

Московский Государственный Университет
им. М.В.Ломоносова
Государственный астрономический институт
им. П.К. Штернберга

на правах рукописи

Журавлев Вячеслав Вячеславович

**Динамическая неустойчивость ламинарных
аксиально-симметричных течений
в астрофизике**

Специальность 01.03.02 - астрофизика и радиоастрономия

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2007 г.

Работа выполнена на кафедре астрофизики и звездной астрономии физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

Шакура Николай Иванович
(ГАИШ МГУ, зав. отделом
релятивистской астрофизики)

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

Иногамов Наиль Алимович
(ИТФ им. Л.Д. Ландау,
зав. сектором физики
плазмы и лазеров)

кандидат физико-математических наук

Иванов Павел Борисович
(Астрокосмический центр ФИАН,
научный сотрудник)

Ведущая организация:

Институт астрономии РАН

Защита состоится “10” января 2008 года в 14 часов на заседании Диссертационного совета по астрономии МГУ им. М.В. Ломоносова, шифр Д 501.001.86
Адрес: 199991, Москва, Университетский проспект, д.13, ГАИШ, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Университетский пр., 13).

Автореферат разослан “07” декабря 2007 г.

Ученый секретарь

Диссертационного совета Д 501.001.86

к.ф.-м.н.

С.О. Алексеев

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Вопрос о гидродинамической устойчивости какого-либо астрофизического объекта является одной из часто встречающихся задач теоретической астрофизики. Основным критерием существования той или иной физической конфигурации является ее устойчивость относительно бесконечно малых возмущений различного типа. Наличие неустойчивости приводит к новой динамике вещества и формированию физических систем нового вида. Здесь можно привести множество примеров, начиная с известной гравитационной неустойчивости Джинса, ответственной за образование звезд и галактик, и заканчивая конвективной неустойчивостью, определяющей активность в атмосферах звезд поздних спектральных классов. С неустойчивостью же сдвиговых течений напрямую связана большая и давняя проблема переноса углового момента и/или возникновения турбулентности в аккреционных дисках (Балбус, 1998). Существование в галактических и звездных системах аккрецирующих потоков вещества на сегодняшний день не вызывает сомнений. Явление аккреции привлекается для объяснения множества наблюдаемых объектов, от карликовых новых до квазаров. Однако теория аккреционных дисков в известной степени остается феноменологической, поскольку темп переноса углового момента и скорость энерговыделения при аккреции, достаточные для объяснения наблюдаемых характеристик астрофизических объектов, до сих пор окончательно не объяснены из фундаментальных физических соображений. Наиболее адекватным действием в данной ситуации является поиск различного рода неустойчивостей (как в линейном, так и нелинейном приближении), способных изменить динамику аксиально-симметричного ламинарного течения, сформировавшегося вокруг тяготеющего центра и первоначально не обладающего каким-либо радиальным движением. Астрофизической особенностью данной задачи является то, что в большинстве случаев приходится иметь дело с вращательным потоком, профиль угловой скорости которого близок к кеплеровскому, а значит, удельный угловой момент растет по мере удаления от оси вращения. Еще Рэлеем (1916) было показано, что такое течение локально устойчиво относительно бесконечно малых возмущений с сохранением углового момента. По этой причине, естественно ис-

кату растущие возмущения, которые не удовлетворяют критерию Рэлея. Такими возмущениями являются глобальные (т.е. заданные во всем потоке) неосесимметричные возмущения. При этом, если течение считается ограниченным в радиальном направлении, необходимо учесть специфические для астрофизики свободные граничные условия. Пионерские работы в данном направлении были выполнены прежде всего Папалойзу и Принглом (1984, 1985, 1987), которые показали, что устойчивое по критерию Рэлея тороидальное течение идеальной жидкости со свободными границами и степенным профилем угловой скорости неустойчиво относительно неосесимметричных возмущений. Этот результат послужил стимулом к дальнейшему исследованию обнаруженной неустойчивости в различных гидродинамических приближениях. Несмотря на многочисленные работы по данной тематике, по-прежнему отсутствует целостная картина указанного явления, и главное, неясна его роль в проблеме переноса углового момента в аккрецирующем потоке.

Целью работы явилось численное исследование роста малых двумерных неосесимметричных возмущений в аксиально-симметричном течении в различных гидродинамических приближениях: от несжимаемой жидкости с постоянной плотностью до стратифицированной среды с учетом конечной скорости звука. При этом необходимо было изучить влияние на указанные моды возмущений как жестких, так и свободных границ. Одной из главных задач также стало исследование того, как неустойчивость зависит от характера течения вблизи границ, для чего были взяты два профиля угловой скорости вращения Ω : степенной закон с показателем степени q , использовавшийся также в более ранних работах, и рассмотренный впервые в работах автора кеплеровский закон с квази-синусоидальным отклонением, которое задавалось параметром $K > 0$. В первом случае вращение на границах некеплерово, и в граничных точках эффективная сила тяжести отлична от нуля. Во втором случае, наоборот, вращение на границах происходит с кеплеровской скоростью и нулевой эффективной силой тяжести. Кроме того, целью работы стало исследование модификации инкрементов растущих возмущений в наиболее общем для баротропного основного течения приближении, учитывающем как сжимаемость, так и стратификацию основного потока. В последнем случае необходимо было также произвести поиск неустойчи-

вых внутренних гравитационных мод.

Научная новизна работы. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми. Так, впервые исследована неустойчивость аксиально-симметричного течения с кеплеровским вращением на свободных границах. Показано, что в этом случае происходит стабилизация течения с профилем вращения, близким к кеплеровскому, что может оказаться существенным в проблеме формирования аккрецирующего потока. В этом же случае обнаружена стабилизация звуковых возмущений, неустойчивости которых уделялось большое внимание в более ранних работах других авторов. Кроме того, впервые подробно исследовано влияние стратификации основного потока на растущие моды возмущений.

Научная и практическая ценность работы.

Ряд новых результатов, полученных в диссертационной работе, может оказаться полезным в дальнейших теоретических исследованиях динамической неустойчивости аксиально-симметричных течений, а значит, и в решении проблемы переноса углового момента в теории аккреции.

Личный вклад автора в совместные работы. Четыре работы из шести (номера 1, 3-5) публикаций, перечисленных в Списке публикаций по теме диссертации, выполнены в соавторстве. В совместных публикациях автор участвовал на равноправной основе на всех этапах работы. Автором разработан алгоритм численного решения граничных задач, рассматривавшихся в исследовании и проведена трудоемкая работа по поиску и расчету растущих мод возмущений в широком диапазоне параметров.

Структура диссертации. Диссертация состоит из Введения, четырех Глав и Заключения. Содержит 32 рисунка и библиографию из 96 наименований. Общий объем диссертации составляет 121 страницу, включая рисунки.

Апробация результатов. Результаты, изложенные в диссертации, обсуждались на кафедре астрофизики и звездной астрономии физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, докладывались и опубликованы в трудах и тезисах следующих конференций:

1. Научная конференция “Ломоносовские чтения”, Москва (2005).
2. Всероссийская астрономическая конференция “ВАК-2005”, Москва (2005).

3. Всероссийская астрономическая конференция “Астрофизика высоких энергий”, Москва (2005).
4. Всероссийская астрономическая конференция “Тесные двойные звезды в современной астрофизике”, Москва (2006).
5. Bulgarian-URSI School & Workshop “Waves and Turbulence Phenomena in Space Plasmas”, Китен, Болгария (2006).
6. Всероссийская астрономическая конференция “ВАК-2007”, Казань (2007).

Основные результаты, выносимые на защиту

1. Впервые исследована неустойчивость аксиально-симметричного течения с кеплеровским вращением на свободных границах. Показано, что в этом случае всегда существует минимальное ненулевое значение амплитуды отклонения угловой скорости от кеплеровской внутри потока, при котором происходит стабилизация течения относительно бесконечно малых возмущений. В то же время, в случае вращения с некеплеровской угловой скоростью на границах неустойчивость появляется при любом сколь угодно малом отклонении угловой скорости от кеплеровского значения в самом потоке.

2. Обнаружена стабилизация звуковых мод неустойчивости, когда вращение становится кеплеровским на свободных границах.

3. Впервые исследовано влияние стратификации в течении со свободными границами как на поверхностные гравитационные, так и на звуковые неосесимметричные моды. Показано, что возрастание энтропии против направления эффективной силы тяжести в течении с профилем угловой скорости, близким к кеплеровскому, способствует стабилизации потока, несмотря на то, что не выполняется достаточное условие устойчивости по критерию Ричардсона.

4. Обнаружено определяющее влияние типа граничных условий на рост внутренних гравитационных мод в стратифицированном течении. В потоке, устойчивом относительно осесимметричных возмущений, неосесимметричные внутренние гравитационные моды растут только в случае

жестких границ.

Содержание работы

Во *Введении* кратко изложено представление о теории гидродинамической устойчивости и ее приложении к астрофизическим задачам. Обсуждается современное состояние вопроса динамической устойчивости аксиально-симметричных течений и его связь с проблемой переноса углового момента в аккрецирующем потоке. Также уделено внимание физическим механизмам, приводящим к росту неосесимметричных возмущений во вращательных сдвиговых течениях. Сделан обзор наиболее важных работ, результаты которых близки к теме диссертации. Кроме того, обоснована актуальность темы настоящей диссертационной работы, сформулирована основная цель работы и ее научная и практическая значимость, представлены выносимые на защиту положения и их научная новизна. При этом отмечен личный вклад автора, изложена в хронологическом порядке апробация результатов и помещен список публикаций по теме диссертации.

Глава 1 посвящена общей постановке граничных задач на неустойчивость относительно двумерных возмущений с несохранением углового момента вращения. В разделе 1.1 дано описание основного течения, выписаны выражения для двух профилей угловой скорости и соответствующих распределений давления и скорости звука, необходимых для исследования растущих возмущений, соответственно, в несжимаемой и сжимаемой среде. Основное течение считается небароклинным, поэтому угловая скорость вращения зависит только от радиальной координаты (Тассуль, 1982). Сами возмущения брались в *нормальном* виде, т.е. с гармонической зависимостью от азимутальной координаты и от времени: $\propto e^{-i\omega t + im\varphi}$ Дана аргументация в пользу двумерного подхода к обсуждаемой задаче как в случае истинно баротропного, так и в случае псевдобаротропного течения.

В разделе 1.2 уделено особое внимание формулировке граничного условия на свободной границе. Изначально указанное граничное условие записывается для лагранжевых возмущений давления или энтальпии. Далее с помощью связи между малыми лагранжевыми и эйлеровыми

возмущениями физических величин формулируется условие в граничных точках для эйлерова возмущения давления, деленного на плотность в основном потоке. Вопрос о граничном условии на свободной границе важен в особенности при рассмотрении потока с учетом конечной скорости звука, когда на границах течения плотность равна нулю, и возникает проблема эквивалентности граничного условия и условия регулярности решения на краях потока.

Наконец, в разделе 1.3 изложен алгоритм численного решения граничной задачи. Расчет инкрементов растущих мод возмущений производился по-разному для несжимаемой жидкости и для среды с учетом конечной скорости звука a . В первом случае основное уравнение для эйлеровых возмущений не имеет особенностей в граничных точках, и граничная задача решалась методом сведения к задаче Коши с начальными значениями. Корни полученного векового уравнения находились методом прогонки по значениям частоты нормальной моды $\omega = \omega_r + i\omega_i$, состоящей из реальной части ω_r - фазовой скорости, и ω_i - мнимой части, т.е. инкремента.

Во втором случае, когда $a < \infty$, коэффициенты уравнения для возмущений имеют на свободных границах полюса первого и второго порядка, соответственно, для степенного закона вращения и кеплеровского закона с квази-синусоидальным отклонением. В этой ситуации решение вблизи граничных точек представлялось в виде обобщенного ряда. В разделе обсуждается, что при этом, в случае степенного профиля угловой скорости, условие регулярности на решение в граничной точке всегда эквивалентно граничному условию на свободной границе. Если же угловая скорость задается кеплеровским законом с квази-синусоидальным отклонением, указанное условие регулярности накладывает дополнительные ограничения на диапазон параметров, в котором могут в принципе существовать *нормальные* моды возмущений.

В *Главе 2* рост возмущений проанализирован в простейшем гидродинамическом приближении идеальной несжимаемой жидкости с постоянной плотностью. Первоначально выведены общие уравнение и граничные условия (в этой главе жесткие и свободные) для трехмерных малых возмущений, с гармонической зависимостью как от азимутальной, так и от вертикальной координаты, т.е., с ненулевыми волновыми числами,

соответственно, m и k . Отсюда при $m = 0$ получалась граничная задача для возмущений с осевой симметрией, с помощью решения которой для течения, заведомо неустойчивого по критерию Рэлея, был проверен численный метод. Далее, для $k = 0$ и двух указанных выше профилей угловой скорости (п. 2.4.2 и 2.4.3) решалась граничная задача для представляющих главный интерес двумерных неосесимметричных мод. На нескольких графиках, размещенных в данной главе, приведены зависимости инкрементов растущих нормальных мод от m , q , радиальной протяженности течения w , параметра K . Для кеплеровского закона с квази-синусоидальным отклонением главный результат проиллюстрирован рис. 2.7, где на плоскости параметров K и w отображены пределы неустойчивости мод с различными m . Положение кривых на графике показывает, что всегда существует минимальное ненулевое значение K , при котором происходит стабилизация течения относительно бесконечно малых возмущений. Как обсуждается в заключении к главе, этот факт отличает течение с указанным профилем Ω от течения со степенной зависимостью Ω от радиальной координаты, когда любое малое отклонение Ω от кеплеровского значения вызывает появление неустойчивости. В последнем случае неустойчивость трактуется как результат резонансного взаимодействия поверхностных гравитационных мод, обладающих энергией разного знака (Голдрайх и др., 1986).

В *Главе 3* рассматривается рост неосесимметричных возмущений в сжимаемой истинно баротропной среде. Здесь используются только свободные граничные условия. Основное уравнение выписано для эйлера-ва возмущения энтальпии. Как было показано в более ранних работах для степенного профиля Ω , если существует хотя бы одна отражающая граница, учет конечной скорости звука приводит к появлению звуковой неустойчивости (Голдрайх и Нараян, 1985, Глатзел, 1987). В соответствии с этими результатами, при анализе неустойчивости в случае степенного закона вращения с q , близким к кеплеровскому значению, было обнаружено множество ветвей звуковой неустойчивости. На рис. 3.2 диссертации отображены зависимости инкрементов от радиальной протяженности основного потока $\omega_i(w)$ для $q = 1.58$. При некоторых значениях w инкремент испытывает резкий скачок резонансного характера. В обсуждении результатов расчета проведен анализ полученных зави-

симостей $\omega_i(w)$ и приведены доводы в пользу того, что общая картина неустойчивости определяется совместным влиянием резонансного взаимодействия друг с другом звуковых и поверхностных гравитационных мод и резонансным взаимодействием каждой моды с основным потоком. Оба вида взаимодействий происходят в т.н. критическом слое, где фазовая скорость моды возмущения ω_r/m совпадает с угловой скоростью вращения исходного течения Ω (Степанянц и Фабрикант, 1996).

Далее, в п. 3.5 диссертационной работы решается граничная задача для кеплеровского закона с квази-синусоидальным отклонением. Численные расчеты показали, что с этим профилем Ω пропадает звуковая неустойчивость. Для подтверждения данного результата был взят промежуточный закон вращения так, чтобы можно было, оставляя неизменными остальные параметры, характеризующие основное течение, постепенно уменьшать до нуля величину эффективной силы тяжести g_{eff} на краях потока. Результаты расчета инкремента и фазовой скорости одной из звуковых мод приведены на рис. 3.10 диссертации. Оказалось, что при $g_{eff} \rightarrow 0$, т.е., когда вращение на границах становится кеплеровским, $\omega_i \rightarrow 0$, а ω_r выходит за пределы коротационного интервала, что означает исчезновение критического слоя, наличие которого в потоке является необходимым условием для усиления возмущений (Папалойзу и Прингл, 1985). Отсутствие звуковой неустойчивости в данном случае оставляет в силе вывод, сделанный в *Главе 2* по поводу стабилизации основного потока при достаточно малых K . Более того, рис. 3.14, помещенный в конце *Главы 3*, на котором, как и на обсуждавшемся выше рис. 2.7, нанесены пределы неустойчивости, показывает, что диапазон устойчивости только расширяется при учете сжимаемости.

В заключительной *Главе 4* расчет инкрементов проведен в наиболее общем для баротропного основного течения приближении, т.е. как с учетом сжимаемости, так и с учетом стратификации исходного потока. Основное уравнение выведено для эйлера возмущения давления, деленного на плотность основного потока. При выводе для указанной величины граничного условия на свободной границе оказалось, что оно имеет в точности такой же вид, как в случае истинно баротропного течения, исследовавшегося в *Главе 3*. В то же время, несмотря на то, что в соотношения между эйлеровыми возмущениями различных физиче-

ских величин теперь входят члены, пропорциональные градиенту энтропии основного потока, эквивалентность условия регулярности решения на краях течения граничному условию не зависит от наличия стратификации. Единственным условием при этом является конечность энтропии и ее производных в граничных точках. В связи с этим в диссертации упоминается часто встречающийся при решении подобных задач прием, когда стратификация задается политропным соотношением $p \propto \rho^\Gamma$ с $\Gamma \neq \gamma$, где γ - показатель адиабаты. На свободных границах $\rho \rightarrow 0$, энтропия не имеет в граничных точках конечного значения, и нормальные моды возмущений не удовлетворяют граничному условию.

Главное внимание в этой главе было уделено неустойчивости течения со степенным профилем вращения. Было обнаружено существенное различие в поведении инкрементов растущих звуковых и поверхностных гравитационных мод при появлении радиального градиента энтропии. Оказалось, что при наличии как убывающей, так и возрастающей против направления \mathbf{g}_{eff} энтропии увеличивается максимальное значение w и уменьшается минимальное значение q , когда еще существуют растущие поверхностные моды. Что касается растущих звуковых мод, то их можно разделить на три категории. К первой категории относятся возмущения, инкременты которых монотонно растут по мере уменьшения степени стабилизации потока по критерию Хейланда (Тассуль, 1982). Ко второй можно отнести возмущения, инкременты которых пропадают как при положительном, так и при отрицательном градиенте энтропии. Наконец, в третью категорию входят растущие возмущения, возникающие в области резонансного взаимодействия звуковых мод друг с другом, где в отсутствие стратификации ω_i испытывает резкий скачок (см. выше). Соответствующие инкременты наиболее сложно зависят от характерной величины градиента энтропии.

Помимо расчета собственных частот растущих звуковых и поверхностных гравитационных мод в неоднородном течении для степенного закона вращения производился поиск растущих внутренних гравитационных мод. Последнее было сделано также и в приближении стратифицированной несжимаемой жидкости. Оказалось, что в задаче со свободными границами растущие внутренние моды существуют только в потоке, уже неустойчивом по критерию Хейланда относительно осесимметрич-

ных возмущений. В случае жестких границ растущие внутренние моды были обнаружены и в устойчивом по критерию Хейланда потоке. В диссертации предполагается, что подобная зависимость от граничных условий обусловлена спецификой усиления возмущений в стратифицированном течении. В частности, возможность передачи энергии от основного потока к возмущениям уже определяется не только профилем завихренности основного потока в критическом слое, но и формой поля самих возмущений, которая в значительной степени зависит от характера границ течения (Троицкая и Фабрикант, 1989).

В случае, когда профиль угловой скорости задается кеплеровским законом с квази-синусоидальным отклонением, был обнаружен монотонный рост значения инкремента поверхностной гравитационной моды по мере уменьшения степени стабилизации потока по критерию Хейланда.

В целом, исследование растущих неосесимметричных возмущений с одновременным учетом сжимаемости и стратификации в основном течении позволяет сделать вывод, что рост энтропии против направления эффективной силы тяжести способствует стабилизации потока, несмотря на то, что не выполняется достаточное условие устойчивости по критерию Ричардсона.

Наконец, в *Заключении* перечислены и прокомментированы основные результаты диссертации, выносимые на защиту.

Список публикаций по теме диссертации

Основные результаты диссертации содержатся в следующих публикациях:

1. Журавлев В.В., Шакура Н.И., “Исследование неустойчивости ламинарных аксиально-симметричных течений с учетом сжимаемости”, 2006, *Тезисы докладов всероссийской астрономической конференции “Тесные двойные звезды в современной астрофизике”* (ред. К.А. Постнов), Москва, ГАИШ МГУ, с. 33.
2. V. Zhuravlev, “Instability of laminar axisymmetric flows”, 2006, *Abstracts of Bulgarian-URSI School & Workshop “Waves and Turbulence Phenomena in Space Plasmas”*, Heron Press, Sofia, с. 54.
3. Журавлев В.В., Шакура Н.И., “Динамическая неустойчивость ламинарных аксиально-симметричных течений идеальной несжимаемой жидкости”, 2007, *Письма в Астрон. журн.*, т.33, н.8, с. 604-617
4. Журавлев В.В., Шакура Н.И., “Динамическая неустойчивость ламинарных аксиально-симметричных течений идеальной жидкости с учетом сжимаемости”, 2007, *Письма в Астрон. журн.*, т.33, н.10, с. 754-774
5. Журавлев В.В., Шакура Н.И., “Динамическая неустойчивость ламинарного аксиально-симметричного потока идеальной жидкости со стратификацией”, 2007, *Письма в Астрон. журн.*, т.33, н.11, с. 802-817 (препринт arXiv:0709.1833)
6. Журавлев В.В., “Динамическая неустойчивость аксиально-симметричного негомэнтропного течения идеальной жидкости”, 2007, *Труды конференции “ВАК-2007”* (ред. Н.А. Сахибуллин), Казань, изд. КГУ , с. 393-394.

Список литературы

- [1] Балбус (Balbus S.), Rev. of Mod. Phys., v.70, No.1, p.1 (1998).
- [2] Глатзел (Glatzel W.), MNRAS, v.228, p.77 (1987).
- [3] *Голдрайх и Нараян* (Goldreich P., Narayan R.), MNRAS, v.213, p.7 (1985).
- [4] *Голдрайх и др.* (Goldreich P., Goodman J., Narayan R.), MNRAS, v.221, p.339 (1986).
- [5] *Папалойзу и Прингл* (Papaloizou J.C.B., Pringle J.E.), MNRAS, v.208, p.721 (1984).
- [6] *Папалойзу и Прингл* (Papaloizou J.C.B., Pringle J.E.), MNRAS, v.213, p.799 (1985).
- [7] *Папалойзу и Прингл* (Papaloizou J.C.B., Pringle J.E.), MNRAS, v.225, p.267 (1987).
- [8] Рэлей (Lord Rayleigh), *Proc. R. Soc. A*, v.93, p.143 (1916).
- [9] Степанянц Ю.А., Фабрикант А.Л., *Распространение волн в сдвиговых потоках*, М. Физматлит, 1996, 240 стр.
- [10] Тассуль Ж.-Л., *Теория вращающихся звезд*, М. Мир (1982).
- [11] Троицкая Ю.И., Фабрикант А.Л., Изв. вузов: Радиофизика, т.32, н.10, с.1221 (1989).