формулой (Голдрайх и Джулиан [7]):

$$n_e < \frac{|(\mathbf{\Omega}\mathbf{H})|}{2\pi c e} \simeq \frac{1 \text{ день}}{P} \cdot \frac{H}{10^4 \text{ Гс}} \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-3}. \quad (1)$$

Здесь Ω - угловая скорость вращения, H - характерная величина магнитного поля, P - период вращения, c - скорость света, e - заряд электрона. Из этого выражения видно, что для типичных квазаров должно быть: $n_e < 10^{-2} \text{ см}^{-3}$. Отметим, что в межгалактическом пространстве $n_e \simeq 10^{-6} \text{ см}^{-3}$, в галактике $n_e \simeq 1 \text{ см}^{-3}$. Наличие черной дыры в центре так же ведет к уменьшению n_e вблизи нее. Кроме того магнитные поля около СМЧД могут достигать величины порядка 10^9 Гс (Кардашев [6]). В любом случае вопрос о применимости вакуумного приближения достаточно сложный и должен решаться с учетом физики ЧД.

Для понимания астрофизики квазаров также имеет большое значение изучение взаимодействия электромагнитных полей с гравитационным полем вращающейся черной дыры.

В большинстве работ, на которые приведены ссылки в этой части, вычисления электромагнитного поля проводятся с использованием (3+1)-формализма. В отличие от этих работ здесь будет использован общековариантный формализм общей теории относительности (ОТО) и не будет использовано приближение МГД - в замороженности магнитных силовых линий в плазму, что ведет к условию равенства нулю скалярного произведения электрического и магнитного полей (бессилое поле). В этом разделе предполагается, что вакуумное приближение выполняется, что позволит рассмотреть структуру электрического поля, возбуждаемого вращающимся аккреционным диском с полоидальным магнитным полем. Постановка этой задачи аналогична работе Дойча [8], нашедшего структуру электрического поля, создаваемого дипольным магнитным полем, в замороженным во вращающуюся звезду. Если проводник вращается вместе с замороженным в него магнитным полем, то во вращающейся системе, где проводник покоится, внутри него электрическое поле должно отсутствовать. Поэтому в инерциальной системе внутри проводника из-за наличия магнитного поля индуцируется электрическое поле, которое создает поверхностный заряд (в частном случае для магнитного диполя с квадрупольным распределением). Этот поверхностный заряд и является источником внешнего электрического поля. В диссертации рассмотрена аналогичная задача для аккреционных дисков разной формы.

Вторая часть диссертации посвящена нахождению новых эффектов у стационарных кротовых нор.

Последние несколько лет в научных публикациях по релятивистской астрофизике заметно возросло количество работ, посвященных термину "wormhole". В переводе с английского это означает «червячная нора».

В данном разделе будет использоваться термин "кротовая нора". Почему же термин переводится именно как «кротовая нора»?

Соответствующий английский термин WORMHOLE неоднозначно переводится на русский язык. Возможны разные варианты перевода этого термина.

В 2004 году среди русскоговорящих физиков, имеющих публикации по этой тематике было проведено голосование для выбора русского термина, в нем участвовали:

Кирилл Бронников, Николай Кардашев, Сергей Красников, Игорь Новиков, Маргарита Сафонова, Сергей Сушков, Александр Шацкий.

Победил термин «**кротовая нора**».

Всплеск научных публикаций по кротовым норам вполне аналогичен такому же всплеску в 70-е годы прошлого века по черным дырам, которые в то время (также как и кротовые норы сейчас) считались сверхэкзотическими объектами. Сейчас, видимо, этот всплеск интереса связан с открытием «темной энергии», уравнение состояния которой позволяет (в принципе – как будет показано далее) образовывать стационарные кротовые норы.

Решение самых актуальных вопросов астрофизики может оказаться весьма парадоксальным и непривычным с точки зрения существующих научных догм. В настоящее время в астрофизике и, в частности, в космологии открыто много необычного. Напомним историю вопроса о кротовых норах (КН) в астрофизике:

В 1935 году появилась первая серьезная работа по кротовым норам Эйнштейна и Розена [9]. В этой работе авторы используют термин **мост** для описания своего гипотетического объекта, который сегодня правильнее называть непроходимой кротовой норой (НКН). Эйнштейн с Розеном пишут: «Эти решения включают математическое представление о физическом пространстве, как о пространстве двух одинаковых областей, соединенных **мостом**». Это была замечательная идея, однако математическая модель, предложенная авторами, не была корректной. Первой современной работой по этому вопросу была статья Уиллера в 1955 году [10]. В этой работе приводится первая диаграмма кротовой норы. В 1957 году в известной работе [11] Мизнер и Уиллер первыми предложили термин *wormhole* для физической общности.

В диссертации предпринята попытка доказательства того, что ряд астрофизических объектов могут оказаться входами в КН. Эти КН могут являться остатками от инфляционной эпохи в эволюции Вселенной. Модель хаотической инфляции является основой современной космологии и предполагает существование, кроме нашей, бесконечного количества других вселенных, возникающих в скалярном поле в разных областях и разные моменты времени, образуя “пространственно-временную пену” [12–14]. Первичные пространственно-временные тоннели (кротовые норы) вероятно существуют в исходном скалярном поле [15], они возможно сохраняются после инфляции [15–17], связывают различные районы нашей и других вселенных, открывая уникальную возможность исследования многоэлементной Вселенной и обнаружения нового типа объектов – входов в кротовые норы.

Однако анализ моделей КН показывает, что для их существования необходима материя с необычным уравнением состояния [18–20]. УС должно быть анизотропным, а величина $w_{\parallel} = p_{\parallel}/\varepsilon$ должна быть меньше -1 , как у фантомной материи (p_{\parallel} - суммарное давление вдоль кротовой норы, ε - суммарная плотность энергии всех

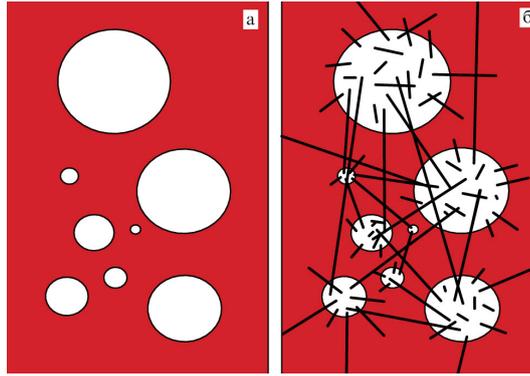


Рис. 1: Слева - модель хаотической инфляционной многоэлементной Вселенной без кротовых нор, справа - тоже, но с кротовыми норами.

компонент материи в кротовой норе). Существование такой материи является пока предположением [21].

Здесь рассмотрены модели, где основным материалом для КН, обладающим всеми необходимыми свойствами является пронизывающее её сильное магнитное поле, а фантомная материя нужна только в виде малой добавки, и наоборот, модели, где основным материалом является фантомная энергия с УС близким к вакуумному: ($p/\varepsilon = -1$) и добавкой плотности энергии магнитного поля. При этом некоторые из наблюдаемых астрономических объектов могут оказаться входами в кротовые норы.

Третья часть диссертации посвящена нахождению нестационарных аналитических и численных решений у черных дыр и кротовых нор.

Нестационарные задачи в ОТО имеют принципиальные отличия от аналогичных задач в плоском пространстве-времени. В частности, в ОТО к эффектам движения (динамики) материи добавляются динамические эффекты деформации координатной решетки. Отличить одно от другого, как правило, бывает очень сложно. В данной части диссертации под термином «движение» подразумевается суперпозиция динамики и деформации.

В последнее десятилетие было доказано, что во Вселенной в больших масштабах доминирует необычная материя, получившая название «темной энергии» [22, 23]. Темная энергия нарушает так называемые «сильные энергетические условия» и возможно нарушает «слабые энергетические условия» [24]. В работе [22] рассматривалась материя, которая нарушает все энергетические условия [24]. Этот вид материи получил название фантомной материи, для которой

$$\varepsilon + p_{\parallel} < 0, \tag{2}$$

где ε - плотность энергии, p_{\parallel} - радиальное давление [25, 26].

Во многих работах последнего времени рассматривались процессы с участием фантомной материи. Сюда относятся работы по аккреции фантомной материи на черные дыры (см. например [27–31]) и процессы с участием кротовых нор [16, 24, 32–48]. Природа сингулярности внутри черных дыр и кротовых нор рассмотрена в работе [49].

В работах Кардашева, Новикова и Шацкого [50–52] и Шацкого [53] была рассмотрена гипотеза о том, что некоторые астрофизические объекты (например некоторые активные ядра галактик или некоторые квазары) могут быть входами в кротовые норы. Напомним что, кротовыми норами называются в общей теории относительности топологические тоннели, соединяющие отдаленные области пространства Вселенной (см. например [9, 11, 15, 25, 26, 54–56] или, даже, области в разных вселенных в модели множественных вселенных [57]). Здесь будут предложены более точные признаки для кротовых нор и черных дыр в нестационарном случае (общих локальных определений в нестационарном случае, как выясняется, не существует).

В работе [58] была аналитически решена задача аккреции пылевой материи на кротовую нору Эллиса-Бронникова¹ [25, 26] с последующим возникновением черной дыры Рейснера-Нордстрема.

В работах [32, 35, 36] была проанализирована следующая проблема: Рассмотрим всюду пустое сферическое поле тяготения (поле Шварцшильда). Такое пространство-время имеет топологию кротовой норы ("Мост Эйнштейна-Розена" [9]) и описывается метрикой Крускала [59–62], см. обзор в [55]. Соответствующее пространство-время состоит из двух асимптотически-плоских пространств (двух вселенных) R_1 и R_2 , соединенных "кротовой норой". Как известно (см. [55]), наблюдатель в R_1 не может послать сигнал в R_2 и наоборот. Каждый такой сигнал входит внутрь черной дыры (внутри Т-области, ограниченной гравитационным радиусом r_g - см. [55]) и неизбежно достигает сингулярности $r = 0$, образующейся внутри Т-области. Таким образом, мост Эйнштейна-Розена является непроходимой кротовой норой (НКН). В работах [32, 35, 36] показано, что если облучать такую НКН гравитирующим экзотическим излучением (излучением с плотностью энергии $\varepsilon < 0$, см. [36]) одновременно из R_1 и R_2 вселенных, то НКН превращается в проходимую кротовую нору (ПКН) и обмен сигналами наблюдателей в R_1 и R_2 становится возможным. Такая процедура - одновременное облучение НКН с обеих сторон R_1 и R_2 , выглядит искусственно, т.к. требует согласованных действий наблюдателей в R_1 и R_2 , хотя обмен сигналами между ними заранее (до превращения НКН в ПКН в результате облучения) невозможен.

Цели и задачи работы

Диссертационная работа посвящена актуальным вопросам современной физики и имеет важное значение для астрофизических приложений. Это вопросы электродинамики черных дыр и вопросы, связанные с гипотезой кротовых нор – релятивистских объектов, являющихся топологическими тоннелями, связывающими отдаленные области нашей Вселенной или даже области разных вселенных.

Автор является одним из инициаторов активного обсуждения этих вопросов в нашей

¹ В модели (в [58]) кротовая нора Эллиса-Бронникова поддерживалась радиальным магнитным полем и фантомной материей в виде экзотической пыли с отрицательной плотностью энергии (еще одним возможным вариантом материи для поддержания такой кротовой норы является мнимое безмассовое скалярное поле).

стране. Во всем мире проблемы электродинамики черных дыр и физики кротовых нор в настоящее время широко обсуждаются.

В диссертационной работе решаются следующие задачи:

1. Нахождение граничных условий для полоидальных электромагнитных полей на горизонте черной дыры в тензорном подходе.

2. Нахождение двух новых точных решений общей теории относительности для электромагнитных полей в вакууме в присутствии черной дыры. Это униполярно-индукционный и магнитно-гравимагнитный механизмы.

3. В рассмотренных общерелятивистских моделях исследуется ускорение заряженных частиц вдоль оси диска и коллимация вдоль нее.

4. Показано, что вышеописанные модели дают для энергии ускоряемых частиц величину порядка энергии в МГД-моделях типа Блендфорда-Знаека.

5. Нахождение решения для кротовых нор, сколь угодно мало отличающихся от предельной черной дыры Рейснера-Нордстрема и имеющих при этом сколь угодно малое количество экзотической (фантомной) материи.

6. Нахождение траекторий лучей света, проходящих через кротовые норы.

7. Нахождение характерных и принципиальных отличий в гравитационном линзировании света кротовыми норами, позволяющих (в принципе) отличить их от других объектов.

8. Нахождение теоретического спектра типа $\log(N)$ - $\log(S)$ для гамма-всплесков, наблюдаемых через горловину кротовой норы и сравнение найденного спектра со спектрами для некоторых софт-гамма-репитеров.

9. Доказательство Леммы: В квадратичном приближении по параметру вращения у кротовых нор со сферической горловиной (или сводящихся к таковым координатными преобразованиями) количество фантомной материи около горловины не зависит от степени вращения.

10. Нахождение локальных признаков существования нестационарных черных дыр и кротовых нор.

11. Изучение динамики фантомной материи при ее аккреции на черные дыры.

12. Нахождение нового класса кротовых нор с магнитным полем и фантомной пылью.

13. Нахождение точного самосогласованного решения (типа решения Толмена или Оппенгеймера-Снайдера) для аккреции пыли в присутствии радиального электрического или магнитного поля. Найденное решение описывает динамику черных дыр (типа Рейснера-Нордстрема), кротовых нор (типа Эллиса-Бронникова) и Мультивселенной (с Лямбда-членом).

14. Изучение самосогласованной аккреции фантомной пыли на черную дыру типа Рейснера-Нордстрема.

15. Изучение самосогласованной аккреции обычной пыли на кротовую нору (типа Эллиса-Бронникова).

16. Нахождение решения для полупроходимых кротовых нор как результата аккреции фантомной материи на черные дыры.

17. Выполнение анализа устойчивости для некоторых моделей кротовых нор и

нахождение квазиустойчивой (по Ляпунову) модели кротовой норы.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Найдены два новых решения общей теории относительности для электромагнитных полей в вакууме в окрестности черной дыры: униполярно-индукционное и магнитно-гравимагнитное. В отличие от ранее найденных решений типа Блендфорда-Знаека (в магнитной гидродинамике), новые решения могут быть использованы для изучения электродинамики черных дыр звездных масс, где в окрестности горизонта плотностью плазмы можно пренебречь и использовать вакуумное приближение.

Эти результаты опубликованы в [2, 5].

2. Для "кротовых нор" сформулирована и доказана Лемма: В квадратичном приближении по параметру вращения у кротовых нор со сферической горловиной (или сводящихся к таковым координатными преобразованиями) количество экзотической материи около горловины не зависит от степени вращения.

Этот результат опубликован в [11].

3. Найден новый класс кротовых нор с магнитным полем и фантомной пылью. Точное самосогласованное решение Толмена (или Оппенгеймера-Снайдера) для аккреции пыли обобщено на случай присутствия радиального электрического или магнитного поля. Найденное решение описывает динамику черных дыр (типа Рейснера-Нордстрема), кротовых нор (типа Эллиса-Бронникова) и Мультивселенной (с Лямбда-членом).

Эти результаты опубликованы в [14, 18].

4. Разработанными в диссертации методами аналитически доказаны новые результаты: самосогласованная аккреция экзотической материи на черную дыру типа Рейснера-Нордстрема приводит к появлению «голой сингулярности», а аккреция обычной материи на кротовую нору (типа Эллиса-Бронникова) приводит к образованию черной дыры типа Рейснера-Нордстрема. Эти результаты прекрасно согласуются с численными расчетами для разных типов материи.

Эти результаты опубликованы в [14, 17–19].

Достоверность результатов диссертации

Достоверность результатов, выводов и научных положений диссертационной работы обеспечивается:

- Корректностью построения математических моделей физических систем в пространствах с нетривиальной топологией и нетривиальными причинными связями;
- Корректностью проведенных математических преобразований и расчетов;
- Согласием полученных в диссертации результатов с известными результатами;
- Соответствием аналитических результатов и выводов результатам численного моделирования для других моделей материи в аналогичных начальных условиях.

Научная новизна

В диссертации получены следующие новые результаты:

1. Найдены два новых решения общей теории относительности для электромагнитных полей в вакууме в присутствии черной дыры: униполярно-индукционное и магнитно-гравимагнитное.
2. Найдены новые характерные и принципиальные отличия в гравитационном линзировании света кротовыми норами, позволяющие (в принципе) отличить их от других объектов: усиление яркости у отдельных объектов (наблюдаемых через горловину) обратно-пропорционально их средней плотности в данном месте горловины кротовой норы.
3. Впервые сформулирована и доказана Лемма: В квадратичном приближении по параметру вращения у кротовых нор со сферической горловиной (или сводящихся к таковым координатными преобразованиями) количество фантомной материи около горловины не зависит от степени вращения.
4. Найден новый класс кротовых нор с магнитным полем и фантомной пылью.
5. Точное самосогласованное решение Толмена (или Опенгеймера-Снайдера) для аккреции пыли впервые обобщено на случай присутствия радиального электрического или магнитного поля. В результате найдено новое, точное и самосогласованное решение для динамики черных дыр (типа Рейснера-Нордстрема), кротовых нор (типа Эллиса-Бронникова) и Мультивселенной (с Лямбда-членом).
6. С помощью найденного решения впервые аналитически доказано, что аккреция фантомной пыли на черную дыру приводит к появлению «голой сингулярности», а аккреция обычной пыли на кротовую нору приводит к образованию черной дыры типа Рейснера-Нордстрема.

Апробация работы

Основные материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и научных школах:

- «Texas in Tuscany – XXI», Италия, Флоренция, декабрь 2002;
- «Международная школа по физике черных дыр», Франция, Корсика, Карджесе, май 2003;
- ВАК-2004 (Всероссийская астрономическая конференция), Россия, Санкт-Петербург, август 2004;
- «IAU Symposium», Швейцария, Лозанна, июль 2004;
- «Гаммовская школа по Астрономии», Украина, Одесса, август 2007;
- «Конференция, посвященная памяти Цесевича», Украина, Одесса, август 2007;
- ВАК-2007 (Всероссийская астрономическая конференция), Россия, Казань, сентябрь 2007;
- RUSGRAV-13 «13-я Российская Гравитационная Конференция», Россия, Москва, июнь 2008;
- GRACOS-2009 «II Российская школа по гравитации и космологии», Россия, Казань-

Яльчик, август 2009;

- НЕВ 14 «Последние Открытия в Гравитации», Греция, Янина, июнь 2010;
- «Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики», Россия, Москва, июнь 2010.

А также на семинарах:

- Семинар по гравитации и космологии им. Зельманова Государственного астрономического института имени П.К.Штернберга МГУ;
- Семинар в ИНАСАН (Учреждение Российской академии наук "Институт астрономии РАН"), Москва;
- Семинары АКЦ ФИАН им. П.Н. Лебедева, Москва;
- Семинар в институте им. Нильса Бора (Дания, Копенгаген);
- Семинар в педагогическом университете им. Герцена, Санкт-Петербург;
- Семинар в НИИЯФ МГУ, Москва.
- Семинар в ОИЯИ, Дубна.

На рецензируемые публикации автора приводится примерно $40 \div 50$ нормальных цитирований (по системе ADS).

Список публикаций автора по теме диссертации

1. А.А. Шацкий и А.Ю. Андреев, *Динамика образования горизонта событий*, ЖЭТФ, **116**, 353 (1999).
2. А. Шацкий, *Аксиальная магнитостатика кольцевого тока в поле Керра*, ЖЭТФ, **120**, 1062 (2001).
3. А. Шацкий, *Общерелятивистское искривление вихревой структуры пульсара*, Письма в АЖ, **79**, 353 (2001).
4. А.А. Шацкий и Н.С. Кардашев, *Индукционный ускоритель космических лучей на оси аккреционного диска*, АЖ, **79**, 708 (2002).
5. А. Шацкий, *Униполярная индукция замагниченного аккреционного диска вокруг черной дыры*, Письма в АЖ, **29**, 184 (2003).
6. А. Шацкий, *Мосты Эйнштейна - Розена (wormholes) и особенности гравитационного линзирования на них*, АЖ, **81**, 579 (2004).
7. А. Шацкий, *Есть ли связь плотности первичных черных дыр в галактике с темпом космологических гамма всплесков*, АЖ, **83**, 867 (2006).
8. Н.С. Кардашев, И.Д. Новиков и А.А. Шацкий, *Магнитные тоннели (КРОТОВЫЕ НОРЫ) в астрофизике*, АЖ, **83**, 675 (2006).
9. N. Kardashev, I. Novikov and A. Shatskiy, *Astrophysics of Wormholes*, I. J. Mod. Phys. D, **16**, 909 (2007).

10. И.Д. Новиков, Н.С. Кардашев и А.А. Шацкий, *Многокомпонентная Вселенная и астрофизика кротовых нор*, УФН, **177**, 1017 (2007).
11. А. Шацкий, *Прохождение фотонов через кротовые норы и влияние вращения на количество фантомной материи вокруг них*, АЖ, **84**, 99 (2007).
12. А. Шацкий, *Динамика фантомной материи*, ЖЭТФ, **131**, 851 (2007).
13. А. Шацкий, *Первичные чёрные дыры и астероидная опасность*, Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия., **4**, 48 (2008).
14. А.А. Шацкий, И.Д. Новиков и Н.С. Кардашев, *Динамическая модель кротовой норы и модель Мультивселенной*, УФН, **178**, 481 (2008).
15. А. Шацкий, *Образ неба другой вселенной, наблюдаемый через горловину кротовой норы*, УФН, **179**, 861 (2009).
16. Д.И. Новиков, А.Г. Дорошкевич, И.Д. Новиков и А.А. Шацкий, *Полупроходимые кротовые норы и проблема устойчивости статических кротовых нор*, АЖ, **12**, 1155 (2009).
17. A. Doroshkevich, J. Hansen, I. Novikov and A. Shatskiy, *Passage of radiation through wormholes*, I. J. Mod. Phys. D, **11**, 1665 (2009).
18. А.А. Шацкий, А.Г. Дорошкевич, Д.И. Новиков и И.Д. Новиков, *Аккреция экзотической материи на черную дыру Рейснера-Нордстрема*, ЖЭТФ, **137**, 268 (2010).
19. A. Doroshkevich, J. Hansen, D. Novikov, I. Novikov, Dong-Ho Park and A. Shatskiy, *Physics of the interior of a black hole with an exotic scalar matter*, Phys.Rev. D, (**81**), 124011 (2010).
20. A. Pozanenko and A. Shatskiy, *On a possible connection between wormholes and soft gamma repeaters*, GRAVITATION & COSMOLOGY, (**4**), 259 (2010).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из трех частей, каждая из которых содержит введение (обзор литературы), разделы, заключение и выводы. Диссертация также содержит список литературы и приложения.

I. Новые точные решения для электромагнитных полей около горизонта черной дыры

Первая часть состоит из обзора литературы и трех разделов:

Раздел 1.1: «Граничные условия в электродинамике на горизонте черной дыры»

Для решения всех задач в присутствии черной дыры необходимо определить граничные условия, которые должны быть наложены на компоненты тензора электромагнитного поля (ЭМП), необходимые для нахождения последних.

Во-первых должны выполняться классические граничные условия: на бесконечности все компоненты поля должны обратиться в нуль.

Во-вторых к классическому должны добавиться еще граничные условия на горизонте черной дыры. Они необходимы для того, чтобы в системе отсчета связанной со свободно падающим наблюдателем (СПН) при подлете к горизонту не возникло аномалий в

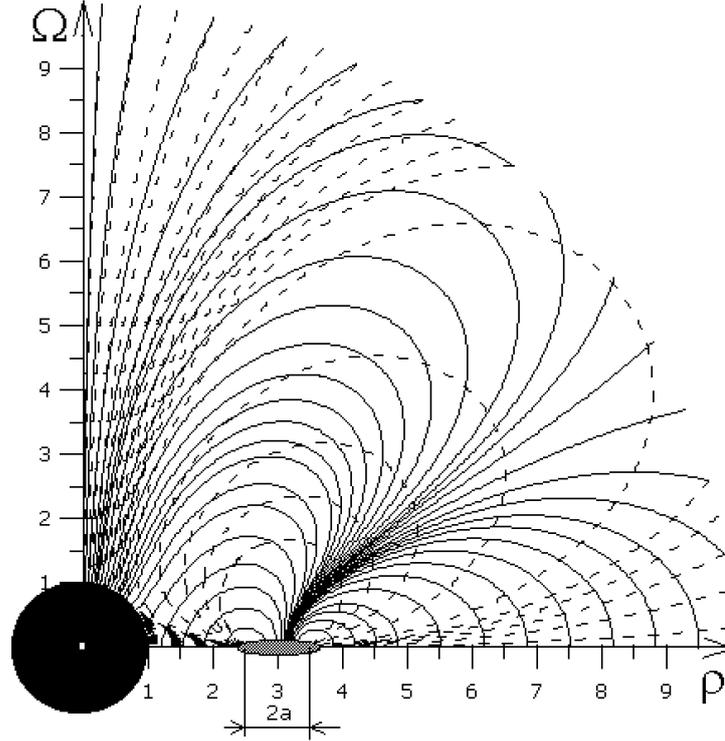


Рис. 2: Изображена правая, верхняя четверть картины линий электромагнитного поля в системе. Электрическое поле показано пунктирными, магнитное - сплошными линиями. В центре системы - черная дыра. В экваториальной плоскости, на расстоянии $R = 3r_g$ находится центр аккреционного диска ширины $2a = 1r_g$.

его движения, связанных с ускорением ЭМП (аномалии ведут к нарушению условия пробности электрического заряда СПН²).

В связи с тем, что здесь будет использован тензорный (а не векторный) подход к решению задачи и рассматриваются только полоидальные компоненты электромагнитных полей, то использование граничных условий, найденных ранее в векторном подходе, становится невозможным.

В результате вычислений граничные условия на горизонте для полоидального ЭМП в системе вращения опорных наблюдателей имеют вид:

$$\tilde{F}_{\theta t} \rightarrow 0; \quad \tilde{F}^{r\varphi} \rightarrow 0. \quad (3)$$

Раздел 1.2: «Общерелятивистский униполярно-индукционный механизм генерации электромагнитного поля вокруг черной дыры в вакууме»

В разделе найдена структура и величина электромагнитного поля, создаваемого вращающимся аккреционным диском с замороженным в него полоидальным магнитным полем. Вне диска предполагается вакуумное приближение.

² Более подробно обсуждение этого требования можно найти в работах [63] и [64].

Итоговые выражения решения для ЭМП представляются в виде:

$$A_t(r, \theta) = \frac{2aq}{\pi r R^2} \int_0^\pi \left(\frac{M(D - r + M - M \sin \theta \cos \varphi)}{D} + \frac{R[(r - M)(R - M) - M^2 \sin \theta \cos \varphi] \cdot [R - M - (r - M) \sin \theta \cos \varphi]}{D^3} \right) d\varphi \quad (4)$$

$$D^2 = (r - M)^2 + (R - M)^2 - M^2 - 2(r - M)(R - M) \sin \theta \cos \varphi + M^2(\sin \theta \cos \varphi)^2$$

$$q = -\pi R a E_0 / 2 = \frac{\pi}{2} \Omega R^2 a H_0, \quad F_{r\varphi} = -F_{rt} / \Omega, \quad F_{\theta\varphi} = -F_{\theta t} / \Omega.$$

Здесь Ω - угловая скорость вращения диска, $H_0 = -\hat{H}_{\theta(r=R, \theta=\pi/2)} / \sqrt{1 - r_g/R}$ - характерная величина магнитного поля в центре системы, при отсутствии черной дыры.

Найденное магнитное поле является квадрупольным полем двух экваториальных и противоположных кольцевых токов в тонком диске. Это поле является причиной появления квадрупольного электрического поля, которое в приближении тонкого диска может быть представлено в виде поля двух противоположно заряженных колец в экваториальной плоскости - см. рис. 2. По этой причине данная модель носит название униполярно-индукционной (модель униполярного индуктора в астрофизике описана например в [7]).

Данная модель является точно рассчитанной вакуумной моделью для электромагнитного поля.

Раздел 1.3: «Общерелятивистский магнитно-гравимагнитный механизм генерации электромагнитного поля вокруг черной дыры в вакууме».

В разделе рассчитано электрическое поле, создаваемое слабо вращающейся черной дырой, взаимодействующей с внешним магнитным полем кольцевого тока. Как видно из вышеизложенного, это электрическое поле имеет квадрупольный характер и причиной его появления является дипольное магнитное поле, взаимодействующее с гравимагнитным полем черной дыры. По этой причине данный механизм носит название магнитно-гравимагнитного.

Решение, удовлетворяющее граничным условиям имеет вид:

$$\tilde{A}_t(r, \theta) = \int (U + f)_{(r', \theta')} \left\{ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{r_g/r'}{|\vec{r} - \vec{r}'(r_g^2/r'^2)|} \right\} r'^2 dr' \Big|_{r_g}^{\infty} \sin \theta' d\theta' \Big|_0^{\pi} d\varphi' \Big|_{-\pi}^{\pi}$$

$$U_{(\tilde{A}_t)} = -\frac{r_g}{4\pi r^3} \partial_r (r^2 \partial_r \tilde{A}_t^0)$$

$$f_{(H_\alpha)} = \frac{a}{4\pi r_g^2} \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2}\right) [2 \cos \theta H_r - 4\pi j^\varphi r^2 \sin^2 \theta] - \sin \theta \left(2 + \frac{r_g}{r}\right) H_\theta / r \right\} \quad (5)$$

$$\hat{A}^\varphi(r, \theta) = \int \frac{j_{tot}^\varphi r' \sin \theta' \cos \varphi'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} r'^2 dr' \Big|_{r_g}^{\infty} \sin \theta' d\theta' \Big|_0^{\pi} d\varphi' \Big|_{-\pi}^{\pi}, \quad \tilde{A}_\varphi = A_\varphi = -r \sin \theta \hat{A}^\varphi$$

$$A_t = \tilde{A}_t - \Omega_H \tilde{A}_\varphi, \quad H_r = \frac{\partial_\theta (\sin \theta \hat{A}^\varphi)}{r \sin \theta}, \quad H_\theta / r = -\frac{1 - \frac{r_g}{r}}{r} \partial_r (r \hat{A}^\varphi).$$

Решение находится итерациями, в начальной итерации полагаем $r_g = 0$.

Обозначения в (5): индекс "0" - соответствующая величина на предыдущей итерации, $j_{tot}^\varphi = J^\varphi \delta(r - r_1) \delta(\theta - \theta_1) / \sqrt{-g} + \frac{r_g}{4\pi r^2} \partial_r (r F_0^{r\varphi})$,

$|\vec{r} - \vec{r}'|^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'(\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi')$, θ - угол наклона вектора \vec{r} к оси z , θ' - угол наклона вектора \vec{r}' к оси z , φ' - угол между проекциями векторов \vec{r} и \vec{r}' на плоскость, ортогональную оси z . Интегрирование проводится в евклидовом пространстве вне шара с радиусом r_g .

Несмотря на то, что найденное решение (5) находится методом итераций, это не снижает его актуальности, т.к. при заранее заданной точности его нахождение является несравненно более простой задачей, чем нахождение этого же решения в виде ряда (т.к. этот ряд вблизи источников поля имеет очень плохую сходимость).

Полученное (в линейном приближении по угловой скорости вращения черной дыры) выражение для электромагнитного поля должно быть добавлено к выражениям для поля, полученным в предыдущем разделе (описывающим униполярно-индукционный механизм). В этом случае описание полей включает в себя все основные механизмы в вакууме.

II. Новые эффекты у стационарных кротовых нор

Вторая часть состоит из обзора литературы и шести разделов:

Раздел 2.1: «Общие свойства стационарных кротовых нор».

Можно дать разные определения кротовым норам, соответствующие присутствию или отсутствию у них горизонтов – см. следующую часть диссертации. Общим для всех определений является свойство, согласно которому кротовая нора должна соединять между собой две асимптотически плоских области пространства. Место соединения и называется кротовой норой, а его центральный участок - горловиной кротовой норы. Пространство-время вблизи горловины кротовой норы достаточно сильно искривлено. В этой части будут рассмотрены только проходимые кротовые норы (Traversable Lorentzian Wormholes), т.е. те, через которые могут проходить физические тела. Следовательно у таких кротовых нор не должно быть горизонтов.

Раздел 2.2: «Решение для магнитных кротовых нор».

В разделе рассмотрена модель кротовой норы, поддерживаемой электромагнитным полем с малой добавкой фантомной энергии, модель кротовой норы, поддерживаемой композицией магнитного поля и фантомной энергии с сферически симметричным уравнением состояния, а также модель с магнитным полем и фантомной материи с анизотропным уравнением состояния. Показано, что плотность фантомной энергии и их экзотичность могут быть сколь угодно малыми. Для внешнего наблюдателя вход в кротовую нору оказывается магнитным монополем макроскопических размеров. Аккреция обычной материи на вход в кротовую нору может приводить к образованию черной дыры с радиальным магнитным полем. Рассматривается возможность того, что некоторые активные галактические ядра и объекты Галактики являются входами (существующими или бывшими) в магнитные кротовые норы. Рассматривается возможность существования широкого спектра масс кротовых нор от миллиардов масс Солнца до массы порядка 2 кг. Ввиду отсутствия горизонта, для таких объектов не работает эффект Хоукинга (испарения), поэтому они могут сохраняться на космологических интервалах времени даже если их масса меньше 10^{15} г.

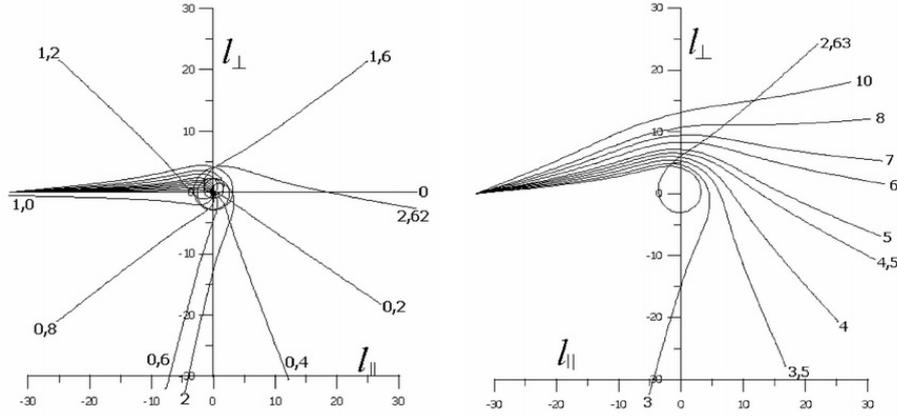


Рис. 3: Отклонение фотонов КН с $w = -2$. Показаны траектории фотонов, отклоняющихся на угол $\Delta\varphi$ от первоначального направления. Слева - проходящие через горловину, при малых прицельных параметрах (при $h < h_{cr} \approx 2.621r_0$). Справа - не проходящие через горловину (при $h > h_{cr}$). Числами у концов кривых обозначены значения соответствующих прицельных параметров (в единицах r_0). Координаты $l_{||}$, l_{\perp} обозначают экваториальную плоскость рассеяния фотона ($l_{||} = |l| \cos \varphi$, $l_{\perp} = -|l| \sin \varphi$).

Раздел 2.3: «Внутреннее грав-линзирование света кротовыми норами».

Самый простой способ обнаружить КН - это наблюдать через его горловину какие-либо объекты: например звезды. Если геометрия мира отличается по разные стороны горловины то разным будет и темп течения времени с разных сторон КН. Следствие этого будет появление красного (или фиолетового) смещения фотонов, проходящих через горловину КН. Существенная трудность в этом способе - отличить смещение от доплеровского, связанного с движением источника.

Другой способ заключается в том, что световой сигнал от звезд, проходящий через горловину КН, должен испытывать эффект отклонения фотонов (линзирование) на искривленной геометрии. Определим прицельный параметр h для фотона, отклоняемого КН: $h = L/E$ - отношение углового момента к энергии фотона на бесконечности.

Возможны два варианта линзирования:

1. Фотон не проходит через горловину, оставаясь, все время в одной части вселенной. Этот вариант относится к фотонам, которые имеют достаточно большие (по сравнению с радиусом горловины) прицельные параметры и отклоняются (как и должно быть) гравитационной линзой.

2. Фотон проходит через горловину в другую часть вселенной. Это относится к фотонам, которые имеют достаточно малые (по сравнению с радиусом горловины) прицельные параметры. Здесь другая зависимость: фотоны отклоняются по формуле собирающей тонкой линзы с фокусным расстоянием порядка радиуса горловины КН. В случае других гравитационных центров эти фотоны поглотились бы поверхностью тела.

На рис. 3 представлены траектории фотонов, найденные численно для КН с $w = -2$. Из этого рисунка видно, что при прицельных параметрах близких к критическому

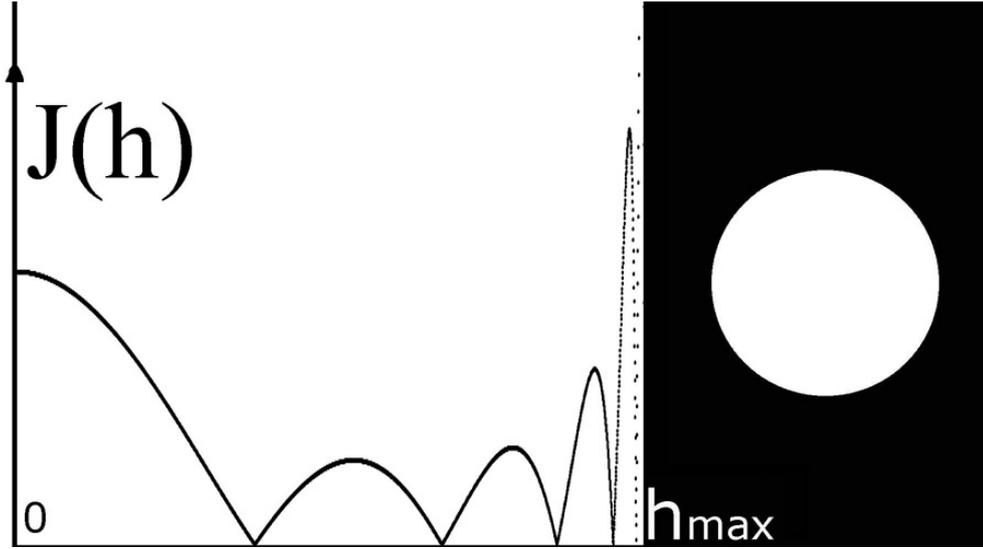


Рис. 4: Слева на рисунке показана зависимость видимой через горловину плотности звезд $J(h)$ при $h \in (0, h_{max})$ и $\delta = 0.001$. Справа - видимое изображение неба другой вселенной через горловину КН при $N_{stars} \rightarrow \infty$.

значению (h_{cr}) фотоны могут отклоняться КН на большие углы (более 2π).

Раздел 2.4: «Образ неба другой вселенной, наблюдаемый через горловину кротовой норы».

Пусть в другой вселенной есть N звезд одинаковой светимости и $N \gg \gg 1$. Пусть все эти звезды равномерно распределены по небесной сфере в другой вселенной.

Наблюдатель в нашей вселенной смотря через горловину КН на звезды в другой вселенной видит их неравномерное распределение в горловине. Это связано с тем, что горловина КН преломляет и искажает свет от этих звезд. Очевидно, что эти искажения будут центрально-симметричны, с центром - в центре горловины КН.

Пусть теперь наблюдатель смотрит только на часть этих звезд, видимых ему через тонкое кольцо, центр которого - в центре горловины, радиус кольца h и его толщина dh . Тем самым наблюдатель обозревает телесный угол $d\Omega$ неба другой вселенной, причем $d\Omega = 2\pi |\sin \theta| d\theta$. Здесь $\theta(h)$ - угол отклонения лучей света от своего прямолинейного распространения³, проходящих через горловину КН. Так как полный телесный угол равен 4π , то наблюдатель видит в этом кольце $dN = N d\Omega / (4\pi)$ звезд⁴. При этом видимая плотность звезд (на единицу площади кольца $dS = 2\pi h dh$) есть $J = dN/dS$.

Таким образом, получаем:

$$J(h) = \frac{N |\sin \theta|}{4\pi h} \cdot \frac{d\theta}{dh} \quad (6)$$

³ Под прямолинейным распространением считается (по определению) прохождение луча через центр горловины КН.

⁴ Так как угол отклонения света θ может быть больше π , то и полный телесный угол оказывается больше 4π , но эта замена сводится к другой константе (вместо 4π) и не влияет на итоговый результат.

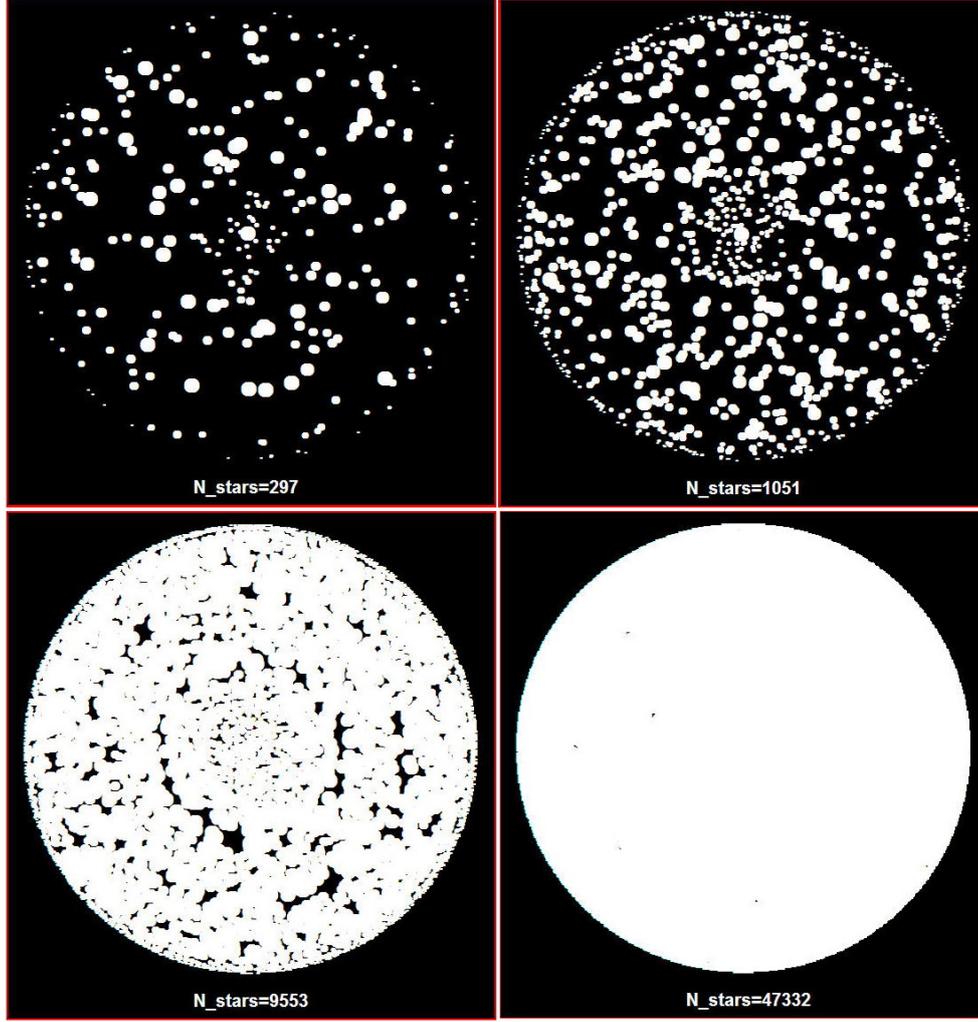


Рис. 5: Образ звездного неба другой вселенной, наблюдаемый через горловину КН с $\delta = 0.1$ при разных значениях полного числа звезд (достаточно ярких для наблюдения). Яркость каждой звезды на рисунке пропорциональна ее размеру.

Для произвольной метрики сферической кротовой норы:

$$ds^2 = e^{2\phi(x)} dt^2 - \left(1 - \frac{y(x)}{x}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad x \equiv \frac{r}{r_0} \quad (7)$$

в работе [65] получена зависимость $\theta(h)$:

$$\theta(h) = 2 \int_{x_0}^{\infty} \frac{h/q}{x^2 \sqrt{(1 - y/x)(e^{-2\phi} - h^2/(qx)^2)}} dx, \quad (8)$$

Отсюда получаем:

$$\frac{d\theta}{dh} = \frac{2}{q} \int_{x_0}^{\infty} \frac{e^{-2\phi}}{x^2 \sqrt{1 - y/x} \cdot [e^{-2\phi} - h^2/(qx)^2]^{3/2}} dx. \quad (9)$$

Используя формулы (6), (8) и (9) можно найти выражение для видимой плотности звезд $J(h)$ в кротовой норе - см. рисунки 4 и 5.

Интеграл в уравнении (9) расходится, но полный угол отклонения фотона θ_{max} в (8) - конечен. Поэтому расходимость в (9) при $h = h_{max}$ связана с математически-бесконечной плотностью звезд в элементе телесного угла при $h = h_{max}$. Эта математическая сингулярность не связана с физическими процессами, а устраняется наблюдением этой области КН на любом физическом приборе, всегда имеющем конечное угловое разрешение, которое и определяет наблюдаемую плотность звезд в элементе телесного угла (вместо (6)) вблизи $h = h_{max}$.

Искажение лучей света, прошедших через горловину КН, связано не только с перераспределением плотности звезд, но и с изменением их видимой яркости. А именно: с увеличением прицельного параметра h , яркость звезды меняется. Это связано с тем, что при увеличении радиуса кольца h , через которое проходит свет звезды, изменяется и элемент телесного угла, в который этот свет рассеивается. Соответствующее изменение яркости звезды пропорционально величине $\kappa = dS/d\Omega$. Поэтому полная видимая яркость всех звезд, видимых с единицы площади вышеописанного кольца, есть $dN \cdot \kappa/dS$ (**обратно пропорциональна средней видимой плотности звезд в горловине КН**). Этот результат не зависит от модели КН.

При $N \rightarrow \infty$ отдельных звезд уже становится не видно - они размазываются из-за ограниченного углового разрешения наблюдательного прибора. Поэтому из равенства $\kappa \cdot dN/dS = N/(4\pi)$ следует независимость от h средней яркости излучения, т.е. ее однородности. При малых же значениях N в КН будут видны отдельные звезды, т.е. будет отсутствие однородности.

Раздел 2.5: «О возможной связи между кротовыми норами и софт-гамма-репитерами».

В разделе показана принципиальная возможность наблюдения гамма-всплесков через горловину кротовой норы. Найденные теоретически спектры мощности типа $(\log N - \log S)$ от таких гамма-всплесков совпадают (в пределах погрешности) с наблюдаемыми спектрами от некоторых софт-гамма-репитеров (СГР). Однако для гарантированного наблюдения типичных гамма-всплесков от сверхновых типа 1A через горловину кротовой норы, необходимо присутствие самой кротовой норы на удалении порядка $1 \div 5$ Пк от нас (и на примерно таком же удалении от гамма-всплеска). Это весьма маловероятно, если предположить, что в другой вселенной расстояния между гамма-всплесками такие же, как и в нашей.

Раздел 2.6: «Сохранение количества фантомной материи вблизи вращающейся кротовой норы в приближении слабого вращения». В разделе доказывается, что вращение кротовых нор не влияет на количество фантомной материи, окружающей их. Доказательство выполнено в квадратичном приближении по параметру вращения для кротовых нор со сферической горловиной (или сводящихся к таковым координатным преобразованием).

Необходимым условием (квази) стационарного существования кротовых нор является наличие фантомной материи вблизи ее горловины. Это обобщенная топологическая теорема Мориса-Торна [66], доказанная для любой стационарной кротовой норы, независимо от ее вращения.

Вопрос о количестве фантомной материи около горловины КН исследовался в

работах Тео [67] и Куфитинга [19]. Причем в работе Куфитинга даже делается ошибочное утверждение, что в кротовой норе вращением можно свести количество фантомной материи к нулю.

В отличие от этих работ здесь будет выполнен анализ для приближения слабого вращения (приближение Лензе-Гирринга). При этом в представленной ниже метрике безразмерный параметр вращения входит линейно, но в итоговое выражение этот параметр входит квадратично. Это противоречие может быть устранено следующими рассуждениями:

Всякая кротовая нора со сферической горловиной в квадратичном приближении по параметру вращения может быть приведена к метрике типа Лензе-Гирринга эллипсоидными преобразованиями координат (см. [68], §104).

Метрический тензор вращающейся КН в простейшем случае может быть получен добавлением недиагонального члена к сферически симметричной метрике КН. Тогда метрика принимает вид:

$$ds^2 = g_{tt}(l) \cdot [dt^2] - [dl^2] - r^2(l) \cdot ([d\theta^2] + \sin^2 \theta [d\varphi^2]) + 2f(l) \cdot \sin^2 \theta \cdot [dt \cdot d\varphi]. \quad (10)$$

Метрика для КН может быть записана в виде (10) только при медленном вращении. В противном случае в метрические коэффициенты войдет зависимость от θ , помимо того, что эта зависимость входит в $g_{t\varphi}$ и $g_{\varphi\varphi}$.

Обозначим σ^i - нулевой 4-вектор фотона, имеющего нулевой угловой момент относительно центра системы. Так как угловой момент определяется ковариантной компонентой 4-скорости, то $\sigma_\varphi = 0$ по определению. Тогда σ представляется в виде:

$$\sigma_i = F_0 \cdot \{1/\sqrt{g^{tt}}, 1, 0, 0\}; \quad \sigma^i = F_0 \cdot \{\sqrt{g^{tt}}, -1, 0, g^{t\varphi}/\sqrt{g^{tt}}\}; \quad \sigma_i \sigma^i = 0, \quad (11)$$

здесь F_0 - любая функция. Эту функцию удобно выбрать равной: $F_0 = \sqrt{g_{tt}g^{tt}}$. В этом случае $\sigma_i u^i = 1$, где u^i - 4-скорость материи в ей же сопутствующей системе отсчёта.

Дважды скалярно умножаем обе части уравнений Эйнштейна на 4-вектор σ^i и получаем:

$$R_{ik} \sigma^i \sigma^k = 8\pi T_{ik} \sigma^i \sigma^k \equiv 8\pi\Pi. \quad (12)$$

Скаляр Π прямо пропорционален измеряемой наблюдателем плотности энергии в системе отсчёта связанной с фотоном.

ЛЕММА:

В квадратичном приближении по параметру вращения у кротовых нор со сферической горловиной (или сводящихся к таковым координатными преобразованиями) количество фантомной материи около горловины не зависит от степени вращения.

Доказательство:

В сферически-симметричной КН фантомная материя проявляет себя около горловины (см. [15]). Найдём значение скаляра на горловине (Π_0) для вращающейся КН. Для этого учтём, что $r' = 0$ на горловине, а любая производная по l может быть заменена: $\frac{\partial}{\partial l} \rightarrow r' \frac{\partial}{\partial r}$. Поэтому на горловине нужно учитывать только члены без производных и со второй производной по l .

Таким образом, получаем на горловине:

$$\Pi_0 = F_0^2 \left[-\frac{2r''}{r} + \frac{f^2(3 \cos^2 \theta - 1)}{g_{tt} r^4} \right]. \quad (13)$$

Используя рассуждения, аналогичные сферически-симметричному случаю (см. [15]), убеждаемся, что и в случае вращающейся КН всегда есть область с фантомной материей.

Причем интеграл по всему телесному углу $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ от величины Π_0 дает такое же значение для количества фантомной материи вблизи горловины, как и в случае отсутствия вращения КН⁵.

Обратим внимание, что в итоговом выражении (13) параметр вращения входит квадратично, а в исходной метрике (10) этот же параметр входит линейно. Для того чтобы устранить это противоречие рассмотрим аналог выражения (13) для произвольной метрики КН со сферической горловиной (не учитывающей малость вращения) - см. работу Тео [67]:

$$ds^2 = N^2(R, \theta) dt^2 - e^{\lambda(R)} dR^2 - r^2(R) \cdot [d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\varphi - \omega(R, \theta) dt)^2] \quad (14)$$

$$\Pi_0 = -(e^{-\lambda})_{,R} \frac{r_{,R}}{r} - \frac{\omega_{,\theta}^2 \sin^2 \theta}{2N^2} + \frac{(N_{,\theta} \sin \theta)_{,\theta}}{r^2 N \sin \theta} \quad (15)$$

На самом деле в работе Тео в метрических коэффициентах e^λ и r^2 также содержится зависимость от угла θ (это соответствует КН с несферической горловиной) но в этом случае коэффициенты при дифференциалах $d\theta^2$ и $\sin^2 \theta d\varphi^2$ в общем случае тоже должен быть разным (как и у метрики Керра), а не одним и тем же (r^2) как в (14) и у Тео.

Поэтому метрика Тео не является метрикой самого общего вида и его выводы для КН с несферической горловиной (или для КН не сводящихся к таковым координатным преобразованием) не верны.

Докажем теперь, что выражение (15) совпадает по форме с (13).

Легко доказать, что первые члены этих выражений совпадают и соответствуют КН без вращения.

Второй член в правой части (15) соответствует поправкам 4-го порядка и выше по параметру вращения, т.к. в главном приближении угловая скорость ω есть константа, а в выражении (15) стоит ее производная по углу. Поэтому данный член в нашем приближении можно не учитывать. Кроме того, в нашем приближении Лензе-Тирринга ω есть константа по определению.

Последний член переписывается в нужном приближении в виде:

$$\frac{\left[\left(\sqrt{N_0^2(R) + N_1^2(R) \cos^2 \theta} \right)_{,\theta} \sin \theta \right]_{,\theta}}{r^2 \sin \theta \sqrt{N_0^2(R) + N_1^2(R) \cos^2 \theta}} \approx \frac{N_1^2(1 - 3 \cos^2 \theta)}{r^2 N_0^2} \quad (16)$$

где было учтено, что $N^2 \approx N_0^2(R) + N_1^2(R) \cos^2 \theta$ и в нулевом приближении N_0^2 не зависит от θ , а в следующем приближении зависимость от параметра вращения квадратичная.

⁵ Интеграл от второго члена в квадратных скобках (13) обращается в нуль.

Это выражение совпадает по форме с (13) и устраняется интегрированием по телесному углу, что и доказывает Лемму.

III. Нестационарные аналитические и численные решения у черных дыр и кротовых нор

Третья часть состоит из обзора литературы и восьми разделов:

Раздел 3.1: «Локальные признаки существования черных дыр и кротовых нор».

Обычно определение черной дыры связывают с наличием горизонта событий [69]. Так называют границу области пространства-времени из которой световые сигналы не могут уйти на (световую) бесконечность. Однако это определение нелокально и требует знания всего решения рассматриваемой задачи, всей эволюции системы вплоть до бесконечно будущих моментов времени. В последнее время все чаще предлагается рассматривать черную дыру на основе локальных определений свойств пространства-времени. Так в работе [69] предлагается считать границей черной дыры ловушечный горизонт видимости [70]. Так называют горизонт видимости, который обладает следующим свойством: идущие наружу лучи света сходятся внутри горизонта и расходятся вне его.

В связи с возможностью взаимопревращения черных дыр и кротовых нор (см. далее) определение для горизонтов видимости можно разделить на два типа (см. [32]):

1. Пространственноподобный (или нулевой) горизонт видимости (ППНГ).
2. Времениподобный горизонт видимости (ВПГ).

Определением ППНГ является пространственноподобный или нулевой интервал между двумя близкими событиями, лежащими на рассматриваемом горизонте видимости, соответственно ВПГ определяется как времениподобный интервал между такими же событиями. Локальное определение для этих горизонтов в нулевых координатах записывается так:

$$\text{ППНГ: } \left. \frac{du}{dv} \right|_h \leq 0, \quad \text{ВПГ: } \left. \frac{du}{dv} \right|_h > 0 \quad (17)$$

Здесь и далее индексом “ h ” обозначены величины на горизонте видимости.

Интересным примером существования проходимой в обоих направлениях космологической кротовой норы, не содержащей никаких горизонтов, является динамическая модель, описанная в работе [41], в которой также дается определение горловины по пространственно-подобному сечению.

Можно заключить, что и черная дыра и кротовая нора по своей сути являются объектами, которые характеризуются нелокальными понятиями.

Тем не менее признаком существования черной дыры можно считать наличие ловушечного горизонта видимости ППНГ.

Кротовой норой следует называть тоннель, соединяющий отдаленные области пространства Вселенной (или разных вселенных) и характерной особенностью его существования является наличие горловины, определяемой, например, по пространственно-подобному сечению.

Следует подчеркнуть, что наличие локальных признаков существования рассматриваемых релятивистских объектов очень важно для их теоретического исследования.

Раздел 3.2: «Динамика фантомной материи».

Метрический тензор в сферически-симметричном случае удобно выбрать следующим:

$$ds^2 = e^\nu dt^2 - e^\lambda dR^2 - e^\mu d\Omega^2. \quad (18)$$

Здесь $e^\mu = r^2$, где $4\pi r^2$ - площадь сферы вокруг центра системы, величины r , ν и λ являются функциями R и t .

Определим уравнение состояния материи:

$$p = p_\perp = p_\parallel = w\varepsilon, \quad w \equiv -(1 + \delta). \quad (19)$$

Поскольку при $\delta = 0$ радиус горизонта не меняется, то при малых δ - он меняется слабо. Если рассматривать уравнения при $r = r_h$, то можно записать:

$$d\nu|_{r_h} = \dot{\nu} dt + \nu' dR. \quad (20)$$

Или:

$$\nu' \dot{r} = \dot{\nu} r' - r' \frac{d\nu}{dt} \Big|_{r=r_h = \text{const}}. \quad (21)$$

Интегрируя получаем:

$$r' = \sqrt{\exp(\lambda - \lambda_0 + \nu - \nu_0) \cdot \exp(\nu_{[1]} - \nu_{[2]})}, \quad (22)$$

здесь были введены обозначения: $[1] \equiv (r_h, 0)$ и $[2] \equiv (R_h, t_h)$, причем так, что $r_{[1]} = r_{[2]} = r_h$, отсюда

$$\dot{r}_h = 8\pi\varepsilon_0 R_h^2 \cdot \dot{R}_h \cdot [1 + w\Psi], \quad \Psi \equiv \sqrt{\exp(\nu_{[1]} - \nu_{[2]})} = \left(\frac{\varepsilon_{[1]}}{\varepsilon_{[2]}} \right)^{w/\delta}. \quad (23)$$

Это точное выражение для изменения радиуса горизонта - не зависящее от δ . Т.о. направление смещения горизонта определяется начальными условиями распределения материи. Условием уменьшением радиуса горизонта является: $w\Psi < -1$.

Отсюда видно, что при малых δ эффект «растворения» черной дыры достаточно мал. Основной вывод состоит в подтверждении гипотезы о возможном «растворении» черной дыры фантомной материей.

Раздел 3.3: «Аналитическое решение для аккреции на заряженную черную дыру».

В этом разделе рассмотрены проблемы связанные с аккрецией фантомной материи на заряженную черную дыру Рейснера-Нордстрема. Уравнения Эйнштейна для сферически-симметричной модели аккреции фантомной пыли на черную дыру Рейснера-Нордстрема проинтегрированы аналитически. Найдено принципиальное изменение характеристик решения, связанное с этой аккрецией и исчезновением черной дыры.

Рассмотрим черную дыру Рейснера-Нордстрема с зарядом q (электрическим или магнитным) и массой M . Пусть аккрецирующая материя распределена вне горизонта

и представляет собой гравитирующую фантомную пыль (с отрицательной плотностью энергии $\varepsilon < 0$).

Для аналитического исследования используем максимально-упрощенную модель, тем не менее позволяющую адекватно описывать аккрецию фантомной материи и черную дыру Рейснера-Нордстрема (обладающую, как известно, не только внешним, но и внутренним горизонтом). Полная материя в модели является суперпозицией магнитного поля и фантомной пыли. Тензор энергии-импульса такой материи представляется в следующем виде:

$$T_m^n = \begin{pmatrix} +\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

Благодаря гидродинамической независимости слоев пыли друг относительно друга, можно проинтегрировать уравнения движения для пыли аналогично решению задачи Толмена (см. [71, 72]). По сути, это та же задача Толмена в центрально-симметричном электрическом (или магнитном) поле для незаряженной пыли.

Уравнения Эйнштейна, соответствуют метрике

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{\lambda(\tau, R)} dR^2 - r^2(\tau, R) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (25)$$

Введем обозначение:

$$S(R) \equiv \frac{1}{R} \int_{R_h}^R 8\pi \varepsilon_i R^2 dR = \frac{2[m(R) - m(R_h)]}{R}, \quad S_1 \equiv S + 2q/R - q^2/R^2. \quad (26)$$

Величина S имеет смысл удвоенного (квази) ньютоновского потенциала неэлектромагнитной аккрецирующей материи в начальный момент, состоящей из пыли (вне горизонтов).

Далее индексом “ i ” обозначаем все величины в начальный момент $\tau = 0$. Зададим начальное распределение величины $r_{,\tau}$:

$$r_{,\tau}^2|_i \equiv r_{,\tau}^2|_i(R) \quad (27)$$

Выберем в начальный момент масштаб координаты R в (44) так что:

$$r_i = R \quad (28)$$

Это возможно сделать в случае монотонного изменения функции r по координате R в начальный момент (вне черной дыры).

Определим начальное положение горизонта как $R_h = M + \sqrt{M^2 - q^2}$.

Исследуем подробно частный случай начальных условий соответствующих нулевой скорости $r_{,\tau}^2|_i(R) = 0$.

Введем обозначения:

$$\tilde{q} \equiv q/r_i, \quad \tilde{r} \equiv r/r_i, \quad \tilde{R}_h \equiv R_h/r_i, \quad \tilde{\tau} \equiv \tau/r_i. \quad (29)$$

Из уравнений Эйнштейна следует:

$$r_{,\tau\tau}|_i = \frac{1}{2R} \left[-S - \tilde{R}_h + 2\tilde{q}^2 - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h \right] \quad (30)$$

Обозначая:

$$S_{collapse} \equiv -\tilde{R}_h + 2\tilde{q}^2 - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h \quad (31)$$

непосредственно из (30) можно убедиться, что в начальный момент при $S > S_{collapse}$ начальное ускорение $r_{,\tau\tau}|_i$ отрицательно, поэтому пыль начнет коллапсировать.

В результате можно получить выражение для скорости V в случае изменяющихся во времени горизонтов r_h (при аккреции материи):

$$V^2 = \frac{(\tilde{q}^2 - S - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h - \tilde{R}_h)\tilde{r}^2 + (S + \tilde{R}_h + \tilde{q}^2/\tilde{R}_h)\tilde{r} - \tilde{q}^2}{(1 + \tilde{q}^2 - S - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h - \tilde{R}_h)\tilde{r}^2} \quad (32)$$

При отсутствии электромагнитного поля это выражение совпадает с решением для коллапсирующей пыли (см. [73]). Радиусы горизонта видимости соответствуют корням уравнения $V^2(r) = 1$:

$$\tilde{r}_h^2 - (S + \tilde{R}_h + \tilde{q}^2/\tilde{R}_h)\tilde{r}_h + \tilde{q}^2 = 0 \quad (33)$$

Отсюда:

$$\tilde{r}_h = \frac{1}{2} \left[S + \tilde{R}_h + \tilde{q}^2/\tilde{R}_h \pm \sqrt{S^2 + 2S\tilde{R}_h + 2S\tilde{q}^2/\tilde{R}_h - 2\tilde{q}^2 + \tilde{R}_h^2 + \tilde{q}^4/\tilde{R}_h^2} \right] \quad (34)$$

Существование второго (меньшего) корня означает наличие второго (внутреннего) горизонта $r_{,v} = 0$ в системе.

Из (32) и (34) в частности видно, что при аккреции на черную дыру фантомной пыли с $\varepsilon < 0$ и $S < 0$ горизонты могут исчезнуть: величина $V^2(\tilde{r})$ не достигнет в этом случае единицы во всей области своих значений. Причем значение потенциала $S = S_h$, при котором черная дыра становится в результате аккреции предельной (корни уравнения $V^2(\tilde{r}) = 1$ становятся кратными и равными $r_h = q$) определяется выражением

$$S_h = S_{collapse} + 2\tilde{q}(1 - \tilde{q}) = 2\tilde{q} - \tilde{R}_h - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h = - \left(\sqrt{\tilde{R}_h} - \tilde{q}/\sqrt{\tilde{R}_h} \right)^2 \leq 0 \quad (35)$$

Дифференцирование (33) по R дает

$$r_{h,R}^+ = \frac{8\pi\varepsilon_i R^2 \tilde{r}_h^+}{2\tilde{r}_h^+ - S - \tilde{R}_h - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h} \quad (36)$$

Условие $2\tilde{r}_h^+ - S - \tilde{R}_h - \tilde{q}^2/\tilde{R}_h \geq 0$, согласно (34) выполняется всегда, поэтому знак правой части зависит только от знака ε_i . Т.к. в этом разделе рассматривается только случай коллапса материи ($S > S_{collapse}$), то на внешнем горизонте видимости будет монотонное увеличение координаты R со временем, это значит, что на этом горизонте

$$\left. \frac{dR}{d\tau} \right|_h > 0 \quad (37)$$

Из формул (36) и (37) следует важный вывод:

При положительных значениях ε_i радиус горизонта r_h будет увеличиваться при аккреции, поэтому такой горизонт будет ППНГ-типа. Соответственно при отрицательных значениях ε_i радиус горизонта будет уменьшаться при аккреции, поэтому в таком случае горизонт будет ВПГ-типа. Аккреция фантомной пыли с $S < S_h$ приводит к отсутствию корней у уравнения $V^2 = 1$, а значит к исчезновению горизонтов, а значит и черной дыры.

Физически корректным рассмотрение этой модели (и модели из следующего раздела) может быть только до момента возможного пересечения пылевых слоев. Это связано с тем, что после пересечения в сопутствующей материи системе появляется встречный поток энергии (от пересекаемых слоев материи), который не учтен в тензоре энергии-импульса. Пересечение соседних слоев материи соответствует бесконечной плотности энергии. Это соответствует условию $r_{,R} = 0$. Дифференцирование выражения $\tau(r, R)$ по R позволяет определить функцию $r_{,R}(r, S)$ в явном виде. Аналогично работе [58] обозначим $S' \equiv RS_{,R}$ и, опуская промежуточные громоздкие вычисления, приведем окончательный результат для этой функции:

$$r_{,R} = 1 + \frac{(1 - \tilde{r}) [(S_1 - \tilde{q}^2)(S' - 2\tilde{q} + 2\tilde{q}^2)(2\tilde{q}^2 - S_1\tilde{r}) - \tilde{q}^2(S + 2\tilde{q})(2S' + S - 2\tilde{q} + 6\tilde{q}^2)]}{2\tilde{r}(S_1 - \tilde{q}^2)S_1^2} + \frac{2(S_1 - \tilde{q}^2)S_1 - (S' - 2\tilde{q} + 2\tilde{q}^2)(S_1 - 3\tilde{q}^2)}{2\tilde{r}S_1^{5/2}} \cdot \sqrt{(1 - \tilde{r})(S_1\tilde{r} - \tilde{q}^2)} \cdot \arctg \sqrt{\frac{S_1(1 - \tilde{r})}{S_1\tilde{r} - \tilde{q}^2}} \quad (38)$$

Использовать эту формулу для определения момента пересечения несоседних в начальный момент слоев нельзя, т.к. пересечение с несоседними слоями не приводит ни к каким особенностям для пыли.

Отметим один важный для этого раздела факт: при небольших отклонениях потенциала S от нуля существует диапазон $\tilde{q} \in (0, \tilde{q}_{max})$ в котором $r_{,R} > 0$ вплоть до $r = r_{stop}$ - пересечение слоев отсутствует.

Введем обозначение для физической длины, определяющей продольные расстояния в модели:

$$l(\tau, R) \equiv \int_R^\infty e^{\lambda/2} dR \quad (39)$$

Скорость изменения этой длины определяется выражением:

$$l_{,\tau} = \int_R^\infty \frac{\lambda_{,\tau}}{2} e^{\lambda/2} dR \quad (40)$$

С помощью преобразования координат $dR = -R d\tilde{q}/\tilde{q}$ получаем:

$$l_{,\tau} = \int_0^{\tilde{q}} \frac{Rr_{,\tau R}}{\tilde{q}\sqrt{F_1}} d\tilde{q} \quad (41)$$

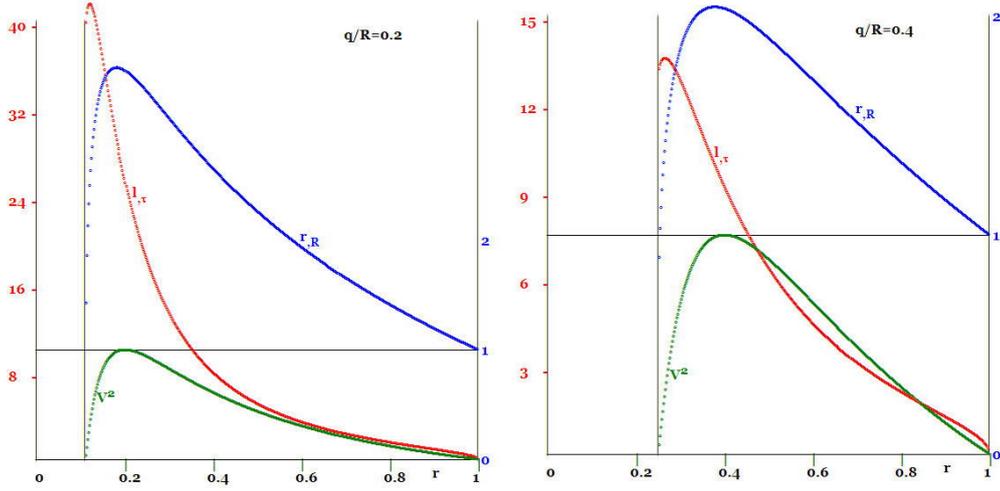


Рис. 6: График функции $l_{,\tau}(\tilde{r})$ - соответствует левой вертикальной оси, а графики функций $V^2(\tilde{r})$ и $r_{,R}(\tilde{r})$ - правой вертикальной оси (для $\tilde{q} = 0.2$ - слева и $\tilde{q} = 0.4$ - справа). Графики построены для случая $S = 0$. В обоих случаях $l_{,\tau}(\tilde{r}_{stop}) > 0$ и $r_{,R}(\tilde{r}_{stop}) > 0$.

Для нахождения функции $Rr_{,\tau R}$ дифференцируем по R выражение для $r_{,\tau}$:

$$Rr_{,\tau R} = \frac{(r_{,R} - \tilde{r})(1 - \tilde{r})S_1\tilde{r} + (r_{,R} - \tilde{r})[\tilde{r}(S_1\tilde{r} - \tilde{q}^2) - 2\tilde{q}^2(1 - \tilde{r})]}{2\tilde{r}^2\sqrt{(1 - \tilde{r})(S_1\tilde{r} - \tilde{q}^2)}} - \frac{\tilde{r}(1 - \tilde{r})[(S' - 2\tilde{q} + 2\tilde{q}^2)\tilde{r} + 2\tilde{q}^2]}{2\tilde{r}^2\sqrt{(1 - \tilde{r})(S_1\tilde{r} - \tilde{q}^2)}} \quad (42)$$

Используя выражения (38) и (42) можно рассчитать квадратуру (41) для скорости изменения длины l - см. рис. 6. Заметим, что в отличие от $r_{,\tau}$ значение $l_{,\tau}$ не обращается в нуль в точке $r = r_{stop}$. Это связано с возникновением сингулярности у функции $r_{,\tau R}$ в данной точке.

Для обеспечения непрерывности функции $l_{,\tau}(\tau)$ в точке $\tau = \tau_{stop}$ необходимо предположить, что после достижения точки r_{stop} радиус r и длина l начинают увеличиваться (до достижения точки r_{stop} радиус r уменьшался, а длина l увеличивалась). Гладкость функции $l_{,\tau}(\tau)$ в точке $\tau = \tau_{stop}$ обеспечивается равенством нулю функции $r_{,\tau}$ в этой точке. Поэтому если пересечение слоев отсутствовало до $\tau = \tau_{stop}$, то и после этого момента слои сразу не пересекутся (т.к. e^λ не обращается в нуль).

Таким образом, в описываемой модели есть «горловина» и модель обладает свойствами «моста» - см. [74].

При небольших отклонениях параметров модели от $R_h = q$ и $S = 0$ вышеуказанный результат кардинально не меняется, поэтому после исчезновения ППНГ (при $S < 0$) модель будет описывать полупроходимую кротовую нору - см. [75].

Раздел 3.4: «Аналитическое решение для аккреции на кротовую нору».

В качестве исходной модели кротовой норы будет использоваться статичная модель Эллиса-Бронникова, в которой гравитационные ускорения везде тождественно равны нулю. Таким образом, эффективные массы обоих входов в горловину КН равны нулю, хотя геометрия трехмерного пространства, конечно, отличается от Эвклидовой

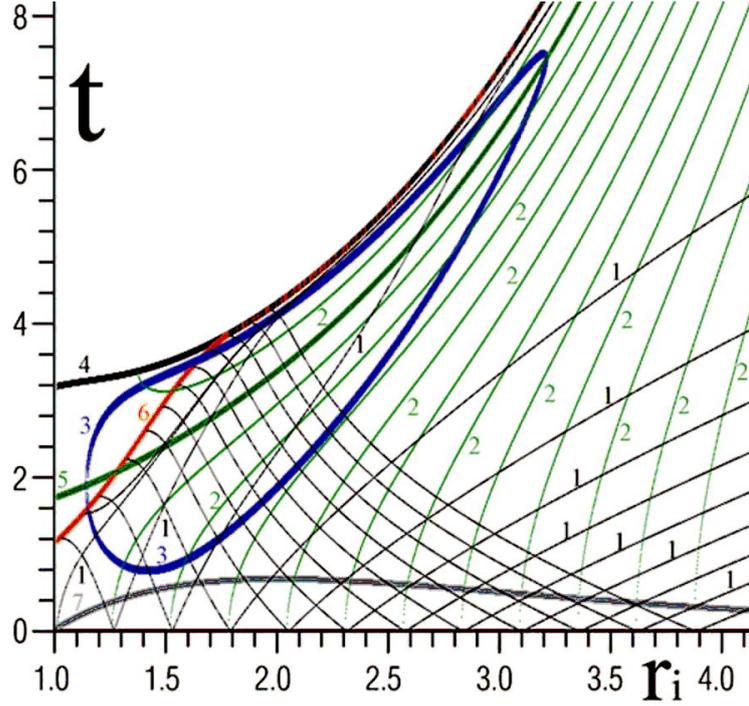


Рис. 7: Диаграммы $t(r_i)$: 1 - для световых геодезических, 2 - для $r = \text{const}$, 3 - для горизонта видимости и внутреннего горизонта, 4 - для предельного времени остановки, 5 - для горловины $r = q$, 6 - для момента пересечения соседних слоев пыли, 7 - зависимость $s(r_i) = 0.7(r_i/q - 1) \cdot \exp(2 - r_i/q)$ - масштаб для величины s по вертикальной оси совпадает с масштабом времени t .

геометрии. Такая модель приведена и проанализирована в работах [54, 76]. В этих работах вся материя в моделях является тяготеющим скалярным полем. Логическим развитием и обобщением этих моделей оказалась эквивалентная замена скалярного поля на суперпозицию электромагнитного поля и пылевой материи, что и было сделано нами. Это позволило применить к расчету модели методы задачи Толмена (см. [71, 72, 77]) обобщенные и развитые автором.

Простейшее сферически-симметричное и статичное решение уравнений Эйнштейна для статичной, безмассовой кротовой норы имеет вид (см. [54]):

$$ds^2 = dt^2 - dR^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad r^2(R) = q^2 + R^2. \quad (43)$$

В общем случае решение может быть динамическим, тогда метрика переписывается в виде:

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{\lambda(\tau,R)} dR^2 - r^2(\tau, R) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (44)$$

Тензор энергии-импульса такой материи представляется в виде (24): Аналогично решению в предыдущем разделе введем обозначение:

$$s(r_i) \equiv \frac{1}{r_i} \int_0^R 8\pi(\varepsilon_i - \varepsilon_{di})r_i^2 r_{i,R} dR = \frac{1}{r_i} \int_q^{r_i} 8\pi\varepsilon_i r_i^2 dr_i + 2\frac{q}{r_i} \left(1 - \frac{q}{r_i}\right) \quad (45)$$

Величина s имеет смысл удвоенного ньютоновского потенциала пылевой материи,

избыточной по отношению к плотности пыли статичного решения: $\varepsilon_d \equiv -q^2/(4\pi r^4)$ в начальный момент.

Аналогично решению в предыдущем разделе, получаем для решения, соответствующего кротовой норе:

$$V^2 \equiv r_{,t}^2 e^\lambda / r_{,R}^2 = r_{,t}^2 / F_1 = \frac{(s + 2q^2/r_i^2)r_i/r - s - q^2/r_i^2 - q^2/r^2}{1 - s - q^2/r_i^2} \quad (46)$$

При $q = 0$ этот результат совпадает с решением для коллапсирующей пыли (см. [73]). Используя формулу (46), можно сделать ряд важных выводов:

1. Образование горизонта возможно не всегда, а только при достаточно больших параметрах s :

$$s > 2\frac{q}{r_i} \left(1 - \frac{q}{r_i}\right) \quad (47)$$

После появления горизонта КН становится "непроходимой". Однако еще до достижения горизонта может возникнуть пересечение слоев пыли.

2. Область значения функции $t(r, r_i)$ ограничена максимальным временем t_{stop} (от начала движения до остановки):

$$t_{stop} = \frac{\pi r_i (s + 2q^2/r_i^2)}{2(s + q^2/r_i^2)^{3/2}} \quad (48)$$

Время t_{stop} соответствует отклонению $\Delta r \approx sr_i^3/q^2$ от начального положения. При малых отклонениях (соответствующих малым значениям s) возникают гармонические колебания с периодом $T = 2t_{stop} \approx 2\pi r_i^2/q$

3. Существование второго (меньшего) корня в уравнении $V^2(r) = 1$ означает появление второго (внутреннего) горизонта в системе - см. рисунок 7.

Раздел 3.5: «Аналитическое решение для Мультивселенной».

В качестве дальнейшего развития и обобщения метода, рассмотренного в двух предыдущих разделах, по предложению Н.С. Кардашева, в модель был введен космологический Λ -член. Его введение позволило получить принципиально-новое решение для статической и сферической модели Мультивселенной. Эта модель представляет собой бесконечное число сферических миров, соединенных горловинами. Это первая аналитическая модель такого рода.

Найденное решение для Мультивселенной может обладать положительной полной плотностью энергии во всем пространстве. Кроме того, данное решение тем же методом можно обобщить на случай динамической модели, выведенной из положения равновесия избытком (или недостатком) пыли или Λ -члена.

Результаты и методы этого и предыдущего разделов могут использоваться при обсуждении возможной эволюции кротовых нор в различных моделях Вселенной.

Пыль с положительной массой, избыточная по отношению к ε_d ускоряется к центру в начальный момент (без Λ -члена). Λ -член без избыточной пыли приводит к раздувающемуся решению в начальный момент. На горловине КН потенциал $s = 0$, а Λ -член на горловине дает ненулевой вклад в ускорение материи. Скомпенсировать этот вклад на горловине (и вблизи нее) нечем - при $r_{,t} = r_{,tt} = 0$ и $r = q$. Т.о. статичного решения для КН с радиусом горловины $r_0 = q$ и Λ -членом не существует.

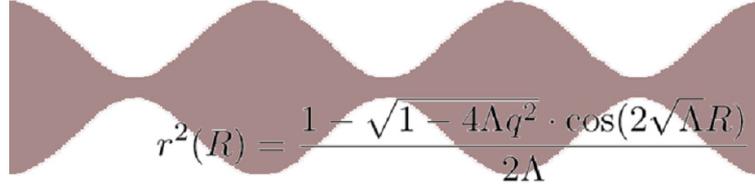


Рис. 8: Условное изображение найденного решения для Мультивселенной (зависимость $\pm r^2(R)$).

Тем не менее такое решение существует для КН с Λ -членом и с $r_0 \neq q$. Это статичное решение легко получить из исходных уравнений (при условиях $r_{,t} = 0$ и $r_{,tt} = 0$).

Метрика статичной КН определяется выражением (43) с учетом того, что теперь $r^2(R) \neq q^2 + R^2$.

Тогда получаем: $r_{,R}^2 = 1 - q^2/r^2 - \Lambda r^2$ и легко находим выражение для радиуса горловины r_0 :

$$\Lambda r_0^4 - r_0^2 + q^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad r_0^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Lambda q^2}}{2\Lambda} \rightarrow q^2(1 + \Lambda q^2) \quad (\text{при } \Lambda q^2 \rightarrow 0), \quad (49)$$

а также зависимость $r(R)$:

$$r^2(R) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Lambda q^2} \cdot \cos(2\sqrt{\Lambda}R)}{2\Lambda} \quad (50)$$

Распределение ε для этого решения имеет вид⁶:

$$\varepsilon = \frac{\Lambda}{4\pi} - \frac{q^2}{4\pi r^4} \quad (51)$$

Т.о. в статичном решении с Λ -членом радиус горловины и плотность пыли оказываются больше, чем без Λ -члена.

Полная плотность энергии в статичном решении с Λ -членом равна:

$$T_t^t = \frac{3\Lambda}{8\pi} - \frac{q^2}{8\pi r^4} \quad (52)$$

Условие неотрицательности величины T_t^t во всем пространстве (при $r \geq r_0$) имеет вид:

$$T_t^t \geq 0 \quad \text{при } a = \Lambda q^2 \geq \frac{3}{16} \quad (53)$$

Таким образом, в присутствии Λ -члена могут быть найдены решения для кротовых нор с положительной плотностью полной энергии.

Из (50) можно получить максимально-допустимый радиус статичной метрики с Λ -членом:

$$r_{max}^2 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\Lambda q^2}}{2\Lambda} \rightarrow \frac{1}{\Lambda} \quad (\text{при } \Lambda q^2 \rightarrow 0). \quad (54)$$

⁶ При этом недостающая величина $r_{,RR} = q^2/r^3 - \Lambda r$ может быть получена прямым дифференцированием выражения (50).

За этим радиусом Вселенная опять начинает сужаться до новой горловины.

Решение (50) описывает статичную Мультивселенную (Multiverse) с бесконечным числом горловин - см. рисунок 8. При отсутствии заряда ($q = 0$) это решение оказывается космологическим решением без кротовой норы, соответствующим закрытой изотропной модели Вселенной - см. §112, [68].

При избытке (или недостатке) пылевой части плотности энергии или Λ -члена относительно (51), найденное решение для Мультивселенной становится динамическим. Аналитическое его исследование затруднено необходимостью решения алгебраического уравнения 4-й степени и вычислением громоздкой квадратуры для определения момента пересечения слоев пыли.

Раздел 3.6: «Полупроходимые кротовые норы как результат аккреции фантомной материи на черные дыры».

В разделе рассматриваются физические процессы, возникающие при облучении непроходимой кротовой норы (НКН) самогравитирующим экзотическим излучением. Показано, что при облучении такой кротовой норы только из нашего пространства возникают условия для прохождения сигналов из другого пространства в наше. При этом сигналы в обратном направлении через кротовую нору пройти не могут. Такие кротовые норы называют полупроходимыми (ППКН).

В разделе показано, что если облучать с одной стороны непроходимую кротовую нору, являющейся мостом Эйнштейна-Розена (вечной черной и белой дырой), экзотическим излучением, то НКН превращается в ППКН и часть информации из другой вселенной становится, в принципе, доступна наблюдателю в нашей вселенной. Однако прохождение сигналов в противоположном направлении (из вселенной – откуда проводилось излучение в другую) по-прежнему невозможно. Отметим, что если полная энергия облучения меньше исходной массы НКН, то после облучения часть сигналов из другой вселенной будет приходить к наблюдателю в нашей вселенной с большим красным смещением. Кроме того, в разделе рассмотрены некоторые свойства ПКН, возникающих при облучении НКН с обеих сторон.

В заключение заметим, что в работе [17] численно рассматривалась ситуация, когда первоначально статическая кротовая нора возмущается импульсом обычного безмассового скалярного поля из нашей вселенной, несущего положительную энергию. Такое возмущение через некоторое время ведет к коллапсу кротовой норы. Однако, если сразу после такого возмущения послать из нашей вселенной в кротовую нору тщательно подобранный по интенсивности импульс экзотического излучения, то можно продлить на некоторое время существование проходимой кротовой норы.

Раздел 3.7: «Анализ устойчивости некоторых моделей кротовых нор».

В этом разделе рассмотрены проблемы устойчивости двух разных моделей статических кротовых нор относительно возмущений по сферическим модам.

1. Анализ устойчивости кротовой норы, поддерживаемой мнимым скалярным полем показал ее экспоненциальную неустойчивость. Этот результат демонстрирует неустойчивость решения для КН Эллиса-Бронникова вопреки работе [76] и в соответствии с более поздними (независимыми) исследованиями [44, 46].

2. Анализ устойчивости кротовой норы, поддерживаемой радиальным магнитным

полем и фантомной пылью показал линейный рост возмущений одной из компонент метрического тензора (остальные компоненты оказываются устойчивыми). Поэтому вторая модель может считаться устойчивой ко всем сферическим модам возмущений за исключением продольного радиального движения пыли по инерции. Эта мода очевидна с учетом отсутствия сил гравитации в исходной модели. Нарастание этой моды очень медленное: оно пропорционально времени. Очевидно, что эта мода может быть легко подавлена и т.о. модель является квазиустойчивой (устойчивой по Ляпунову).

Эти результаты показывают, что даже для одной и той же КН вопрос об устойчивости не имеет однозначного ответа, поэтому данный вопрос (весьма сложный) должен изучаться для конкретной модели кротовой норы детально.

Раздел 3.8: «Численные решения для аккреции разных типов материи на черные дыры и кротовые норы».

Методом численного моделирования в разделе показано, что аналитические выводы о возможности исчезновения горизонтов у ЧД прекрасно согласуются с численными расчетами.

В качестве материи рассмотрены действительное Φ и мнимое Ψ скалярные поля (скалярное поле Ψ - поле с отрицательным кинетическим членом). Поля Ψ и Φ независимы друг от друга.

При аккреции фантомной материи на ЧД Рейснера-Нордстрема внешний горизонт видимости становится ВПП-типа, внутренний горизонт видимости становится ППНГ-типа, появляется горизонт горловины. Потом внешний и внутренний горизонты сливаются и исчезают, открывая для наблюдателя центральную сингулярность. Ее наблюдение противоречит принципу "космической цензуры" [55], но этот принцип работает только при выполнении энергетических условий, которые оказываются нарушенными благодаря присутствию фантомной материи. Тем самым результаты аналитических исследований предыдущих разделов оказываются полностью подтверждены численным моделированием.

Краткий список литературы

1. R. Blandford and R. Znajek, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. **179**, 433 (1977).
2. J. Bardeen and J. Petterson, Astrophys. J. (Lett.) **195** (1975).
3. S. W. Hawking, Proc. Roy. Soc. London A **294**, 511 (1966).
4. R. Blandford (2001), ArXiv: astro-ph/0110396.
5. G. Barbiellini and F. Longo (2002), ArXiv: astro-ph/0105464.
6. N. Kardashev, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. **276**, 515 (1995).
7. P. Goldreich and W. Julian, Astrophysical Journal **157**, 869 (1969).
8. J. Deutsch, Ann. D'Astrophysique **1**, 1 (1955).
9. A. Einstein and N. Rosen, J. Frankl. Inst. **223**, 43 (1937).
10. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **97**, 511 (1955).

11. C. W. Misner and J. A. Wheeler, *Ann. Phys.(N.Y.)* **2**, 525 (1957).
12. C. W. Wheeler, *Ann. Phys.(N.Y.)* **2**, 604 (1957).
13. A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* **27**, 2848 (1983).
14. A. Linde, *Phys. Lett. B* **175**, 395 (1986).
15. M. Visser, *Lorentzian Wormholes: from Einstein to Hawking* (AIP, Woodbury, 1995).
16. H. Shinkai and S. A. Hayward, *Phys. Rev. D.* **66**, 044005 (2002).
17. H. Shinkai and S. A. Hayward (2002), ArXiv: gr-qc/0205041.
18. F. Rahaman, M. Kalam, M. Sarker, and K. Gayen (2005), ArXiv: gr-qc/0512075.
19. P. Kuhfittig (2005), ArXiv: gr-qc/0512027.
20. M. Visser, S. Kar, and N. Dadhich (2003), ArXiv: gr-qc/0301003.
21. H. Jassal, J. Bagla, and T. Padmanabhan, *Phys. Rev. D* **72**, 103503 (2005).
22. D. N. Spergel, et al, *Astroph. J. Suppl.* **148**, 175 (2003).
23. A. Vikhlinin, S. W. Allen, M. Arnaud, M. Bautz, H. Boehringer, M. Bonamente, J. Burns, A. Evrard, J. P. Henry, C. Jones, et al. (2008), ArXiv: 0812.2720.
24. F.S.N. Lobo, *Classical and Quantum Gravity Research Progress, p.1* (Nova Science Publisher, 2008).
25. M. S. Morris, K. S. Thorne, and U. Yurtsever, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1446 (1988).
26. M. S. Morris and K. S. Thorn, *Am. J. Phys.* **56**, 395 (1988).
27. E. Babichev, V. Dokuchaev, and Y. Eroshenko, *Phys.Rev.Lett.* **93**, 021102 (2004).
28. Е. Бабичев, В. Докучаев и Ю. Ерошенко, *ЖЭТФ* **100**, 528 (2005).
29. Sungwook E. Hong, Dong-il Hwang, Ewan D. Stewart, Dong-han Yeom (2008), ArXiv: 0808.1709.
30. Dong-han Yeom and Heeseung Zoe (2008), ArXiv: 0811.1637.
31. J. A. Gonzalez and F. S. Guzman (2009), ArXiv: 0903.0881.
32. S. A. Hayward (1998), ArXiv: gr-qc/9805019.
33. S. A. Hayward (2001), ArXiv: gr-qc/0110080.
34. S. A. Hayward (2002), ArXiv: gr-qc/0202059.
35. S. A. Hayward and H. Koyama (2004), ArXiv: gr-qc/0406080.
36. H. Koyama and S. A. Hayward (2000), ArXiv: gr-qc/0406113.
37. А. Шацкий, *ЖЭТФ* **131**, 851 (2007).
38. S. V. Sushkov, *Phys. Rev. D* **71**, 043520 (2005).
39. F. S. N. Lobo, *Phys. Rev. D* **71**, 124022 (2005).
40. F. S. N. Lobo, *Phys. Rev. D* **71**, 084011 (2005).
41. H. Maeda, T. Harada, and B. Carr (2009), ArXiv: 0901.1153.
42. K. A. Bronnikov and A. A. Starobinsky (2009), ArXiv: 0903.5173.
43. J. A. Gonzalez, F. S. Guzman, and O. Sarbach (2008), ArXiv: gr-qc/0806.1370.
44. J. A. Gonzalez, F. S. Guzman, and O. Sarbach (2008), ArXiv: gr-qc/0806.0608.
45. A. G. Doroshkevich, N. S. Kardashev, D. I. Novikov, and I. D. Novikov, *Astronomy Reports* **52(8)**, 616 (2008).
46. A. Doroshkevich, J. Hansen, I. Novikov, and A. Shatskiy (2008), ArXiv: 0812.0702.
47. S. A. Hayward (2009), ArXiv: 0903.5438.
48. S. Krasnikov, *Phys. Rev. D* **62**, 084028 (2002).

49. E. Novikova and I. Novikov (2009), ArXiv: 0907.1936.
50. Н.С. Кардашев, И.Д. Новиков и А. Шацкий, *Астрономический журнал* **83**, 675 (2006).
51. N. S. Kardashev, I. D. Novikov, and A. Shatskiy, *I. J. Mod. Phys. D* **16**, 909 (2007).
52. И.Д. Новиков, Н.С. Кардашев и А.А. Шацкий, *УФН* **177**, 1017 (2007).
53. А. Шацкий, *Астрономический журнал* **84**, 99 (2007).
54. H. G. Ellis, *J. Math. Phys.* **14**, 104 (1973).
55. V. P. Frolov and I. D. Novikov, *Black Hole Physics. Basic Concepts and New Developments* (Kluver AP, 1998).
56. M. Richarte and C. Simeone, *Int. J. Mod. Phys. D* **17**, 1179 (2008).
57. *Universe or Multiverse?* (Cambridge Univ. Press, 2007), Ed. by B. Carr ed.
58. А. Шацкий, И. Новиков и Н. Кардашев, *Успехи Физических Наук* **178**, 481 (2008).
59. M. Kruskal, *Phys. Rev. D* **119**, 1743 (1960).
60. И.Д. Новиков, *Астрон. цирк.* **290** (1964).
61. I. D. Novikov, *Soobsheniya GAISH* **132**, 43 (1964).
62. I. D. Novikov, *General Relativity and Gravitation* **33**, 2259 (2001).
63. *Черные дыры. Мембранный подход* (Москва, Мир, 1998), Под ред. К. Торна, Р. Прайса и Д. Магдональда ed.
64. И.Д. Новиков, В.П. Фролов, *Физика черных дыр* (Москва, Наука, 1986).
65. А. Шацкий, *Астрономический журнал* **81**, 579 (2004).
66. J. Friedmann, K. Schleich, and D. Witt, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1486 (1993).
67. E. Teo (1998), ArXiv: gr-qc/9803098.
68. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, *Теория поля, II том* (Москва, Наука, 1988).
69. A. B. Nielsen, *Int. J. Mod. Phys. D* **17**, 2359 (2008).
70. S. A. Hayward, *Phys. Rev. D.* **49**, 6467 (1994).
71. R. C. Tolman, *Proc. Nat. Acad. Sci. US* **20**, 169 (1934).
72. J. R. Oppenheimer and H. Snyder, *Phys. Rev.* **56**, 455 (1939).
73. А. Шацкий и А.Ю. Андреев, *ЖЭТФ* **116**, 353 (1999).
74. С. Хоукинг и Дж. Эллис, *Крупномасштабная структура пространства-времени* (МИР, Москва, 1977).
75. D. Novikov, A. Doroshkevich, I. Novikov, and A. Shatskiy (2009), ArXiv: 0908.1300.
76. C. Armendariz-Picon, *Phys. Rev. D* **65**, 104010 (2002).
77. R. Saibal, D. Basanti, R. Farook, and et al., *Int. J. Mod. Phys. D.* **16**, 1745 (2007).